Des

Köngl. Sächsischen Kammer=Raths

W. E. A. v. Schlieben,

Vollständiges

Hand- und Lehrbuch

der gesammten

Niederen Meßkunde,

worin

die Aufnahme, Berechnung und Theilung

aller

Felder, Wiesen, Gärten, Weege, Weinberge,
Wälder, Städte, Dörfer, Flüsse, Seen,
Teiche u. Inseln 2c.

ferner:

das Höhenmessen und Nivelliren
nebst allen dabei anwendbaren Hand= und Kunstgriffen,
auf die einfachste und zuverlässigste Weise vorgetragen sind.

Ein Nachschlagebuch

für Vermessungs=Condukteurs, Forstbeamte, Oekonomen,
Feldgeschworne, und überhaupt alle Diejenigen, welche Feld=
grundstücke 2c. zu vermessen und zu reguliren haben.

Dritte,

gänzlich umgearbeitete und stark vermehrte Auflge.

Zum Selbstunterricht bearbeitet

von

J. B. Montag.

Privatlehrer der Arithmetik 2c.

Mit vielen Steinzeichnungen.

Quedlinburg und Leipzig 1845.

Verlag der Ernst'schen Buchhandlung.

„Suum cuique.“

Vorwort
zur dritten Auflage.

Der allgemeine Beifall, welcher den beiden früheren sehr starken Auflagen der niederen Meßkunde des verew. Königl. Sächs. Kammerraths W. E. A. v. Schlieben zu Theil geworden, veranlaßte die um auch Verbreitung der Wissenschaften so verdienstvolle Ernst'sche Buchhandlung durch mich, vorliegende dritte, völlig umgearbeitete, stark vermehrte, und dem gegenwärtigen Standpunkte der Meßkunde entsprechende Ausgabe zu veranstalten. Doch glaube ich nicht, daß man den Umfang der hier vorgetragenen Vorübungen ꝛc. zu weitläufig finden wird, da der gegenwärtige Zustand der ausübenden Feldmeßkunst und die Anwendung ihrer Hilfswissenschaften (der Arithmetik und Geometrie) diese nur scheinbare Ausdehnung nöthig macht.

Obgleich es aber der vortrefflichen Schriften über Geodäsie mehr als genug giebt, so fällt von allen diesen doch keine einzige in der Art der Bearbeitung mit der vorliegenden zusammen, denn entweder sind jene Schriften zwar vollständig, aber zu gelehrt und weitläufig; oder sie sind für den Praktiker und Anfänger wieder viel zu kurz, ungenügend und oberflächlich, und wegen der öfters vorkommenden Formelsprache viel zu abschreckend und unverständlich.

Nichts desto weniger hielt ich es für Pflicht, Brauchbares und Zweckmäßiges aus dergleichen trefflichen Schriften in einer solchen Verbindung mit

einzuweben, wie es mir — um ein nützliches Ganze daraus zu schaffen — am passensten schien, weshalb ich denn auch die schätzbaren Arbeiten eines Schulz, Montanus, Grosse, Netto, Gilly ꝛc. aus welchen Quellen ich zum allgemeinen Besten hier und da Manches entlehnt habe, mit Achtung und Dankbarkeit nenne.

Noch glaube ich bemerken zu müssen, daß ich von den erforderlichen Meßinstrumenten, (besonders den Winkelmeß-Instrumenten) deshalb nur die einfachsten angeführt und beschrieben habe, weil bekanntlich die künstlicheren nicht nur weit weniger wirksam, und gewöhnlich mehr als noch einmal so theuer, sondern auch wegen ihres zusammengesetzten Mechanismus beständig vieler Reparaturen unterworfen sind. Die einfachen Instrumente leisten dagegen bekanntlich nicht allein mehr Dienste, sondern sind auch weniger kostspielig, hinsichtlich ihrer Anschaffung, und der bei ihnen allenfalls nöthig werdenden Reparaturen; auch geht die Arbeit mit ihnen viel leichter und schneller von Statten.

Ob nun diese dritte Auflage den auf dem Tittel ausgesprochenen Bestimmungen wirklich entspricht, darüber wollen nur einsichtsvolle Männer und erfahrne Praktiker, mit Bezugnahme auf den vorgesteckten Zweck und engen Raum, ihr Urtheil fällen.

Erfurt, im Januar 1845.

J. B. Montag.

Inhalt.

Seite.

Seite.

Zweiter Abschnitt.

Das Feldmessen selbst.

Seite.

Seite.

Seite.

Seite.

Seite.

Dritter Abschnitt.

Vierter Abschnitt.

Vom Nivelliren, Profiliren und Höhenmessen.

Einleitung.

Erklärungen.

1) Die Geodäsie oder Vermessungskunde, (auch praktische Geometrie genannt,) ist derjenige Theil der angewandten Mathematik, welcher die Größe und Figur von kleinern und größern Stücken Landes sowohl, als auch von der ganzen Erdoberfläche bestimmen, und hiernach ein ähnliches Bild auf eine ebene Fläche, wofür das Papier gelten kann, verzeichnen lehrt. Je nachdem sie zur Erreichung ihres Endzweckes nun der ebenen Geometrie und Trigonometrie oder der höheren Mathematik und Astronomie bedarf, wird sie in die niedere und höhere Vermessungskunde eingetheilt.

2) Eine Messung heißt eine Horizontalmessung, wenn sie in einer horizontalen Ebene verrichtet wird; die Messung in einer vertikalen Ebene wird Vertikalmessung genannt.

3) Das Bild einer Horizontalmessung nennt man den Grundriß, der, je nachdem Verhältnisse zur abgebildeten Landesstrecke noch den Namen Plan=Charte rc. erhält; das Bild einer Vertikalmessung aber heißt das Profil.

4) Nach ihrem Zwecke zerfällt die Vermessungskunde in die ökonomische und kameralistische, in die militairische und in die geographische.

5) Die ökonomischen und kameralischen Vermessungen (Feldmessen im eigentlichen Sinne) bezwecken

die Bestimmung der Gestalt und Größe von Feldgrundstücken, um ihren Werth und Ertag hiernach zu beurtheilen, Grenzstreitigkeiten zu verhüten oder zu schlichten, Theilung oder Tausch zu veranstalten, Abgaben darnach einzurichten. ꝛc.

Dergleichen Vermessungen erfordern genaue Umrisse, lassen aber die Unebenheiten des Erdbodens unberücksichtigt, obgleich letztere eine größere Fläche darbieten.

Es sei z. B. Fig. 1. abd der senkrechte Durchschnitt (Siehe Fig. 1.) eines Berges. Auf der Grund- oder Horizontallinie ad denke man sich die Halmen irgend einer Getraideart wie bekanntlich senkrecht empor gewachsen, und zwar so enge als nur immer möglich, was hier durch die punktirten Linien angedeutet ist. Denket man sich nun von der Spitze des Berges b auf die Grundlinie ad desselben die Normale (senkrechte oder lothrechte Linie) cb, so ist zwar augenscheinlich die krumme Linie (Curve) bd größer als die Grundlinie ac, aber es stehen wie man sieht, die Getraidehalmen die auf ac senkrecht aus der Erde gewachsen auch noch jetzt senkrecht auf der krummen Bodenlinie ab, und zwar auch eben so enge neben einander als auf ac; sie gewinnen also auf der krummen Abhangslinie nicht das Mindeste an Raum; und es kann daher die Vegetation auf ab wenn sie anders als auf ac ist, wenigstens nicht ergiebiger sein. Dasselbe gilt auch auf der anderen Seite des Berges von der schrägen Linie bd und der Grundlinie cd. Es bestätigt dieses auch die Erfahrung, weßhalb bei ökonomischen Messungen auf Unebenheiten keine Rücksicht genommen werden kann.

6) Die Feldmeßkunst im eigentlichen Sinne, hat es also blos mit der Oberfläche der Grundstücke zu thun, also mit einem Raume, dem blos zwei Dimensionen oder Ausdehnungen zukommen, nämlich in die Länge und in die Breite. Dieser Flächenraum wird als eben vorausgesetzt, und es wird daher angenommen, daß der Unebenheiten von so geringer Bedeutung in demselben vorkommen, die keiner besonderen Berücksichtigung bedürfen.

7) Bei militairischen Vermessungen bezweckt man hauptsächlich, die Beschaffenheit des Terrains auszumitteln, um dasselbe im Kleinen mit einem gewissen Grade von Zuverlässigkeit übersehen, und die militairischen Vor- und Nachtheile darnach beurtheilen zu können. Ohne sich dabei an die Angaben der Gränzen und Abtheilungen zu binden, soll eine Gegend nur so, wie sie sich dem Auge zeigt, mit allen den Gegenständen, die nur auf militairische Operation Einfluß haben können, dargestellt werden.

Hiernach erhält man eine militairische Aufnahme oder Zeichnung, einen Plan, eine militairische Situationskarte.

8) Der Zweck der geographischen Vermessungen endlich ist, die Gestalt ganzer Länder und Provinzen, und in ihnen die Lage der Städte nach ihren geographischen Längen und Breiten, den Lauf der Flüsse und Bergketten, und endlich die Gestalt des Erdbodens zu bestimmen.

Hiernach erhält man Charten, Landcharten, Globen.

9) Die Art und Weise, wie eine Gegend aufgenommen wird, heißt die Methode der Vermessung, die, je nach der Größe einer Aufnahme oder der erforderlichen Genauigkeit entweder geometrisch, oder astronomisch, oder nach dem Augenmaaße (Coup d'oeil) ist.

10) Die geometrische Vermessungsmethode ist entweder blos geometrisch, oder geometrisch-trigonometrisch. Durch die erstere werden mittelst Instrumente Linien und Winkel zur Bestimmung der merkwürdigsten Punkte einer Gegend von einer gemessenen Standlinie oder Basis aus in den Grund gelegt, wornach man den Entwurf der Charten macht, und wodurch eine Dreieckverbindung entsteht, welche das Netz genannt wird.

Durch die geometrisch-trigonometrische Vermessungsmethode wird das Netz durch trigonometrische Rechnung bestimmt.

Die Vermessungsmethode nach dem Augenmaaße besteht darin, daß man ohne alle künstlichen Instrumente, sondern blos mit dem Auge durch Schätzungen der Linien und Winkel die verlangte Charte entwirft.

11) Die Vermessungskunde ist also, wie sich aus dem bisher Gesagten ergiebt, für den Menschen nicht nur höchst wichtig, sondern sogar völlig unentbehrlich, weil die Erdfläche einen so bedeutenden Theil des Eigenthums ausmacht, und unser allgemeiner Wohnplatz ist, auf welchem wir alle unsere Anlagen machen und Geschäfte betreiben. Unsere Gärten, Felder, Waldungen und Gebäude nehmen einen Theil der Erdfläche ein; wir können also die Kenntniß ihrer Größe nicht ohne großen Nachtheil entbehren.

Zu Kriegsoperationen ist die genaue Kenntniß der Beschaffenheit einer Gegend (oder Terrains) ebenfalls unentbehrlich, denn wenn ein Heerführer das Terrain nicht genau kennt, wenn er also nicht weiß, welche Flüsse, Bäche, Moräste, Anhöhen, Berge, Waldungen, Ortschaften, Brücken und Wege ꝛc. er in einer Gegend antreffen wird, so kann er auch nicht zweckmäßig die Marschordre für seine Reiterei, sein Fußvolk, seine Artillerie und Bagage, so wie auch keine vortheilhafte Stellung für dieselben angeben. Er würde also ohne diese Kenntniß in ein ihm unbekanntes Land gehen, und seine Truppen der größten Gefahr aussetzen.

12) Die Bestimmungen der praktischen Geometrie sind theils unmittelbar, theils mittelbar. Die unmittelbaren betreffen nur Linien und Winkel, und diese nur werden eigentlich gemessen.

Die mittelbaren betreffen sowohl Linien und Winkel als Flächen. Auch Bestimmungen von körperlichen Inhalte gehören zur praktischen Geometrie, z. B. die Bestimmung des Kubikinhaltes von Gefäßen, von Bau- und Brennholz, von Steinen, Erde u. dergl. m.

Erster Abschnitt.

Von den beim Feldmessen gebräuchlichen Längen- und Flächenmaaßen.

§. 1.

Weil die Annahme eines Maaßes willkürlich ist, so mußten natürlich auch die an verschiedenen Orten eingeführten Maaße auch verschieden werden. So überaus nützlich auch die Bestimmung eines **einzigen**, für alle Orte geltenden Maaßes (also eines **Normalmaaßes**) sein würde, so scheint doch demselben die Uneinigkeit der Menschen als das einzige unbesiegbare Hinderniß im Wege zu liegen. Die Länge eines solchen Maaßes müßte aber aus der Natur genommen sein und zugleich die Eigenschaft der Unveränderlichkeit besitzen; so z. B. ist der Sekundenpendul zwar ein natürliches, aber kein allgemeines Maaß, weil er (der Sekundenpendul) nicht aller Orten eine und dieselbe Länge hat.

Der menschliche Körper und seine Theile mögen wohl zuerst zur Annahme eines Längenmaaßes nach ihnen Veranlassung gegeben haben, z. B. die Spanne, die Daumenbreite (als Zoll), der Schritt und der Fuß.

§. 2.

Der **Pariser** Fuß (pied du roi), dessen man sich noch jetzt als eines Normalmaaßes bedient, ist = (d. h.

gleich) 12 pariser Zoll oder 144 dergleichen Linien, oder = 1440 solchen Punkten.

Folgende Tafel enthält die Größe einiger der gebräuchlichsten Längenmaaße in Pariser Linien:

Namen der Länder u. Oerter.	1 Fuß hält Pariser Linien.	Namen der Länder u. Oerter.	1 Fuß hält Pariser Linien.
in		in	
Amsterdam . . .	125,5	Leipzig (Sachsen).	125,3
Baiern	129,38	Lübeck	128,7
Bern	130,0	Mainz	133,5
Brabanter Elle .	306,5	Mannheim . . .	128,65
Bremen	128,2	Neapel (Palmo)	117,1
Constantinopel (Pik)	296,6	Portugall . . .	96,9
Dänemark . . .	139,03	Preußen (seit 1816)	139,13
England . . .	135,1	Rom (der Palmo)	99,0
Frankfurt am Main	126,2	Rußland . . .	238,6
Frankreich . . .	144,0	Schweden . . .	131,6
ditto, der mètre	443,3	Spanien . . .	125,3
Gotha	127,5	Venedig	154,0
Hamburg . . .	127,0	Würtemberg . .	126,8
Hannover . . .	129,6	Wien	132,99
		Zürich	128,65

§. 3.

Das in der Feldmeßkunst vorkommende Maaß wird in das Längen= u. Flächenmaaß eingetheilt; des ersteren bedient man sich zur Ausmessung der Linien, des letzteren aber zur Berechnung der Äcker, Wiesen und aller derartigen sonstigen Flächen. Beide Maaße sind in jedem Lande, ja fast an jedem Orte — wie schon erwähnt — von verschiedener Größe; das in Deutschland gewöhnlichste (auch als Normalmaaß angenommene) ist bekanntlich die Rheinlän=

dische Ruthe, die in 12 gleiche Theile, welche man Schuh oder Fuße nennt, eingetheilt ist; außerdem hat man noch den Fuß in 12 Zolle, den Zoll in 12 Linien, und die Linien in 12 Skrupel, Striche oder Punkte abgetheilt. Da aber die Rechnung nach dieser zwölftheiligen Eintheilung etwas weitläufig und umständlich wird, so hat man die Ruthe für den Feldmessergebrauch sehr zweckmäßig in 10 gleiche Theile oder Decimalfuß, diesen wieder in 10 Decimalzoll, den Decimalzoll in 10 Decimallinien, und diese letztere in 10 Decimal Skrupel, Striche oder Punkte ꝛc. eingetheilt, wodurch natürlich alle Rechnungen sehr erleichtert und abgekürzt werden. Eine jede Ruthe, sie mag nun 12, 13, 14, 15 oder 16 Werkfuße an einem Orte halten, wird für den Feldmessergebrauch in 10 Decimalfuß, dieser in ebensoviel Zoll, solcher in ebensoviel Linien, und diese in ebensoviel Skrupel, Striche oder Punkte eingetheilt, wodurch eine Ruthe an ihrer landesüblichen Länge nichts verlieren kann.

Das hier Gesagte gilt auch nach der Maaß- und Gewichtsordnung für die Königl. Preuß. Staaten vom 16. Mai 1816 (№ 357 der Gesetzsammlung vom Jahr 1816) für die Größe (Länge) des preußischen Bau- oder Werkfußes, der als solcher ebenfalls in 12 Zolle ꝛc. eingetheilt ist, nach dem Königl. Preuß. Feldmesser-Reglement vom 27. April 1813 aber die Ruthe in 10 Decimalfuß, diesen in 10 Decimalzoll und so fort eingetheilt werden muß, wodurch also natürlich der Fuß, Zoll, die Linie ꝛc. des Feldmessers größer als der Bau- oder Werkfuß, Werkzoll, Werklinie ꝛc. werden muß.

Alle Angaben, welche im Verlaufe dieses Werkes vorkommen, sind, wenn es nicht sonst ausdrücklich bemerkt ist, nach Decimalmaaß zu verstehen.

Hinsichtlich des Flächenmaaßes aber setzt das angeführte Reglement fest, daß die Quadratruthe — d. i. eine Fläche, welche eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist — als Einheit dienen soll; daß ferner 180 Quadratruthen

einen Morgen, und 30 solcher Morgen eine Hufe ausmachen sollen. Der Morgen ist aber nicht überall gleich an Quadratruthen, wohl aber die Hube oder Hufe an Morgen.

Abwärts enthält eine Quadratruthe (Decimalmaaß) 100 Quadratfuß; 1 Quadratfuß = 100 Quadratzoll, dieser 100 Quadratlinien, und die Quadratlinie hat 100 Quadratskrupel, Striche, oder Punkte.

Uebrigens versteht es sich von selbst, daß ein jeder in vorkommenden Fällen, sich nach dem an seinem Orte üblichen Längen- und Flächenmaaßen richten, und bei einer vorzunehmenden Vermessung die landesüblichen Maaße anzuwenden habe.

Die größte Einheit des Längenmaaßes bei Vermessungen auf der Erdoberfläche ist die Meile. Die deutsche oder geographische Meile ist der 15te Theil eines mittleren Breitengrades der Erde, und würde, wenn die Erde eine vollkommene Kugelgestalt hätte, der 5400ste Theil des Erdequators sein.

Die preußische Meile, welche in Preußen bei ökonomischen und militairischen Vermessungen gebraucht wird, ist 2000 Ruthen (preuß.) lang, und da auf eine preuß. Ruthe 5 Schritte gerechnet werden, so enthält die preuß. Meile 2000 . 5 = 10000 Schritte.

§. 4.

Die beiden folgenden Tafeln enthalten die vollständige Eintheilung der preußischen Werk- und Feldmesser-Ruthe.

a) Bau-, Werk- oder Duodecimalmaaß.

Ruthe	Fuß (Schuh)	Zoll	Linien	Skrupel
1 =	12 =	144 =	1728 =	20736.
	1 =	12 =	144 =	1728.
		1 =	12 =	144.
			1 =	12.

nicht wohl angegeben werden können, so bleiben beide unberücksichtigt.

b) Decimal- oder Feldmessermaaß.

Ruthe	Fuß	Zoll	Linien	Skrupel.
1 =	10 =	100 =	1000 =	10000.
	1 =	10 =	100 =	1000.
		1 =	10 =	100.
			1 =	10.

Da nun aus dem Decimal- oder Feldmessermaaße folgt, daß 1 Skrupel $= \frac{1}{10}$ Linie $= \frac{1}{100}$ Zoll $= \frac{1}{10000}$ Fuß $= \frac{1}{10000}$ Ruthe;
1 Linie $= \frac{1}{10}$ Zoll $= \frac{1}{100}$ Fuß $= \frac{1}{1000}$ Ruthe;
1 Zoll $= \frac{1}{10}$ Fuß $= \frac{1}{100}$ Ruthe,
und 1 Fuß $= \frac{1}{10}$ Ruthe ist,

so folgt, daß jede kleinere Längen-Benennung in einer **höhern** durch einen reinen Decimalbruch am besten ausgedrückt wird, und es ist demnach:

1 Decimal-Ruthe (bezeichnet durch 1^{0}) = 1,0000 Ruth.
1 ditto Fuß („ „ $1'$) = 0,1000 „
1 ditto Zoll („ „ $1''$) = 0,0100 „
1 ditto Linie („ „ $1'''$) = 0,0010 „
1 ditto Skrupel(„ „ $1''''$) = 0,0001 „

ferner:
1 Decimalfuß ($1'$) = 1,000 Fuß, (Decimal),
1 Decimalzoll ($1''$) = 0,100 „
1 Decimallinie ($1'''$) = 0,010 „
1 Decimalskrupel ($1''''$) = 0,001 „

ferner:
1 Decimalzoll ($1''$) = 1,00 Decimalzoll,
1 Decimallinie ($1'''$) = 0,10 ditto
1 Decimalskrupel ($1''''$) = 0,01 ditto

ebenso:

1 Decimallinie $(1''')$ = 1,0 Decimallinie,

1 Decimalskrupel $(1'''')$ = 0,1 ditto

und daher endlich muß auch sein:

$1^0\ 1'\ 1''\ 1'''\ 1''''$ (Decimalmaaß) = 1,1111 Ruthe;

mithin auch:

1) $12^0\ 8'\ 0''\ 3'''\ 4''''$ = 12,8034 Ruthen;

2) $8^0\ 0'\ 9''\ 0'''\ 5''''$ = 8,0905 "

3) $4'\ 0''\ 0'''\ 3''''$ = 0,4003 " und

4) 5 Zoll oder $5''$ = 0,05 "

5) 2 Ruth. 9 Strich $(2^0 9'''')$ = 2,0009, und

6) 7 Skrup. od. Strich $(7'''')$ = 0,0007.

u. s. w.

Drückt man nun nach den Regeln der Decimalbruchrechnung, die vorhin in ganzen Zahlen gefundenen Decimalbrüche der gegebenen Ruthen, Fuße, Zolle, Linien und Skrupel (oder Striche) in der gewöhnlichen Bruchform aus, so erhält man für

No. 1) $12^0\ 8'\ 0''\ 3'''\ 4'''' = 12{,}8034^0 = 12\frac{8034}{10000}$ Ruthen,

" 2) $8^0 0' 9'' 0''' 5'''' (= 8^0 9'' 5'''') = 8{,}0905^0 = 8\frac{0905}{10000}$ " ,

" 3) $4'\ 3'''' (= 4' 0'' 0''' 3'''') = 0{,}4003^0 = \frac{4003}{10000}$ Ruthen,

" 4) $5''$ (oder 5 Zoll) $= 0{,}05^0 = \frac{5}{100}$ Ruthen,

" 5) 2 Ruthen 9 Strich $= 2^0, 0'\ 0''\ 0'''\ 9'''' = 2{,}0009 =$
$2\frac{9}{10000}$ Ruthen.

" 6) 7 Skrupel $(7'''') = 0{,}0007 = \frac{7}{10000}$ Ruthen,

u. s. w.

§. 5.

Hierauf folgt, daß umgekehrt, auch z. B. sein muß:

1) $\frac{2}{10000}$ Ruthen $= 0{,}0002^0 = 0^0\ 0'\ 0''\ 0'''\ 2''''$ od. 2 Strich;

2) $\frac{17}{10000}$ Ruthen $= 0{,}0017^0 = 0^0\ 0'\ 0''\ 1'''\ 7''''$ od. 1 Linie und 7 Skrupel.

3) $\frac{304}{10000}$ Ruthen $= 0{,}0304^0 = 0^0\ 0'\ 3''\ 0'''\ 4''''$ od. 3 Zoll und 4 Skrupel.

4) $8\frac{9}{10000}$ Ruthen $= 8{,}0009^0 = 8^0 0' 0'' 0''' 9''''$ od. 8 Ruthen 9 Skrupel;

5) $\frac{8003}{10000}$ Ruthen = 0,8003° = 0° 8′ 0″ 0‴ 3⁗ od. 8 Fuß 3 Skrupel.

6) $\frac{13}{100}$ Ruthen = 0,13 Ruthen, od. 1 Fuß 3 Zoll = (1′ 3″), ꝛc.

Hiernach bedeutet also:

1,0° = 1° eine Ruthe (im Decimalmaaß),

0,2° od. 0, 2 = 2 Fuß;

0,03° od. 0,03 = 0° 0′ 3″ also 3 Zoll;

0,007° od. 0,007 = 0° 0′ 0″ 7‴, also 7 Linien;

0,0009° od. 0,0009 = 0° 0′ 0″ 0‴ 9⁗, oder 9 Skrupel (Strich),

und 115,7083° od. 115,7083 = 115 Ruthen 7 Fuß kein Zoll, 8 Linien und 3 Strich; u. s. f.

§. 6.

Praktische Beispiele.

1) Das zu einer Eisenbahn abgesteckte Terrain, enthalte nach einer genauen Messung folgende Längen: Vom Orte A nach dem Orte B, 147 Ruthen, 2 Fuß 8 Linien; vom Ort B nach dem Orte C, 192 Ruthen 5 Zoll und 4 Linien; vom Orte C nach D, 206 Ruthen, vom Orte D nach E. 301 Ruthe 2 Fuß 9 Zoll 6 Linien; vom Orte E nach F, 223 Ruthen 7 Zoll 4 Linien; vom Orte F nach G, 198 Ruthen 3 Fuß 6 Zoll 9 Linien; vom Orte G nach H, 211 Ruthen 8 Fuß 1 Zoll; und vom Orte H nach dem Orte J, 245 Ruthen 8 Linien. Es fragt sich nun a) Wieviel Ruthen, Fuße, Zolle und Linien, und, b) wieviel Meilen lang die ganze Eisenbahnstrecke ist?

Berechnung.

Von A	nach B	=	147° 2′ 0″ 3‴	=	147,205	Ruthen,
„ B	„ C	=	192° 0′ 5″ 4‴	=	192,054	„
„ C	„ D	=	206° 0′ 0″ 0‴	=	206, . .	„
„ D	„ E	=	301° 2′ 9″ 6‴	=	301,296	„
„ E	„ F	=	223° 0′ 7″ 4‴	=	223,074	„
„ F	„ G	=	198° 3′ 6″ 9‴	=	198,369	„
„ G	„ H	=	211° 8′ 1″ 0‴	=	211,81	„
„ H	„ J	=	245° 0′ 0″ 8‴	=	245,008	„
Die ganze Bahnstrecke von A	nach J		1724° 8′ 1″ 9‴	=	1724,819	Ruthen.

Die Eisenbahn von A nach J mißt demnach: 1724,819 Ruthen, oder 1724 Ruthen 8 Fuß 1 Zoll 9 Linien. Da nun nach §. 3. auf die preußische Meile 2000 preuß. Ruthen gerechnet werden, so folgt, daß die Bahnstrecke von A nach J noch keine preuß. Meile beträgt.

2) Eine von A nach dem Orte C abgesteckte Eisenbahnlinie messe gerade 2075 Ruthen, und es sind von dieser Strecke bereits 897 Ruthen 6 Fuß 5 Zoll und 4 Linien mit Schienen belegt. Für wieviel Ruthen Fuße rc. sind demnach noch Schienen für die übrige Bahnstrecke erforderlich?

Berechnung.

Von der ganzen Bahnstrecke $= 2075^{\circ} = 2075{,}000$ Ruthen,
zieht man ab die schon belegten $897^{\circ}\ 6'\ 5''\ 4''' = 897{,}654$ „

so bleiben noch Schienen zu beschaffen für 1177,346 Ruthen, also für 1177 Ruthen 3 Fuß 4 Zoll 6 Linien ($= 1177^{\circ}\ 3'\ 4''\ 6'''$).

§. 7.

Da das Quadrat (bezeichnet durch □ oder Q) oder regelmäßige Viereck beim Flächenmaaße als Einheit dient, und sein Flächeninhalt gefunden wird, wenn man die Länge irgend einer seiner Seiten mit sich selbst multiplicirt, so folgt, weil beim Bau- Werk- oder Duodecimalmaaße die Ruthe 12 Fuß enthält daß:

a) 1 Duodecimal-Quadratruthe eine solche Fläche sein muß, welche $12 \times 12 = 144$ Quadratfuße in sich faßt, wie aus Fig. 2. zu ersehen ist, wenn die eine Linie d c = 1 Ruthe oder 12 Fuß lang ist, und wo alsdenn defg aus gleichem Grunde ein Quadratfuß, und die Fläche dghc zwölf solcher Quadratfuße vorstellt. (Siehe Fig. 2.)

b) ein Werkfuß im Quadrate $= 12 \times 12 = 144$ Werkzolle im Quadrate enthält, wie aus Fig. 2.

ersichtlich, wenn dc = 1 Werkfuß oder 12 dergl. Zolle lang ist, und wo alsdenn defg einen Quadratzoll (= □″ oder Q″), die Fläche dghc aber 12 solcher Quadratzolle vorstellt. Es ist also der Quadratfuß (= □′ oder Q′) abcd = 144 Quadratzolle (□″ oder Q″) defg.

c) ein Quadratzoll = 12 × 12 = 144 Quadratlinien (= □‴ oder Q‴) wenn dc (Fig. 2.) 1 Werkzoll oder 12 Linien enthält, und wo alsdann defg eine Quadratlinie, die Fläche dghc aber 12 solcher Quadratlinien vorstellt. Demnach ist der

□″ abcd = 144 □‴ defg.

d) eine Quadratlinie = 12 × 12 = 144 Quadratskrupel (= □⁗ oder Q⁗), wenn dc (Fig 2.) 1 Werklinie oder 12 Skrupel enthält, und wo alsdann defg ein Quadratskrupel, die Fläche oder der Streifen dghc aber 12 solcher Quadratskrupel vorstellt. Es ist demnach

die □‴ abcd = 144 □⁗ defg.

In Fig. 3. ist dieselbe Linie dc, statt in 12, jetzt nach dem Decimalmaaße in 10 gleiche Theile eingetheilt. Läßt man nun dc eine Ruthe gelten, so ist die Linie de = $\frac{1}{10}$ Ruthe oder 1 Decimalfuß; die Fläche defg aber 1 Decimal □′, der Streifen dchg = 10 solcher Quadratfuße, und die Fläche eine □° oder 10 × 10 = 100 Quadratfuße defg.

Ebenso ist, wenn man dc einen Fuß gelten läßt, de ein Zoll, defg ein Quadratzoll, abcd aber 10 × 10 = 100 Quadratzolle oder 1 Quadratfuß.

Bezeichnet cd die Länge eines Zolles, so ist de eine Linie = $\frac{1}{10}$ Zoll, defg aber eine Quadratlinie, und abcd ein Quadratzoll von 10 × 10 = 100 Quadratlinien; und endlich

wenn die Linie dc (Fig. 3.) eine Decimallinie bezeichnet, so ist $\frac{1}{10}$ derselben, oder de, ein Skrupel oder Strich, die Fläche defg aber ein Quadratskrupel, der Streifen dchg = 10 solcher Quadratskrupel, die Fläche abcd hingegen = 10 × 10 oder 100 Quadratskrupel, das ist 1 Quadratlinie.

Aus dem in diesem §. Angeführten folgt nun, daß

a) Beim Bau- Werk- oder Duodecimal-Maaß.

□ Ruthe	□ Fuß od. Schuh	□ Zoll	□ Linie	□ Skrupel od. Strich.
1 =	144 =	20736 =	2985984=	429981696
	1 =	144 =	20736=	2985984
		1 =	144=	20736
			1=	144

b) Beim Feldmesser- oder Decimal-Maaße:

□ Ruthe	□ Fuß od. Schuh	□ Zoll	□ Linie	□ Skrupel od. Strich.
1 =	100 =	10000 =	1000000=	100000000
	1 =	100 =	10000=	1000000
		1 =	100=	10000
			1=	100

Jede Flächenbenennung beim Decimalmaaße ist also 100 mal kleiner als die nächst höhere, und 100 mal größer als die nächst kleinere (Flächenbenennung); so z. B. ist 1 □Fuß = 1.100 = 100 □Zoll
und 1 □ „ = $\frac{1}{100}$ □Ruthen;
Ebenso ist 1 □Zoll = 1.100 = 100 □Linien
und 1 □Zoll = $\frac{1}{100}$ □Fuß,
u. s. w.

Um daher irgend eine Decimalmaaß=Benennung auf jede dergl. beliebige niedere Benennung zu reduciren, braucht man ihr nur die entsprechenden Paare Nullen rechts anzuhängen, nämlich, wenn man □Ruthen in □Fußen ausdrücken will, so braucht man nur der gegebenen Zahl □Ruthen ein Paar Nullen anzuhängen; sollen aber die □Ruthen in □Zolle ausgedrückt werden, so hängt man der gegebenen Zahl □Ruthen rechts 2 Paar, also vier Nullen an; will man aber die □Ruthen in □Zolle verwandeln, so hängt man der gegebenen Zahl □Ruthen rechts 3 Paar Nullen, also deren sechs an ꝛc.

So z. B. betragen 75 □Ruthen = 7500 □Fuße,
oder 750000 □Zolle, oder 75000000 □Linien ꝛc.

Ebenso verfährt man, wenn □Fuße in niedere Längeneintheilungen verwandelt werden sollen; so z. B. betragen 18 □Fuße = 1800 □Zolle oder = 180000 □Linien ꝛc.
ferner: 75 □Zoll = 7500 □Linien ꝛc.

Umgekehrt folgt aber auch, daß man durch bloses Abschneiden von ein oder mehreren Paar Stellen von der Rechten zur Linken, einer in Zahlen gegebenen Quadratfläche, letztere in der verlangten höheren ausdrückt, zu welcher Absicht man z. B. um eine Anzahl □Linien auf □Ruthen, □Fuße, □Zolle und □Linien zu erheben, von der gegebenen Anzahl □Linien 3 Paar Stellen von der Rechten aus wie folgt trennt: Gesetzt man sollte 45035468 □ Linien in genannte höhere Flächenbenennungen verwandeln, so steht das Verfahren: 45|03|54|68,
welches nun andeutet, daß 45035468 □ Linien, 45 □° (Quadratruthen) 03 oder $\frac{3}{100}$ □' 54 □'' und 68 □''' enthalten, welches man aber so auszudrücken pflegt, daß man setzt: 45035468 □ Linien = 45 □° 03 □' 54 □''' 68 □''''. Sollten aber die 45035468 □ Linien blos auf □Fuße reducirt werden, so werden nur 2 Paar Stellen von der Rechten zur Linken getrennt; und wäre die Anzahl der gegebenen □Linien in □Zollen (□'') anzugeben, so brauchte man nur ein Paar Stellen zur Rechten abzuschneiden.

Sind □Zolle in □Ruthen, □Fußen und □Zollen anzugeben, so müssen von der Rechten aus 2 Paare Stellen abgeschnitten werden; hat man aber nur die gegebene Anzahl □Zolle in □Fußen zu bestimmen, so werden rechts nur ein Paar Stellen abgeschnitten, welches Letztere auch der Fall ist, wenn man eine Anzahl □Fuße in □Ruthen bestimmen soll.

Hiernach sind: a) 45035468 □‴ = 4503 □′ 54 □″ 68 □‴
b) 45035468 □‴ = 450354 □″ 68 □‴
ferner: c) 9546807 □″ = 954 □° 68 □′ u. $\frac{7}{100}$ □″;
d) 9546807 □″ = 95468 □′ u. 07 = $\frac{7}{100}$ □″
e) 4050309 □′ = 40503 □° u. 09 = $\frac{9}{100}$ □′
u. s. w.

§. 8.

Fortsetzung der praktischen Aufgaben.

3) Ein Gut enthalte folgende Flächengrößen: a) an Waldung: 480 Morgen 68 □°, 5 □′ und 29 □″; b) an Wiesen: 203 Morgen 84 □° 1 □′ und 9 □″; c) an fruchtbaren Aeckern: 892 Morgen 46 □° 32 □′ und 11 □″; d) an Gärten: 2 Morgen 68 □°; e) an Teichen 158 □° 26 □′ und 3 □″, und f) an Höfen und Gebäulichkeiten aber: 1 Morgen 92 □° 34 □′ und 8 □″. Wieviel Flächeninhalt hat demnach dieses Gut?

Berechnung.

Das Gut enthält:

a) an Waldung	480	Morgen	680529 □″
b) an Wiesen	203	„	840109 □″
c) an fruchtbaren Aeckern . .	892	„	463211 □″
d) an Gärten	2	„	680000 □″
e) an Teichen	—	„	1582603 □″
f) an Hof u. Gebäulichkeiten	1	„	923408 □″

folglich beträgt die Gesammtfläche 1578 Morgen 5169860 □″ oder da eine Hufe = 30 Morgen und 1 Morgen = 180 □°, so enthält die Gesammtfläche von 1578 Morgen 516 □°

98 □' und 60 □" = 52 Hufen 20 Morgen 156 □° 98 □' und 60 □".

4) Der Flächenraum eines Waldes beträgt 68782 □° und 58 □', davon sind aber nur 9179 □° 98 □" und 75 □''' urbares Land. Welchen Flächenraum nimmt daher der Holzbestand für sich ein?

Berechnung.

Man bringe in dieser, wie in der folgenden Aufgabe nach der gegebenen Regel die beiden von einander abzuziehenden Flächenräume zuvor auf einerlei Benennung, hier also auf Quadratlinien; daher ist von der ganzen Waldfläche = 68782580000 □'''
abzuziehen, die urbare Waldfläche mit: 9179009875 □'''

folglich bleibt für den Holzbestand eine Fläche von: 59603570125 □"
oder 59603 □° 57 □' 01 □" 25 □''', d. s. 331 Morgen 23 □° 57 □' 1 □" und 25 □'''.

Anmerkung. Anstatt □°, □', □", □''' rc. kann man auch schreiben: □R, □F, □Z, □L, rc.; erstere Bezeichnungsart ist aber bequemer.

5) Von einer Wiese, welche 11387 □° enthält sollen 2869 □° 84 □' und 50 □" umgerissen und zu urbarem Lande gemacht werden; wieviel an Flächeninhalte wird der übrige Theil der Wiese betragen?

Berechnung.

Die ganze Wiese enthält 113870000 □"
davon sollen urbar gemacht werden: 28695450 □"

das übrige Wiesenstück enthält daher noch: 85171550 □"
oder 8517 □° 15 □' 50 □" = 47 Morgen 57 □° 15 □' 50 □".

Bekanntlich findet man den Flächeninhalt jedes aus lauter rechten Winkeln bestehenden Vierecks, wenn man dessen Länge mit seiner Breite multiplicirt, daher:

6) Eine Huthweide, welches ein völliges Oblongum (länglichtes rechtwinkliges Viereck) bildet, ist 181,04 Ruthen lang und 9,365 Ruthen breit. Wieviel Quadratruthen beträgt demnach der Flächeninhalt dieser Huthweide?

Antwort. 181,04 × 9,365
..54312..
..108624.
152936...
....90520
= 1595|43|96(0 od. 1595□° 43□′96□″
ist der Flächeninhalt dieser Huthweide.

7) Ein rechtwinklichtes Krautstück mißt 2° 3′ in der Länge, und 9′ 4″ in der Breite; was für einen Flächeninhalt hat es daher?

Antwort. 2,3×0,94 od.: 0,94×2,30
188.
282
= 2|16|20 = 2□°16□′20□″
als Flächeninhalt dieses Krautstückes.

Erklärung. Die beiden mit einander zu multiplicirenden Größen, müssen hier immer gleichartig ausgedrückt sein; daher mußten die 2° 3′ ebenfalls in Zollen genommen werden (welches durch Anhängen einer Null geschehen), weil die Breite Zolle enthielt, deßhalb wurden auch statt 2162 dafür 21620 □Zolle = 2 □° 16 □′ und 20 □Zolle erhalten.

8) Ein langer rechtwinkligter Garten ist 107 Ruthen lang und 1° 2′ 9″ 2‴ breit; wieviel □Ruthen Fläche enthält derselbe?

Auflösung.

Da hier die Breite bis auf Linien bestimmt ist, so muß es auch die Länge werden, daher die gesuchte Fläche;
1,392 × 107,000
9744
= 148|94|40|00 = 148 □° 94 □′ und □″.

9) Vier Erben sollen sich in 1 Hufe 5 Morgen 46 $\square^{\circ}$ 8 $\square'$ 96 $\square''$ und 16 $\square'''$ Land so theilen, daß jedes gleichviel erhalte. Wieviel bekömmt jedes?

Auflösung.

Da 1 (Hufe) kleiner als 5 ist, so muß man die Hufe in Morgen verwandeln, und die gegebenen 5 Morgen noch dazu rechnen, daher, weil 1 Hufe = 30 Morgen:

4 in 35 Morgen 46 $\square^{\circ}$ 8 $\square'$ 96 $\square''$ 16 $\square'''$ | 8 Morgen
$4 \times 8 = 32$ „

bleiben 3 Morgen od. 3.180 $\square^{\circ}$
= 540 $\square^{\circ}$
hierzu obige .46 $\square^{\circ}$
daher 4 in | 586 $\square$ | 146 $\square^{\circ}$
18.
26
Rest = 2 $\square^{\circ}$ = 2.100
= 200 $\square'$
hierzu obige 8 $\square'$
daher 4 in | 208 $\square'$ | 52 $\square'$
208
= = =

ferner: 4 in | 96 $\square''$ 16 $\square'''$ | 24 $\square'$ 4 $\square'''$.

Es erhält demnach jeder der 4 Erben 8 Morgen 146 $\square^{\circ}$ 8 $\square'$ 96 $\square''$ und 16 $\square'''$ für seinen Antheil.

Wird der Flächeninhalt eines Rechtecks durch seine Länge dividirt, so erhält man dessen Breite zum Quotienten; und umgekehrt, theilt man seinen Flächeninhalt durch seine Breite, so erhält man die Länge desselben zum Quotienten z. B.,

10) Ein völlig rechtwinklichtes Stück Land, welches 172 Morgen 19 $\square^{\circ}$ 27 $\square'$ und 63 $\square''$ Fläche enthält, soll gegen ein anderes gleich gutes Stück Land, welches 68° 4′ 6″ und 4‴ Linien breit ist, vertauscht werden. Wie lang muß dieses letztere Grundstück sein, wenn es mit dem

ersteren gleichen Flächeninhalt haben soll, damit keiner der Tauschenden etwas dabei einbüße?

Auflösung.

Da die Breite des einzutauschenden Grundstücks als Divisor bis auf Linien bestimmt ist, so muß es auch der Dividend sein, und es steht demnach die Berechnung wie folgt:

anstatt: 68° 4′ 6″ u. 4‴ in | 172 Morgen 19□° 27□′ 63□″

setzt man dafür: 68464‴ in | 30979192763□‴ | 452488‴
273856..... | = 452° 4′ 8″ 9‴
359359.... beinahe.
342320....
170392...
136928...
334647..
273856..
607916.
547712.
602043
547712
Rest = 54332

Das eingetauschende Grundstück welches 68° 4′ 6″ 4‴ breit ist, muß demnach 452° 4′ 8″ und 9‴ lang sein.

§. 9.

Verwandlung des Decimalmaaßes in Duodecimalmaaß, und umgekehrt.

Da nach Obigen sowohl der Duodecimal-, wie auch der Decimal-Fuß eines und desselben Landes von einerlei Länge, und beide nur in der Eintheilung und Größe der Zolle verschieden sind, so folgt natürlich auch, daß 10 Decimalzolle zusammen dieselbe Länge haben müssen, als 12 Duodecimalzolle.

Hiernach ist es nun leicht, jede Anzahl Ruthen, Fuße, Zolle und Linien rc. des Decimalmaaßes, in Ruthen, Fuße Zolle und Linien rc. des Duodecimalmaaßes zu verwandeln, und umgekehrt; denn zu dieser Absicht braucht man im ersteren Falle (wenn nämlich Decimalmaaß in Duodecimalmaaß verwandelt werden soll) nur die in Decimalmaaße gegebene Länge mit 12 zu multipliciren, und das hier Erhaltene hierauf durch 10 zu theilen. So z. B. geben 8 Decimalzolle $= \frac{8.12}{10} = \frac{96}{10} = 9,6 = 9\frac{3}{5}$ Zolle (d. s. 9 Zolle $7\frac{1}{5}$ Linien) Duodecimalmaaß.

Hat man aber Fuße, Zolle und Linien rc. auf dieselben Längenbenennungen des Werk- oder Duodecimalmaaßes zu reduciren, so bringe man die zu verwandelnden Längen des Decimalmaaßes auf einen Ruthenbruch des zu verwandelnden Maaßes, und multiplicire denselben so wie auch jeden seiner Reste immer mit 12. Es geben demnach 6 Fuß 4 Zoll 1 Linie (oder 6' 4" 1''') Decimalmaaß $= \frac{641°}{1000} \times 12 = \frac{7692}{1000}$ Fuß Duodecimal-Maaß, also $7\frac{692}{1000}$ Werkfuß; und da $\frac{692}{1000}$ Werkfuß $= \frac{692 \times 12}{1000} = \frac{8304}{1000} = 8\frac{304}{1000}$ Werkzoll; $\frac{304}{1000}$ Werkzolle aber $= \frac{304 \times 12}{1000} = \frac{3648}{1000} = 3\frac{648}{1000}$ Werk- oder Duodecimallinien, und $\frac{648}{1000}$ Werklinien $= \frac{648 \times 12}{1000} = \frac{7776}{1000} = 7,\frac{776}{1000}$ Skrupel oder Striche (Werkmaaß) sind, so folgt, daß 6' 4" 1''' in Decimalmaaße = 7' 8" 3''' $7\frac{3}{4}''''$ im Werk- oder Duodecimalmaaße austragen.

Will man aber irgend eine Länge des Werkmaaßes in Decimalmaaß verwandeln, so verfährt man ganz wie vorhin, nur daß man nicht mit 12, sondern mit 10 multiplicirt, das hierdurch jedesmal erhaltene Produkt aber immer durch 12 dividirt, z. B.

1) Es sollten 7 Zoll Werkmaaß in Decimalmaaß verwandelt werden, wieviel Zolle und Linien dieses letzteren geben daher die 7'' Werkmaaß?

Antwort: $\frac{7 \times 10}{12} = \frac{70}{12} = 5\frac{5}{6}$ Zoll = 5 Zolle und $\frac{5.10}{6} = \frac{50}{6} = 8\frac{1}{3}$ Linien Decimalmaaß. Es sind also 7'' Werkmaaß = 5'' $8\frac{1}{3}$''' Decimalmaaß.

2) Was betragen 7' 8'' Werkmaaß im Decimalmaaße?

Berechnung. 7' 8'' Werkmaaß = $\frac{7\frac{2}{3}{}^{0}}{12} = \frac{23}{36}$ Ruthen desselben Maaßes, und dieses beträgt:

$\frac{23 \times 10}{36} = \frac{230}{36} = 6\frac{14}{36}$ Fuß Decimalmaaß, und $\frac{14}{36}$ Fuß Decimalmaaß = $\frac{14 \times 10}{36} = \frac{140}{36} = 3\frac{32''}{36} = 3\frac{8}{9}$ Zoll Decimalmaaß; und $\frac{8}{9}'' = \frac{8.10}{9} = \frac{80'''}{9} =$ 9 Linien (beinahe) Decimalmaaß. Es betragen also 7' 8'' Werkmaaß = 6' 3'' 9''' Decimalmaaß.

§. 10.

Da man öfters zu wissen verlangt, wieviel eine gewisse Anzahl Fuße ausländischen Maaßes in Fußen ꝛc. nach inländischen Maaße betragen, so hat man den Pariser Fuß (weil er unter fast allen vorkommenden Fußmaaßen der größte ist) als Aich- oder Grundmaaß angenommen, und denselben in 144,00 gleich großer Theile eingetheilt, wovon jedes andere Fußmaaß eine gewisse Anzahl solcher Theile enthält. So z. B. enthält der preußische oder rheinländische Fuß 139,13 solcher Theile oder französischer Linien.

Zieht man die Theile, welche der preußische Fuß enthält von denen des französischen ab, also 139,13 von 144,00 so bleiben 4,87 solcher Theile übrig.

Um nun zu erfahren, wieviel die so übrig gebliebenen Theile in Zollen, Linien ꝛc. z. B. des preußischen Werkmaaßes betragen, braucht man sie nur mit 12 zu multipliciren,

und das hier Erhaltene hierauf durch 139,13 zu dividiren, so erhält man für die vorhin übrig gebliebenen 4,87 Theile: $\frac{4,87 \times 12}{139,13} = \frac{487 \times 12}{13913} = \frac{5844}{13913}$ preußische Werkzolle, oder da $\frac{5844}{13913}$ Zolle $= \frac{5844 \times 12}{13913} = \frac{70128}{13913} = 5\frac{563}{13913}$ preußische Werklinien, und $\frac{563}{13913}$ solcher Linien $= \frac{563 \times 12}{13913} = \frac{6756}{13913}$ $= \frac{1}{2}$ Skrupel Werkmaaß (beinahe), so ist ein Pariser Fuß $= 1$ Fuß 5 Linien $\frac{1}{2}$ Skrupel preußischen Werkmaaßes.

Verlangt man aber die 4,87 übrig gebliebenen Theile in preußischem Decimalmaaße ausgedrückt zu wissen, so braucht man anstatt mit 12 nur immer mit 10 zu multipliciren und durch 139,13 zu theilen.

Mittelst dieses Verfahrens ist es nun leicht, einen Maaßstab in pariser Fußen aus dem preußischen Fuße anzufertigen, denn man braucht zu dieser Absicht nur den preußischen Fuß um 5 Linien und $\frac{1}{2}$ Skrupel zu vergrößern, so erhält man die Länge eines Pariser Fußes.

Ebenso kann man auch aus dem preußischen Fuße jeden anderen finden, sobald man nur weiß, wieviel Theile der fremde Fuß vom Pariser Fuße in sich faßt. z. B. Man habe aus der Länge des preußischen Fußes einen Maaßstab nach Augsburger Fußmaaß anzufertigen, und weiß, daß ein Augsburger Fuß 131,29 Theile des Pariser Fußes enthält, so muß man, weil der Augsburger Fuß weniger Theile des Pariser Fußes, als der preußische (Fuß) enthält, also kleiner als der preußische ist, die Theile des Augsburger Fußes von denen des preußischen abzuziehen, und den bleibenden Rest jedesmal, wenn es Werkmaaß werden soll, mit 12 multipliciren, und dann noch durch 139,13 dividiren. Nun bleiben 131,29 von 139,13 abgezogen, 7,84 Theile oder franz. Linien übrig; diese betragen: $\frac{7,84 \times 12}{139,13} = \frac{784 \times 12}{13913}$ $= \frac{9402}{13913}$ Zolle preuß. Werkmaaß, und diese geben:

$\frac{9408 \times 12}{13913} = \frac{112896}{13913} = 8\frac{1592}{13913}$ Linien preußisch. Werkmaaß;

und da $\frac{1592}{13913}$ Linien $= \frac{1592 \times 12}{13913} = \frac{19104}{13913} = 1\frac{5191}{13913}$ Skrupel, so folgt, daß man von der Länge des preußischen Fußes nur 8 Linien $1\frac{1}{2}$ Skrupel oder Strich abzuschneiden braucht, um die richtige Länge des Augsburger Fußmaaßes zu erhalten.

Ist anstatt des rheinländischen Fußmaaßes ein anderes gegeben, z. B. das Wiener, so bleibt zwar das Verfahren dasselbe wie vorhin, es muß aber die Länge bei dem Fußmaaße in französischen Linien gegeben sein.

Da der pariser Fuß 144, der preußische aber 139,13 franz. Theile oder Linien in sich faßt, so betragen auch 144 preußische Fuß = 139,13 Pariser Fuße (oder in ganzen Zahlen: 14400 preuß. Fuß = 139,13 Pariser Fuß); und ebenso, weil ein Fuß in Frankfurt a. M. 126,17 franz. Linien und 1 Augsburger Fuß = 131,29 franz. Linien

so folgt aus demselben Grunde, wie vorhin, daß 12617 Augsburger Fuß = 13129 frankf. Fuße; oder in ganzen Zahlen; daß 12617 Augsburger Fuß = 13129 Frankfurter Fuß sein müssen.

Aus dieser Vergleichung ergiebt sich nun folgende Regel:

Hat man eine beliebige Anzahl Fuße irgend eines Landes oder Ortes, in die eines anderen Landes oder Ortes zu verwandeln, so braucht man nur die gegebene Anzahl Fuße mit der Zahl zu muliplciren, welche angiebt, wieviel Theile oder Linien des pariser Fußes = 1 Fuß der als Zahl gegebenen zu verwandelnden Sorte beträgt; das hier erhaltene Produkt muß aber noch durch diejenige Anzahl Theile des pariser Fußes dividirt werden, welches auf 1 Fuß desjenigen Fußmaaßes gehen, in welches die gegebenen Fuße verwandelt werden sollen. Z. B.

Was thun 74 Fuße zu Frankfurt a. M. im augsburger Fußmaaße?

Auflösung. Weil 1 Fuß zu Frankfurt a. M. = 126,17 und 1 augsburger Fuß 131,29 Linien eines Pariser Fußes enthält, so betragen auch 74 Fuße zu Frankfurt a. M. = $(126{,}17 \times 74) : 131{,}29 = 9336{,}58 : 131{,}29 = 71\frac{1499}{13129}$ augsburger Fuße, d. h. 71 Fuß 1 Zoll $4\frac{1}{2}$ Linien augsburger Fußmaaß; und so verfährt man in allen ähnlichen Fällen.

§. 11.

Verwandlung der verschiedenen Flächenmaaße in einander.

Da ein Quadrat ein gleichseitig rechtwinklichtes Viereck ist, so folgt, daß — wie schon oben bemerkt — eine Quadratruthe eine Fläche ist, welche eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist; und ebenso schließt man vom Quadratschuh, Quadratzoll und der Quadratlinie 2c.

Hieraus, und in Verbindung mit §. 7. ergiebt sich nun auch, daß z. B. 7,986302 $\square^{0}$ Decimalmaaß = 7 $\square^{0}$ 98 $\square'$ 63 $\square''$ u. 0,2 od. $\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \square'''$ Decimalmaaß betragen.

Um daher die durch einen Decimalbruch ausgedrückte Anzahl Quadratruthen des Decimalmaaßes in Quadratfußen, $\square$ Zollen und dergleichen Linien desselben Maaßes zu verwandeln, braucht man die Ziffern des Decimalbruches hinter dessen Komma, wenn ihrer eine ungerade Anzahl ist, am Ende zur Rechten nur noch eine Null anzuhängen und die Stellen des Decimalbruches jetzt, vom Komma an, paarweise durch senkrechte Striche zu trennen, so giebt das erste Paar hinter dem Komma die Quadratfuße, das nächste Paar die Quadratzolle, das nun folgende Paar die Quadratlinien u. s. f. Hiernach betragen z. B. 0,0900321 $\square^{0}$ Decimalmaaß = 0,0900321 Q^{0} = 09 oder $\frac{9}{100}$ Q' 00 oder keinen Q'' 32 Q''' und 10 Q'''' in Decimalmaaße.

Umgekehrt folgt hieraus aber auch, daß um eine Anzahl Quadratfuße, Zolle und dergleichen Linien 2c. des

Decimalmaaßes, in einen Quadratruthen-Decimalbruch auszudrücken, man nur die sämmtlichen, in Zahlen gegebenen Maaße, so wie sie ihrer Gattung nach auf einander folgen, nach den Regeln der Decimalbruchrechnung als eine einzige Zahl betrachtet, hinter ein Komma, vor dasselbe aber die etwa vorkommenden Quadratruhen (in Ermangelung derselben aber eine 0) setzt; z. B.

1) Was erhält man für 101 Q°, 4 Q″ und 5 Q‴ Decimalmaaß, für einen Quadratruthen-Decimalbruch desselben Maaßes?

Antwort: Da hier keine Quadratfuße gegeben sind, so wird die Abwesenheit derselben durch zwei Nullen angedeutet, und es sind demnach 101 □° 4 □″ 5 □‴ Decimalmaaß = 101,000405 □° desselben Maaßes.

2) Welcher Theil vom Quadratfuße im 10-theiligen Maaße geben 89 Quadratzoll und 1 Quadratlinie Decimalmaaß?

Antwort. Da hier keine Quadratfuße gegeben sind, so betragen 89 □″ und 1 □‴ = 0,8901 □′ Decimalmaaß, d. h. 8901 Zehntausendel ($\frac{8901}{10000}$) □′ im Decimalmaaße.

§. 12.

Will man 10-theiliges Quadratmaaß in 12-theiliges verwandeln, so braucht man die Zahl des ersteren nur mit 144 zu multipliciren, und das erhaltene Produkt durch 100 zu dividiren, oder was dasselbe ist, von demselben rechts zwei Stellen abzuschneiden. So z. B. betragen 79 Q″ Decimalmaaß = $(79 \times 144) : 100 = \frac{11376}{100} = 113,76$ oder $113\frac{76}{100}$ □″ Duodecimal-Maaß.

Ebenso erhält man für 30 □′ 81 □″ od. 0,3081 □° Decimalmaaß = $(0,3081 \times 144) : 100 = \frac{44,3664}{100}$ Q° = 0,443664 Q°, oder 44 Q′ 36 Q″ 64 Q‴ Duodecimalmaaß.

Hat man aber 12-theiliges Quadratmaaß in 10-theiliges zu verwandeln, so multiplicirt man ersteres

mit 100, und theilt das hierauf Erhaltene noch durch 144.

So z. E. betragen $113\frac{76}{100}\square''$ Duodecimalmaaß $= (113{,}76 \times 100) : 144 = \frac{11376}{144} = 79\ \square''$ Decimalmaaß.

Wieviel betragen $13\ \square'\ 70\ \square''$ Duodecimalmaaß in 10-theiligen Flächenmaaße?

Antwort. $13\square'\ 70\square'' = \left(\frac{13}{144} + \frac{70}{20736}\right)\square^{0} = \frac{156+70}{20736} = \frac{226}{20736}\square^{0} = \frac{226 \times 100}{20736 \times 144} = 0{,}0936\ldots\square^{0}$ Decimalmaaß, d. i. $9\ \square'$ und $36\ \square''$ in 10-theiligen Maaße.

Praktische Aufgaben.

1) Man habe ein Stück Land mit der 14-fußigen Ruthe (wo also eine Längenruthe in 14 Fuße getheilt ist) gemessen und dessen Flächeninhalt darnach berechnet; an dem Orte aber, wo die Vermessung vorgenommen, sei z. B. die 13-fußige Ruthe gebräuchlich, weßhalb auch der gefundene Flächeninhalt auf das 13-fußige Flächenmaaß reducirt werden muß; es fragt sich demnach, wie dieß geschehen muß?

Antwort: Weil $14 \times 14 = 196$, und $13 \times 13 = 169$, so braucht man nur, wenn z. B. der gefundene Flächeninhalt des mit der 14-fußigen Ruthe vermessenen Grundstückes $= 5234\ \square^{0}\ 76\ \square'$ beträgt, diesen Flächeninhalt mit 196 zu multipliciren, und das erhaltene Produkt noch durch 169 zu dividiren, wo dann der Quotient den Flächeninhalt der 13-fußigen Ruthe angiebt; und es steht für gegenwärtigen Fall die Berechnung wie folgt:

$(5234\ \square^{0}\ 76\ \square' \times 196) : 169 = \left(5234\frac{76}{196} \times 196\right) : 169 = \frac{1025940}{169}\square^{0} = 6070\ \square^{0}\ 110\ \square'$ im 13-fußigen Ruthenmaaße.

2) Wäre aber an dem Orte, wo die Vermessung mit der 14-fußigen Ruthe vorgenommen worden, anstatt der 13-, die $12\frac{1}{2}$-fußige Ruthe gebräuchlich (wo also jede Längenruthe =

$12\frac{1}{2}$ dergleichen Fuße ist), so brauchte man nur (weil 1 □° nach dem $12\frac{1}{2}$-theiligen Maaße: $12\frac{1}{2} \times 12\frac{1}{2} = 156\frac{1}{4}$ Quadratfuße enthält) den nach der 14-fußigen Ruthe gefundenen Flächeninhalt anstatt durch 169, jetzt durch $156\frac{1}{4} = 156{,}25$ zu theilen, wornach man für den vorigen Flächeninhalt $\left(5234\frac{76}{196}\right) : 156{,}25 = 1025940 : 156{,}25 =$ 6866 □° $2\frac{1}{2}$ □′ nach der $12\frac{1}{2}$-fußigen Ruthe erhält.

3) Eine Linie sei mit der 16-fußigen Ruthe (die Ruthe also à 16 Fuß) gemessen, und $67^0\ 9'\ 6''$ lang gefunden worden. Es ist aber an dem Orte der Vermessung die 15-fußige Ruthe gebräuchlich, wieviel wird sonach die gefundene Länge nach dem letzteren Ruthenmaaße betragen?

Auflösung. Man multiplicire die nach dem 16-fußigen Maaße gefundene Länge mit 16, und dividire das hier erhaltene Produkt noch durch 15, so giebt der Quotient die Länge in 15-fußigen Ruthenmaaße an. Man erhält also hier:

$(67^0\ 9'\ 6'' \times 16) : 15 = (1081^0\ 6') : 15 = 72^0\ 1\frac{6'}{15}$ nach dem 15-theiligen Ruthenmaaße. — Verlangt man aber

4) zu wissen, was $38^0\ 4'\ 5''$ des 15-fußigen Ruthenmaaßes nach dem 16-fußigen betragen, so multiplicirt man die gegebene Länge mit 15, und theilt das hier Erhaltene hierauf noch durch 16. Für vorige Länge erhält man also: $(38^0\ 4'\ 5'' \times 15) : 16 = (574^0\ 5') : 16 = 35^0\ 14'\ 5''$ des 16-fußigen Ruthenmaaßes.

Würde ferner gefragt: Was thun $46^0\ 9'\ 4''$ des 15-fußigen Ruthenmaaßes im 14-, 13- oder 12-fußigen Ruthenmaaße? so richtet man sich hinsichtlich der Ausrechnung rc. ganz nach dem Vorhergehenden.

5) Mißt man an einem Orte ein Grundstück z. B. mit der 14-fußigen Ruthe, woselbst die 13-fußige eingeführt ist, und will man aus dem 14-fußigen Ruthenmaaßstabe einen 13-fußigen verzeichnen, um den Grundriß darnach anzufertigen, so fragt sich's, wie dieses zu verrichten ist?

Auflösung. Man nehme eine beliebige Länge nach der 13=fußigen Ruthe an, z. B. 30°, und berechne den indirekten Proportionssatz:

„Wieviel beträgt die nach der 13=fußigen Ruthe angenommene Länge nach dem 14=fußigen Maaßstabe, wenn sie nach der 13=fußigen 30° lang ist?"

also: $13 : 14 = 30 : x$ (indir.)

oder richtig: $14 : 13 = 30 : x$,

und findet hieraus: $\frac{13.30}{14} = \frac{390°}{14} = 27° \ 12'$ 14=fußiges Längenmaaß. Es sind also 30° im 13=fußigen Maaße = 27° 12′ nach 14=fußigen Längenmaaße. Man nimmt demnach auf dem 14=fußigen Maaßstabe 27° 12′ ab, theilt diese Länge in 3 gleiche Theile, und den vordersten derselben wieder in 10 gleiche Theile rc, so erhält man den gesuchten 13=fußigen Maaßstab.

6) Auch kömmt es öfters vor, daß an einem Orte die Ruthe 1 Zoll größer oder kleiner, und demnach einerlei Maaßangaben, als z. B. 13′, 14′, 15′ gegeben ist rc. Ist nun z. B. die Ruthe 1 Zoll kürzer, so setzt man auf:

$100 : 101 = 30 . x$,

also weil der Satz ein indirektes Verhältniß enthält, findet man für $x = \frac{100.30}{101} = \frac{3000}{101} = 29° \ 7'$.

Erklärung. Man nimmt wie vorhin eine beliebige Länge, z. B. 30°, und setzt nach der Regeldetri an:

„100 Decimalzoll der Ruthe geben 30° für die Länge einer gemessenen Linie; wie lang ist demnach solche nach der eigenen im Gebrauche habenden Ruthe, womit man gemessen hat, welche 101 Decimalzoll der fremden Ruthe lang ist?"

Man findet den Quotienten nach voriger Berechnung = 29° 7′; diese nimmt man auf dem Maaß der eigenen Ruthe ab, und theilt die gefundene Länge wie vorhin ein.

Maaße mit welchen der Feld- und Forstmesser nicht unbekannt sein darf.

§. 13.

A) Außer der Länge der gebräuchlichsten Fußmaaße in franz. Linien, wovon schon oben das Nöthige gesagt worden, sind noch folgende Eintheilungen zu wissen nöthig; nämlich:

B) Verschiedene Eintheilung der Ruthen in landesüblichen Fußen.

Die Anspacher Ruthe hält	12	Fuß.
„ Baseler „ „	16	„
„ Bernburg'sche „ „	14	„
„ Mark Brandenburger Ruthe hält	15	„
„ Braunschweiger Ruthe hält	16	„
„ Calenberger „ „	16	„
„ Danziger Ruthe hält	15	„
„ Englische „ „	16½	„
„ Erfurter „ „	14	„
„ Gießensche „ „	16	„
„ Gothaische „ „	12½	„
„ Hallische „ „	15	„
„ Hamburger „ „	15	„
„ Leipziger „ „	15⅛	„
„ Magdeburger Ruthe hält	12	„
„ Nürnberger „ „	16	„
„ Pariser „ „	18	„
„ Pariser Toise (Klafter) hält	6	„
„ Pfälzische Ruthe hält	16	„
„ Preußische oder Rheinländische Ruthe hält	12	„
„ Rheinländische Klafter hält	6	„
„ Schaffhausensche Ruthe „	12	„
„ Schwarzburgische „ „	14	„
„ Thüringsche Ruthe hält 14 Fuß, an manchen Orten auch	16	„
„ Würtembergische Ruthe hält	16	„
„ Weimar'sche „ „	16	„

Eine Quadratmeile ist 1 Meile lang und 1 Meile breit. — Der Quadrat- oder Flächeninhalt der ganzen Erde beträgt 9,288000 Quadratmeilen.

C) Tabelle über die verschiedenen Flächenmaaße.

Ein	Anspacher Morgen (Acker) hält	360	Quadratruthen.
„	Baseler Juchart (Acker) „	140	„
„	alter Morgen in der Churmark-Brandenburg hält	300	„
Eine	Mark-Brandenburgische Hufe hält	30	Morgen (Acker).
Ein	Vorling in der Mark Brandenburg hält	½	Morgen.
Eine	Drohne daselbst hält	¾	„
Ein	Braunschweiger Morgen (Acker) hält	120	Quadratruthen.
„	Calenberger Morgen (Acker) „	120	„
„	Danziger Morgen „ „	300	„
„	Englischer Acker (Acre) „	160	„
„	Erfurter Morgen hält . . .	168	„
„	Französischer Arpent „ . .	100	„
„	Gießenscher Wald- u. Feldmorgen	160	„
„	Hallescher Feldmorgen (Acker) (von 60° Länge u. 5° Breite) hält	300	„
„	Hallescher Wiesenmorgen nur	200	„
„	Hamburger Morgen hält . .	600	„
	(Ein solcher Morgen ist 120 Ruthen lang und 5 Ruthen breit).		
„	Leipziger Acker hält	300	„
„	Magdeburger Morgen hält . .	180	„
„	Bernburger Morgen hält 150 auch	180	„
Eine	Magdeburger Hufe hält, sowie		
„	Bernburger Hufe 115 Acker oder	30	„
Ein	Nürnberger-Wald u. Feldmorgen oder Tagewerk hält	200	„
„	Pommerscher Morgen hält .	440	„
„	Häger (in Pommern) hält	60	Morgen.
„	Dorf (daselbst) hält	30	„

Ein Haken (daselbst) hält . . . . 15 Morgen.
„ Poister (daselbst) „ . . . . 20 „
„ Trippel (daselbst) „ . . . . 45 „
Eine Preußische Hufe „ . . . . 30 „
Ein Culmischer Morgen in Preußen hält 300 □ Ruthen.
„ Landesherrlicher Morgen in Preußen „ 180 „
„ Rheinländischer Morgen hält . . 120 „
„ ditto Waldmorgen hält . 160 „
„ Juchart in den Rheinlanden hält ½ Morgen.
„ ditto in Sachsen od. Sächsischer „ = 150 „
„ sächsischer Acker hält 2 Morgen.
Eine Sächsische Hufe hält 12, 15, 18, 24 bis 30 Morgen.
Ein Nößel Land in Sachsen hält . . . . 7½ Morgen.
„ Morgen „ in Schlesien hält . . 180 □ Ruthen.
„ Schwarzburger Morgen „ 120 — 140 „
Eine ditto Hufe hat 30 Acker-Morgen
„ Thüringer Hufe Land hat 30 Acker.
Ein Acker in Thüringen hält . . . . . 160 „
„ Würtembergscher Morgen hält . . 150 „
„ ditto Juchart, Mann- oder Tagwerk hält 225 „
„ Weimarischer Morgen hält . . . 160 „
Eine Weimarische Hufe hält 30 Morgen.
Ein Gothaischer Morgen „ 120, 140 auch 160 „
Eine Gothaische Hufe hält 30 Morgen.

D) Das Cirkel-Maaß.

§. 14.

Die Größe eines Winkels hängt ganz von der Neigung seiner ihn bildenden Schenkel gegen einander ab. Um diese Neigung zu messen, ist man übereingekommen zum Maaße der Winkel den Bogen zu nehmen, welchen man aus der Spitze des Winkels vermittelst eines Cirkelschlags zwischen seine Schenkel legen kann. — Jeder Kreis wird nämlich in 360 gleiche Theile, Grade genannt, eingetheilt, jeder dieser Grade wieder in 60 Minuten, jede Minute

wieder in 60 Sekunden, und jede Sekunde wieder in 60 Tertien u. s. f. eingetheilt. Soviel Grade, Minuten ꝛc. der zwischen den Schenkeln eines Winkels (durch $\llcorner$ bezeichnet) gelegte Bogen enthält, soviele Grade, Minuten ꝛc. hält auch der Winkel, und bestimmt hierdurch seine Größe auf die genaueste Art. Ein Winkel aber, welcher von irgend einem Kreise eine bestimmte Anzahl Grade abschneidet, schneidet auch ebensoviel Grade von jedem anderen größeren oder kleineren Kreise ab, woraus folgt, daß es auf die Größe der Schenkel (oder Halbmesser) eines Winkels nicht ankömmt.

Läßt man in einem Kreise zwei Durchmesser sich senkrecht schneiden, so theilen sie den Kreis in 4 gleich große Theile, und bilden zugleich um den Mittelpunkt herum 4 gleich große Winkel, von denen sonach ein jeder $\frac{360}{4}$ oder 90 Grade hält. Man nennt einen jeden dieser vier gleich großen Winkel einen rechten Winkel, und bezeichnet ihn allgemein durch R.

Der 4te Theil des Kreisumpfanges, also 90 Grade, sind demnach das Maaß jedes Winkels, dessen Schenkel senk- oder lothrecht auf einander stehen, nämlich eines rechten Winkels.

Man bezeichnet der Bequemlichkeit wegen die Grade, Minuten, Sekunden und Tertien ꝛc. mit denselben Zeichen, womit man die Ruthen, Fuße, Zolle und Linien ꝛc. ausdrückt, nämlich: den Grad mit (^{0}), die Minute mit ($'$), die Sekunde mit ($''$), die Tertie mit ($'''$) ꝛc.; und es enthält nach obiger Eintheilung nun:

$1^{0} = 60' = 3600'' = 216000'''$ ꝛc. d. h.

1 Grad = 60 Minuten, 3600 Sekunden = 216000 Tertien ꝛc.

Ferner hält jeder über einer geraden Linie beschriebne Halbkreis $\frac{360}{2} = 180^{0}$ oder $= 2$ R. Jeder rechte Winkel (oder R.) $= \frac{360}{4} = 90^{0}$; ein stumpfer Winkel aber mehr, und ein spitzer Winkel weniger als 90^{0}.

Die drei Winkel eines Dreiecks (durch Δ bezeichnet) enthalten zusammen 180^{0}, die 4 Winkel eines Vierecks aber 360^{0}.

Berechnung des Flächeninhalts derjenigen Figuren, welche in der Geodäsie (Feldmeßkunst) am häufigsten vorkommen.

§. 15.

1) Berechnung der Fläche des Dreiecks aus seinen drei Seiten.

(Siehe Fig. 4.) Gesetzt man habe auf dem Felde die drei Seiten ab, bc und ac des Dreiecks abc gemessen, und z. B. ab $= 18^0\ 9'$ ac $= 40^0\ 1'$ und bc $= 28^0\ 5'$ gefunden, so ergiebt sich die Fläche dieses Dreiecks, wenn man der Kürze halber ab durch α, bc durch β, und ac durch γ bezeichnet, aus der Formel:

$$\frac{\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)\times(\alpha+\beta-\gamma)\times(\alpha+\gamma-\beta)\times(\beta+\gamma-\alpha)}}{4}$$

welche folgende Regel enthält:

1) Man addire alle drei gemessene Seiten des Dreiecks; also:

$$\begin{aligned} \alpha &= 18,\ 9 \\ \beta &= 28,\ 5 \\ \text{und } \gamma &= 40,\ 1 \\ \hline \text{giebt für } \alpha+\beta+\gamma &= 87,\ 5 \end{aligned}$$

2) Addire die beiden ersten Seiten (α und β), und subtrahire von ihrer Summe die dritte Seite (hier γ), nämlich:

$$\begin{aligned} \alpha &= 18,\ 9 \\ \beta &= 23,\ 5 \\ \hline \text{folgt: } \alpha+\beta &= 47,\ 4 \\ \text{hiervon ab } \gamma &= 40,\ 1 \\ \hline \end{aligned}$$

folglich ist $(\alpha+\beta)-\gamma = 7,3^0$.

3) Subtrahirt man von der Summe oder ersten und driten Seite (also hier von $\alpha+\gamma$) die zweite (β); nämlich:

$$\begin{aligned} \alpha &= 18,\ 9 \\ \gamma &= 40,\ 1 \\ \hline \text{giebt für } \alpha+\gamma &= 59,\ 0 \\ \text{hiervon ab } \beta &= 28,\ 5 \\ \hline \text{giebt } (\alpha+\gamma)-\beta &= 30,\ 5^0. \end{aligned}$$

4) Subtrahirt man von der Summe der zweiten und dritten Seite (also hier von $\beta + \gamma$) die erste (α) nämlich:

$$\begin{array}{rrl} & \beta = & 28,\ 5 \\ & \gamma = & 40,\ 1 \\ \hline \text{folglich } \beta + & \gamma = & 68,\ 6 \\ \text{hiervon ab } & \alpha = & 18,\ 9 \\ \hline \text{bleibt für } (\beta+\gamma) - & \alpha = & 49,\ 7^{0}. \end{array}$$

5) Diese drei gefundenen Reste multiplicirt man mit einander, und ihr Produkt noch mit der Summe der drei Seiten, wobei es eine Erleichterung gewährt, wenn diese vier Faktoren in einerlei Benennung ausgedrückt werden, hier z. B. in Fußen, wodurch man folgende Faktoren erhält:

$$875' \times 73' \times 305' \times 497,$$

deren Produkt = 9682491875 gefunden wird.

Anmerkung. Die Auflösung dieses Produktes, ist jedoch, wenn man nicht Logarithmen zu Hilfe nimmt, langweilig. Es ist demnach jedem Feld- und Forstmesser recht sehr anzuempfehlen, sich, für nur wenige Groschen, das äußerst nützliche Schriftchen: Anwendung u. Berechnung der Logarithmen ꝛc. v. Ign. B. Montag, in der Ernst'schen Buchhandlung zu Quedlinburg zu haben, anzuschaffen.

6) Aus dem durch vorige vier Faktoren erhaltenen Produkte zieht man nun die Quadratwurzel ($\sqrt{\ }$), nämlich:

$$\sqrt{96|82|49|18|75} = 98399 \,\square'.$$

```
           9² =   81.......
     2.9 =  18|158.....
              |144.....
              142....
           8² =   64....
    2.98 = 196|784....
              |5.8.8....
              1969...
           3² =      9...
   2.983 =1976|19601..
              |1.7.7.8.4..
               18178.
           9² =      81.
  2.9839=19678|180977
              |177102
      Rest =  3875,
```

bleibt aber unberücksichtigt.

Wenn das Maaß der drei Seiten α, β u. γ anstatt (wie hier geschehen) in Fußen, dafür in Ruthen ausdrückt worden wäre, so müßte die gefundene Wurzel anstatt □ Fuße, Quadratruthen ausdrücken. Das Maaß der drei Seiten des zu berechnenden △s muß also entweder durchweg in Ruthen, oder in lauter Fußen, oder in lanter Zollen ausgedrückt, mithin stets gleichartig sein.

7) Die gefundene Quadratwurzel wird endlich durch 4 dividirt, so zeigt der Quotient die gesuchte Fläche des zu berechenden $\triangle$ abc an, nämlich: $\frac{98399 \square'}{4} = \frac{983,99 \square^0}{4} =$ 245,9975 $\square'$, denn:

$4 \mid 983,99 \square^0 \mid 245,9975, \square^0 = 245 \square^0\ 99 \square'\ 75 \square''$
18. . .
 23. .
  39
   39
    30
     20

d. i. circa 246 $\square^0$, welche das $\triangle$ abc zum Flächeninhalte hat.

Bedient man sich der Logarithmen — was jedesmal dann geschehen sollte, wenn die vier mit einander zu multiplicirenden Faktoren mehr als zweiziffrig sind — so braucht man nur die Logarithmen dieser vier Faktoren zu addiren, diese Summe durch 2 zu dividiren, vom Quotienten den Logarithmen des constanten Divisors 4 abzuziehen, und zum hier bleibenden Reste die entsprechende Zahl in den logarithmischen Tafeln (von Vega) nachzuschlagen, so giebt dieselbe den gesuchten Flächeninhalt.

Die weitere Berechnung des vorigen Beispiels geschieht demnach von № 5 an, mit Logarithmen wie folgt:

$$
\begin{aligned}
\text{Es ist log. } 87,5 &= 1,9420081 \\
\text{„ } 7,3 &= 0,8633229 \\
\text{„ } 30,5 &= 1,4842998 \\
\text{und „ } 49,7 &= 1,6963564 \\
\hline
\text{folglich log. P.} &= 5,9859872 \\
\hline
\text{daher } \sqrt{P} &= \frac{5,9859872}{2} \\
&= 2,9929936 \\
\text{hiervon ab log. } 4 &= 0,6020600 \\
\hline
\text{giebt log. } \frac{\sqrt{P}}{4} &= 2,3909336,
\end{aligned}
$$

und weil nun zu diesem Logarithmen in den Tafeln die Zahl 245,99 gefunden wird, so folgt, daß die Fläche des $\triangle$s abc, wie vorhin 245 $\square^0$ 99 $\square'$ 2c. enthält.

2) Berechnung eines Dreiecks **abc** (Fig. 4) aus dessen Grundlinie und Höhe.

Auflösung. Da, wie bekannt, der Inhalt jedes Dreiecks gleich ist dem halben Produkte aus seiner Grundlinie und Höhe, so ist, wenn man die Fläche desselben durch **F**, die Grundlinie (Basis) durch β, und die Höhe durch **h** bezeichnet, $F = \frac{\beta h}{2}$

hieraus folgt durch Reduktion, daß $h = \frac{2F}{\beta}$

und $\beta = \frac{2F}{h}$

Z. B. Wieviel Quadratruthen enthält ein Dreieck, dessen Grundlinie 295° 7′, und dessen Höhe 4° 7′ 8″ gefunden wird?

Auflösung. Nachdem man Grundlinie und Höhe auf einerlei Benennung gebracht hat, erhält man für die gesuchte Fläche F = 29570 × 478

```
  29570 × 478
  -----------
  118280..
  ..236560
  .206990.
  -----------
2|14134460 □″ 7067230 □″.
```

Der gesuchte Flächeninhalt ist demnach 706□° 72□′ 30□″.

Diese letztere Regel zur Berechnung des Flächeninhalts eines Dreiecks auf dem Felde setzt voraus, daß von der gegenüberliegenden Spitze eine Senkrechte oder Normale auf die Grundlinie gefällt und gemessen werden muß; es gehört aber mit zu den schwierigen Operationen, auf dem Felde von einem außerhalb einer Linie gegebenen Punkte eine Senkrechte auf diese Linie zu fällen, und diese Senkrechte wird um so unzuverlässiger, je weiter der Punkt von der Linie entfernt liegt. Will man aber die Senkrechte dadurch bestimmen, daß man das Dreieck mittelst der gemessenen 3 Seiten verzeichnet, und nun die erforderliche Senkrechte auf dem Papiere fällt, und ihre Länge nach dem bei der Verzeichnung gebrauchten Maaßstabe mißt, so wird die

Genauigkeit doch immer von der Richtigkeit der entworfenen Zeichnung und des gebrauchten Maaßstabes, also überhaupt von mehreren Zufälligkeiten abhängen, die man jedoch stets gern vermeidet; und aus diesem Grunde verdient die Inhaltsberechnung aus den 3 gemessenen Seiten des gegebenen Dreiecks den alleinigen Vorzug.

Noch verdient bemerkt und beachtet zu werden:

a) daß sich jede noch so vielseitige Figur in Dreiecke durch gezogene Diagonallinien (welche aber einander nicht durchkreuzen dürfen) zerlegt und mittelst derselben immer auf's Genaueste berechnet wird, indem man diese Dreiecke summirt.

b) Berechnet man den Flächeninhalt eines $\triangle$s nach mehreren andern Methoden, als der allein zuverlässigsten aus seinen 3 Seiten, so wird man fast immer andere Resultate erhalten.

c) Die 2te der obigen Formeln,: $h = \frac{2F}{\beta}$, besagt; daß man die Höhe eines Dreiecks findet, wenn man den doppelten Flächeninhalt desselben durch die Länge der Grundlinien theilt; und die 3te Formel: $\beta = \frac{2F}{h}$ enthält die Regel: daß man die Länge der Grundlinie eines Dreiecks findet, wenn man die doppelte Fläche des Dreiecks durch die Höhe desselben dividirt.

d) Enthält das zu vermessende dreiseitige Grundstück einen stumpfen Winkel, — was leicht zu erkennen ist — so wird immer die demselben gegenüber liegende Seite als Grundlinie angenommen, und dann nach No. 2 verfahren.

Zusatz.

Man hat ein durch Rechnung begründetes zuverlässiges Verfahren, um von der Spitze eines Dreiecks (oder einem Punkte außerhalb einer Linie) eine Senkrechte auf die der Spitze (oder dem Punkte) gegenüberliegende Linie (Basis) zu fällen.

Soll nämlich von der Spitze a des Dreiecks abc (Fig. 4) eine Lothrechte auf die Grundlinie bc gefällt werden, so kann man, wenn die drei Seiten ab, bc und ac gemessen sind, den Werth des Stückes bd der Grundlinie, welches die Senkrechte ad von c aus abschneidet, wie folgt: berechnen:

Man addire die Quadrate der beiden Seiten bc und ac welche die Spitze c einschließen, und ziehe von ihrer Summe das Quadrat der gegenüberliegenden Seite ab ab. Wird der hierdurch erhaltene Rest noch durch die doppelte Basis bc dividirt, so giebt der Quotient die in Ruthen, Fußen, Zollen ꝛc. ausgdrückte Länge des aus c abzumessen den Stückes cd.

Schneidet man nun auf bc, von c aus das so eben durch Rechnung gefundene Stück von c bis d ab, so ist ad die gesuchte Senkrechte, welche nun zur Inhaltbestimmung des gegenenen Dreiecks nachgemessen werden muß. Es sind übrigens bei Anwendung dieser praktischen Regel folgende drei Fälle zu unterscheiden, nämlich:

1) Findet man bei der Berechnung die Summe der Quadrate von ac und bc zusammengenommen größer als das Quadrat der dritten Seite ab, so hat das zu berechnende Dreieck bei c einen spitzen Winkel, und man muß daher das gemessene Stück von c aus nach b zu, abschneiden. Z. B. Wenn $bc = 19^\circ\ 6'$; $ac = 16^\circ$, und ab nur 10° hielt, so ist $bc^2 = 19{,}6 \times 19{,}6 = 384{,}16$
und ac^2 $16{,}0 \times 16{,}0 = 256{,}00$
also $bc^2 + ac^2 = 640{,}16$
hiervon subtrahirt $ab^2 = 10{,}0^2 = 100{,}00$
bleibt 540,16

Theilt man diesen Rest durch $2 \times bc = 19{,}6.2 = 39{,}2$ so erhält man für $cd = \frac{540{,}16}{39{,}2} = 13{,}8 = 13^\circ\ 8'$.

Man mißt also von c aus nach b zu genau 13° 8′ ab, so bezeichnet da die noch zu messende Senkrechte.

2) Wenn die Summe der Quadrate von a c und b c zusammengenommen eben so groß ist, als das Quadrat der dritten Seite a b, so hat das Dreieck bei c einen rechten Winkel, und das von c aus abzuschneidende Stück ist = 0, nämlich es ist dann a c selbst die Senkrechte.

Z. B. Es sei b c = 15°: a c = 8° und a b = 17°,

so erhält man für $bc^2 = 15^2 = 225$
und für $ac^2 = 8^2 = 64$
folglich $bc^2 + ac^2 = 289$
hiervon ab $ab^2 = 17^2 = 289$
geht auf,

daher ist das Dreieck a b c bei c rechtwinklicht, und man braucht dann für diesen Fall nur die Grundlinie b c mit der Höhe a c zu multipliciren (hier also 15 mit 8) und von diesem Produkte = 90, die Hälfte zu nehmen, also $\frac{90}{2} = 45$, so erhält man den Flächeninhalt des △ a b c = 45 □°.

3) Wenn aber die Summe der Quadrate von a c und b c zusammengenommen kleiner als das Quadrat von a b ist, so folgt, daß das Dreieck bei c einen stumpfen Winkel enthält, und man muß daher für diesen Fall das durch Rechnung erhaltene Stück c d, von c aus auf der verlängerten Linie b c abschneiden, wie man aus der Fig. 4, ersieht.

Wenn daher z. B. b c = 11° 3′; a c = 10° 8′ und a b = 20° hielt, so erhält man für

$bc^2 = 11{,}3 \times 11{,}3 = 127{,}69$
$ac^2 = 10{,}8 \times 10{,}8 = 116{,}74$
folglich für $bc + ac^2 = 244{,}33$
hiervon ab $ab^2 = 20^2 = 400{,}00$
geht nicht;

man muß also umgekehrt die obere Summe 244,33 von der unteren = 400,00 abziehen, wodurch ein Rest erhalten wird = 155,67; diesen der Vorschrift gemäß noch dividirt

durch $2 \times bc = 2 \times 11{,}3 = 22{,}6$; giebt der Werth von $cd = \frac{155{,}67}{22{,}6} = \frac{15567}{2260} = 6{,}9 = 6^\circ\ 9'$ welche aber hier von c nicht nach b, sondern in der verlängerten bc von a aus abgezählt werden müssen, worauf ad (Fig. 4.) die gesuchte Senkrechte sein wird.

§. 15.

3) Den Inhalt jedes **Quadrates** findet man, wenn die Länge einer seiner Seiten mit sich selbst multiplicit wird, wobei jedoch der Bequemlichkeit der Rechnung wegen zu beachten ist, daß man die Länge der Quadratsseite, stets, (wenn sie z. B. Ruthen, Fuße, Zolle und Linien enthält,) in ihrer kleinsten Längenbenennung ausdrückt, und diese dann mit sich selbst multiplicirt. Z. B.

Wie groß ist der Flächeninhalt eines in einem, vollständigen Quadrate angelegten Gartens abcd (Fig. 5.) wovon jede Seite $4^\circ\ 2'\ 3''$ und $8'''$ hält?

Antwort. $4238''' \times 4238''' = 17\square^\circ\ 96\square'\ 6\square''\ 44\square'''$.

denn 4238 × 4238

```
        ..8476..
        16952...
        ...33904
        ..12714.
   = 17960644□‴=17□°96□′6□″44□‴.
```

§. 16.

4) Den Flächeninhalt eines länglichten rechtwinklichten Vierecks oder sogenanten Parallelograms abcd (Fig. 6. oder 7.) findet man, wenn man die Länge mit der Breite, also die Grundlinie dc mit der Höhe bc multiplicirt, wobei jedoch — wie schon weiter oben bemerkt — darauf gesehen werden muß, daß man zuvor die Grundlinie und Höhe in einerlei Längenbenennung ausdrücke, z. B.

Wieviel beträgt der Flächeninhalt eines in Form eines rechtwinklicht-länglichten Parallelograms angelegten Hopf-

gartens, abcd, dessen Grundlinie 18° 2′ und dessen Höhe 6° 3″ beträgt?

Antwort. 109□° 74□′ 60□″;
denn: 18° 2′ × 6° 4″ = 1820″ × 603″

...5460
10920..

also die Fläche = 1097460 □″ = 109□° 74□′ und 60□″.

§. 17.

5) Hat aber irgend ein zu vermessendes Grundstück genau die Form eines Rhombus (gleichseitig = schiefwinklichten Parallelogrammes abcd (Fig. 8.), oder eines Rhomboides (länglicht = schiefwinklichen Parallelogramms cbcd, Fig. 9), so muß man a) entweder, auf die Grundlinie eines solchen aus der Spitze des ihr gegenüberliegenden stumpfen Winkels eine Normale (Höhe) fällen, wie es in Fig. 8. aus b auf cd; und in (Fig. 9.) aus a auf cd geschehen ist, hierarf diese Höhe mit der Grundlinie wie in №. 4. multipliciren; Oder: b) Da dieß auf dem Felde nicht immer wohl thunlich ist, so zieht man es vor, in Fig. 8. die Diagonale bc und die beiden Seiten bd und cd; in Fig. 9. aber die Diagonale bc und die zwei Seiten bd und dc zu messen, aus denselben, nach №. 1.. das sie bildende Dreieck dem Inhalte nach zu berechnen, und denselben hierauf doppelt zu nehmen, so zeigt das hier erhaltene Produkt den gesuchten Flächeninhalt des Rhombus oder Rhomboides auf's Genaueste an. — Oder endlich c) wenn es nicht auf einige Quadratzolle ankömmt, so kann man auch, nach dem das △ bdc (Fig. 8.), sowie das △ adc (Fig. 9.) aus seinen 3 gemessenen Seiten mittelst guter Instrumente möglichst genau auf das Papier getragen ist, hier die die Höhen aβ und bα fällen, diese auf demselben Maaßstabe messen, und hierauf wie in №. 4. verfahren; so giebt 2 △ bcd = abdc (Fig. 8.), und 2 △ adc = abdc (Fig. 9.).

§. 18.

6) Den Flächeninhalt eines Parallel-Trapezes (d. h. eines Vierecks mit nur zwei einander parallelen Seiten) findet man, wenn die Summe der Längen beider einander parallelen Seiten mit der zwischen ihnen befindlichen Höhe multiplicirt, und vom Produkte die Hälfte genommen wird; nämlich: ist abcd Fig. 10. ein Paralleltrapez und ab $\#$ dc, so ist der Flächeninhalt von $abcd = \frac{(ab + dc)\,\alpha\beta}{2}$; denn es ist $\triangle\, adc = \frac{dc \times \alpha\beta}{2}$

und $\triangle\, abc = \frac{ab + \alpha\beta}{2}$

folgl. $\triangle\, adc + \triangle\, abc = abcd = \frac{dc \times \alpha\beta}{2} + \frac{ab \times \alpha\beta}{2}$

$= \frac{dc + \alpha\beta + ab + \alpha\beta}{2} = \frac{(dc + ab)\,\alpha\beta}{2}$

Z. B. Wieviel Quadratruthen ꝛc. Fläche enthält die vordere Seite eines Dammes, welcher, die Form eines Paralleltrapezes hat, wenn die senkrechte Breite ($\alpha\beta$) dieses Dammes 1° 6″, die Grundlinie dc desselben aber 49° 7′ 2″, und die derselben parallele obere Seite ab = 31° 7′ 4″ = mißt?

Berechnung.

$$\begin{aligned} \text{Da } dc &= 49^\circ\ 7'\ 2'' = 4972'' \\ \text{und } ab &= 31^\circ\ 7'\ 4'' = 3174'' \\ \hline \text{so ist } dc + ab &= 8146'' \end{aligned}$$

und $\frac{(dc + ab)\,\alpha\beta}{2} = \frac{8146 \times 106}{2} = \frac{4073 \times 106}{1}$

$= 431738$ Quadratzoll $= 43\square^\circ\ 17\square'\ 38\square''$.

§. 19.

7) Den Flächeninhalt eines jeden unregelmäßigen Vierecks (Trapezoides) abcd Fig. 11. zu ermitteln.

Auflösung. 1) Man zerlegt es durch die Diagonallinie bd in die beiden Dreiecke abd und bcd, mißt sodann

die 4 Seiten ab, bc, cd und ad, hierauf auch noch die Diagonale bd, berechnet nun die beiden Drelecke aus ihren drei Seiten, und addirt endlich ihren Flächeninhalt zusammen, so giebt die hier gefundene Summe den gesuchten Flächeninhalt des Vierecks abcd. Findet man z. B.

die Fläche des $\triangle A = 47 \square^{\circ}\ 28 \square'\ 7 \square''$
und „ „ „ $\triangle B = 68 \square^{\circ}\ 19 \square'\ 56 \square''$
so beträgt die Fläche $= \triangle A + \triangle B = 115 \square^{\circ}\ 47 \square'\ 63 \square''$
von abcd

Auflösung. 2) Man verwandle das Viereck abcd, (Fig. 12.) nachdem seine 4 Seiten nebst der Diagonole gemessen und darnach verzeichnet worden, in das gleich große $\triangle$ abγ, indem man zu diesem Entzwecke durch die Winkelspitze c zur Diagonale bd die $\alpha\beta$ $\#$ (d. h. parallel) zieht, hierauf die Seite ad so weit verlängert, bis sie die Parallele $\alpha\beta$ in γ trifft, und endlich die gerade Linie bγ zieht, so ist aus den Anfangsgründen der Geometrie bekannt, daß $\triangle$ bcd $= \triangle$ bγd
und $\triangle$ abd $= \triangle$ abd
folgl. auch $\triangle$ abd $+ \triangle$ bcd oder Viereck abcd $=$ $\triangle$ abd $+ \triangle$ bγd oder $= \triangle$ abγ.

Mißt man nun die 3 Seiten des $\triangle$ abγ nach demselben Maaßstabe, nach welchen man das verwandelte Viereck abcd verzeichnet, und berechnet aus denselben die Fläche des $\triangle$ abγ, so ist die so gefundene Fläche gleich der des Vierecks abcd. — Daß man aber auch die Fläche des $\triangle$ abγ aus seiner Grundlinie und genau verzeichneten und gemessenen Höhe — nur nicht mit derselben — berechnen kann, versteht sich von selbst.

§. 20.

8) Jede, noch so irregulaire, vielseitig- geradlinigte Figur, z. B. wie abcdefghi (Fig. 13.) ihrem Inhalte nach zu berechnen.

Auflösung. 1) Man zerlege sie durch ihre, sich aber nicht durchkreuzenden Diagonallinien in lauter Dreiecke (hier also durch die Diagonalen bi, ic, ch, cg, dg, ge in die Dreiecke (A,B,C,D,E,F und G), berechnet die Fläche eines jeden dieser Dreiecke (versteht sich nachdem man die Umfangslinien der Figur, so wie ihre Diagonalen gemessen hat,) und summirt endlich den Flächeninhalt aller dieser Dreiecke, so giebt deren Gesammtbetrag den gesuchten Flächenraum der gegebenen vielseitige Figur (hier von abcdefghi).

Auflösung. 2) Weit schneller kömmt man zum Ziele, wenn man die mit möglichster Genauigkeit aufgetragene vielseitig- geradlinigte Figur in ein Dreieck verwandelt, und die Fläche desselben dann entweder aus seinen 3 Seiten, oder aus dessen Grundlinie und Höhe berechnet, so wird der gefundene Rauminhalt des erhaltenen Dreiecks zugleich auch der der gegebenen vielseitigen Figur seyn.

So z. B. wird die geradlinigte 9-seitige Figur (Fig. 13.) wie folgt in das derselben entsprechende Dreieck $\delta\mu\omega$ (Fig. 17.) verwandelt:

1) Man schafft die beiden einspringenden Winkel bcd und fgh weg, indem man

a) um den Winkel bcd fortzuschaffen, die Winkelspitzen b und d (siehe Fig. 14.) durch eine punktirte gerade Linie bd verbindet, und zu derselben durch die hinwegzuschaffende Ecke c die punktirte Parallele cα legt, und dann bα zieht, so ist hierdurch die 9-seitige Figur abcdefghi in die 8-seitige abαefghi verwandelt.

b) um den einspringenden ∟ fgh fortzuschaffen, verbindet man die beiden Winkelspitzen f und h durch eine gerade punktirte Linie fh, legt zu derselben durch die hinwegzuschaffende Ecke g, die punktirte Parallele gβ, und zieht dann hβ, so ist dadurch die 8-seitige Figur abαefghi in die 7-seitige abαeβhi verwandelt.

2) Hierauf schafft man aus der 7-seitigen Figur ab $\alpha e \beta h i$ (Fig. 15.) die beiden auswärtsspringenden Ecken oder Winkel bai und $\alpha e \beta$ wie folgt, fort:

c) Man legt durch den fortzuschaffenden Winkelpunkt a, zu b i eine punktirte Parallele, verlängert die Linie, αb bis sie die Parallele in δ trifft, und zieht dann δi, so ist die 7-seitige Figur $ab\alpha e\beta hi$ in die 6-seitige Figur $\delta\alpha e\beta hi$ verwandelt.

d) Ferner legt man durch den hinwegzuschaffenden Winkelpunkt e eine punktirte Parallele zu $\alpha\beta$, verlängert dann die Linie $h\beta$, bis sie diese Parallele in γ trifft, und zieht dann $\alpha\gamma$, so ist dadurch die 6-seitige Figur $\delta\alpha e\beta hi$ in die 5-seitige $\delta\alpha\gamma hi$ (Fig. 16.) verwandelt.

3) Aus dieser 5-seitigen Figur schafft man nun die Ecken oder Winkel bei α und i fort, indem man

e) eine Parallele durch α zu $\delta\gamma$ legt, hierauf die $h\gamma$ (siehe Fig. 16.) so weit verlängert, bis sie die Parallele durch α, in ω trifft, worauf man die Linie $\delta\omega$ zieht, so ist hierdurch das Fünfeck $\delta\alpha\gamma hi$ in das Viereck $\delta\omega hi$ verwandelt.

f) Legt man endlich durch den Winkelpunkt i (Fig. 16.) zu δh eine Parallele, verläugert die Linie γh bis sie die Parallele durch i in μ trifft, und zieht noch $\delta\mu$ so hat man das Viereck $\delta\omega hi$, und somit auch das Neuneck (oder die 9-seitige Figur) abcdefghi in das Dreieck $\delta\mu\omega$ (Fig. 16. und 17.) verwandelt.

Berechnet man nun die Fläche dieses Dreiecks entweder aus seinen 3 Seiten, oder aus seiner Grundlinie $\delta\omega$, und seiner Höhe $\mu\varrho$, so giebt sein Flächeninhalt zugleich den der Figur abcdefghi, wobei jedoch zu berücksichtigen ist, daß die Fläche eines Dreiecks, aus seinen 3 Seiten berechnet, bis auf Quadratzolle, vollkommen genau gefunden wird.

Auflösung. 3) Soll der Flächeninhalt einer geradeausgehenden, vielseitig-geradlinigten Figur gefunden werden,

so theilt man eine solche — wie hier die 12=seitige Figur abcdefghiklm — durch eine sogenannte Abcissenlinie $\alpha\beta$ in zwei Abtheilungen, (siehe Fig. 18.), errichtet sodann vom obersten Winkelpunkte der Figur, welches hier b ist, eine Senkrechte bn auf die Hauptabtheilungslinie $\alpha\beta$, und verlängert diese senkrecht bn, bis sie die Figur auf der anderen Seite, hier zwischen l und m in 1 eintrifft. Zu dieser verlängerten Senkrechten bn legt man hierauf durch alle übrigen Punkte der zu berechnenden Figur Parallellinien, welche die Figur ebenfalls zu beiden Seiten treffen müssen, wie es an den verlängerten Senkrechten (die man in Bezug auf die Abcissenlinie $\alpha\beta$, Ordinaten nennt) deutlich zu ersehen ist. Auf diese Weise wird eine solche Figur bis auf ein oder zwei Dreiecke in lauter Paralleltrapeze abgetheilt. So z. B. erhält man in Fig. 18. ein Dreieck, mit №. I bezeichnet, und 8 Paralleltrapeze, №. II, III, IV, V, VI, VII, VIII und IX. Wird nun der Flächeninhalt dieser 9 Abtheilungen nach den oben mitgetheilten Regeln berechnet, und diese Flächenresultate zusammen addirt, so giebt ihre Summe den Gesammtflächeninhalt der ganzen Figur, hier also Fläche I + II + III + IV + V + VI + VII + VIII + IX = der Fläche von abcdefghiklm.

Die zwischen je zwei Parallellinien befindliche Senkrechte, ist jedesmal dieses Trapezes Höhe. So ist die Höhe des Trapes IX, die Senkrechte αn, vom Trapeze №. VIII, ist no dessen Höhe; vom Trapeze №. VII ist op die Höhe, vom Trapeze №. VI ist pq die Höhe u. s. f.

Diese Art der Berechnung hat vor der Triangelberechnung den Vorzug, daß man mittelst ersterer im Stande ist, zu bestimmen, wieviel Quadratruthen ꝛc. in einem gewissen Abschnitte oder Theile der Figur enthalten sind. So z. B. liegen vom Trapeze №. IX bis zur Linie d4, 149 □° + 38 □° 4 □′ + 79 □° 13 □′ + 81 □° 22 □′ + 45 □° 36 □′ = 392 □° 75 □′.

Sollten nun Jemanden von der ganzen Figur z. B. 380 □° zugetheilt werden, so kann man ihm schon vorläufig sagen, daß sein Antheil von α aus nicht ganz bis d 4 reichen werde, und daß von dieser Linie an gerechnet, noch $392\frac{3}{4}$ □° — 380 □° = 12 □° 75 □′ zurück gemessen werden müssen.

Die Inhaltsbestimmung irregulairer krummlinigter Figuren, z. B., der Wälder, Wiesen, Ackerstücke und dergleichen wird weiter unten gehörigen Orts gelehrt werden.

Praktische Uebungs-Aufgaben.

§. 21.

Jemanden werde verstattet, sich auf einem öffentlichen Anger einen Platz von 15 Morgen abzumessen, und darauf einen Garten anzulegen, er aber wünscht diesen Garten in der Figur eines vollkommenen Quadrates zu sehen. Wie lang muß demnach jede Seite dieses Quadrates werden?

Auflösung. Nimmt man hier den Morgen zu 180 □°, so betragen 15 Morgen, 180 × 15 = 2700 □°. Man hat daher:

$$\sqrt{27|00} \ \square° = 51° \ 9' \ 6''$$

```
           5² =  25 . .
  2 × 5 = 10 |  20
             |  10
                100
         1² =     1
2 × 510 = 1020′ |9900 □′
                |9180
                  720
         9² =      81
2 × 5190″ = 10380 |63900 □″
                  |62280
                    1620
         6² =         36
       Rest =       1584 □″
```

Bis jetzt hat man 51° gefunden; da aber noch 99 □° übrig bleiben, so zeigt dies an, daß dem abzusteckenden Quadrate noch 99 □° fehlen würden, wenn man jede Seite desselben nur 51° lang machen würde; man muß daher die Wurzelausziehung fortsetzen. Man verwandelt zu dieser Absicht die 99 □° durch das Anhängen zweier Nullen in Quadratfuße, und muß daher, um durch die Division Längenfuße zu erhalten, die 51° in Fuße verwandeln, und mit

dem Doppelten davon, also mit $2 \times 510' = 1020'$ in $9900 \square'$ dividiren, was $9'$ giebt. Nachdem das Quadrat von $9' = 81 \square'$ von den $720 \square'$ abgezogen sind, muß man den Rest von $639 \square'$ durch das Anhängen von 2 Nullen ferner in Quadratzolle verwandeln, und dieselben durch Längenzolle theilen, und zwar durch das zweifache der bisher gefundenen in Zolle verwandelten $51^\circ\ 9'$, welche $5190 \times 2 = 10380$ Zolle geben, damit man Längen-Zolle in der Wurzel erhält.

Der zuletzt bleibende Rest von $1584 \square''$ enthält noch $15 \square'\ 84 \square''$; um soviel Flächenraum würden dem abgesteckten Quadrate fehlen, wenn man jede Seite desselben nur $51^\circ\ 9'\ 6''$ lang machen würde; man kann daher immer jede Seite 1 Zoll länger nehmen, was im Ganzen $27008809 \square''' - 27000000 \square''' = 8869 \square''' = 88 \square''$ und $9 \square'''$ an Fläche mehr betragen würde, ein Unterschied, der in diesen Fällen nicht in Betracht kommen kann, und doch ein schärferes Resultat giebt.

2) Jemand besitzt einen Garten, welcher ein völliges Oblongum bildet, und es ist dieser Garten $28^\circ\ 5'$ lang, und $8^\circ\ 6'$ breit. Wenn nun dem Eigenthümer erlaubt ist, sich dafür ein eben soviel Fläche haltendes quadratförmiges Stück zumessen zu lassen, so fragt sich's, wie lang wird jede Seite dieses Quadrates werden müssen?

Antwort. $\sqrt{(28^\circ\ 5' \times 8^\circ\ 6')} = 15^\circ\ 6'\ 6''$ (beinahe); denn $28^\circ\ 5' \times 8^\circ\ 6' = 285'' \times 86' = 24510 \square$ Fuß

daher: $\sqrt{2|45|10 \square'} = 156'\ 5''$ oder $15^\circ\ 6'\ 5''$.

```
             1² = 1 . .  . .
         1.2 = 2 | 1 4 .  . .
                 | 1 0 .  . .
                     4 5  . .
              5² =   2 5  . .
        2.15 = 30 |  2 0 1 .
                  |  1 8 0 .
                     2 1 0
              6² =     3 6
    2.1560 = 3120 | 1 7 4 0 0 □''
                  | 1 5 6 0 0
                      1 8 0 0
                  5² =    2 5
             Rest = 1 7 7 5 □''
```

Die Seite des abzusteckenden Quadrates muß also $15^\circ\ 6'\ 5''$ lang sein, und dann fehlen dem Quadrate noch $1775 \square'' = 17\tfrac{3}{4} \square'$.

Die Seite von $15^\circ\ 6'\ 5''$ viermal genommen, giebt den Umfang des Quadrates $62^\circ\ 6'$. Der vorige Umfang des Rechtecks ist $= 2 \times 28^\circ\ 5' +$

$2 \times 8^\circ\ 6' = 57^\circ + 17^\circ\ 2' = 74^\circ\ 2'$, hiervon den Umfang des Quadrates $= 62^\circ\ 6'$ subtrahirt, läßt $11^\circ\ 6'$ übrig, und um soviel würde also hierdurch an Umfange einer etwanigen Befriedigung erspart werden.

Auf dieselbe Weise lassen sich Dreiecke und alle übrigen Figuren in Quadrate verwandeln, wenn man sie ausrechnet, und dann aus ihrem Flächeninhalte die Quadratwurzel zieht, und, je nachdem es verlangt wird, oder es die Umstände verstatten, bis auf Zolle fortrechnet.

3) Es sei z. B. ein Trapez von 1699 □° 47 □′ Flächeninhalt in ein Quadrat zu verwandeln; wie groß wird jede Seite desselben genommen werden müssen?

Antwort. Nicht ganz 41° 2′ 2″; denn:

$\sqrt{1699\,□^\circ\ 47\,□'} = \sqrt{16|99|47\,□'} = 412'\ 2''$

$4^2 = 16 \ldots.$

$2 \times 4 = 8$ | 9..
| 8..
19

$1^2 = 1..$

$42 \times 2 = 84$ | 184.
| 168.
167

$2^2 = 4$

$4120 \times 2 = 8240$ | 16300 (um □″ zu erhalt.)
| 16480

fehlen 184 □″ oder 1 □′ 84 □″.

Sowie man nun ein Quadrat von bestimmter Fläche anzugeben weiß, so wird es noch leichter sein, ein Rechteck von gegebenem Inhalte zu verzeichnen und abzustecken; denn da man weiß, daß sein Inhalt jedesmal = dem Produkte seiner Länge mit seiner Breite ist, so braucht man nur den Inhalt in 2 solche Faktoren zu zerlegen, durch welche der gegebene Flächeninhalt wieder (durch Multiplikation) erhalten wird. Z. B. 4) Es soll ein Stück Land von 288 □° als länglicht-rechtwinklichtes Viereck abgesteckt werden, wieviel Ruthen, Fuße und Zolle wird man die Länge und Breite dieses Rechtecks nehmen müssen?

Auflösung.

Hier könnte man die Seitenlängen beliebig wählen, nämlich entweder:

$144° \times 2 = 288$
$96° \times 3 = 288$
$72° \times 4 = 288$
$48° \times 6 = 288$
$24° \times 12 = 288$
u. s. w.

Kurz, jede zwei Zahlen, welche mit einander multiplicirt 288° geben, können als Längen- und Breiten angenommen werden. Ließe sich aber der gegebene Flächeninhalt nicht in zwei Faktoren zerlegen, die mit einander multiplicirt, den Flächeninhalt wiedergeben, so nimmt man willkürlich eine Zahl als Faktor (für die Länge oder Breite) an, nur darf sie — wie sich von selbst versteht — nicht eben so groß oder größer sein als die gegebene Inhaltszahl, und dividirt dann damit in den gegebenen Inhalt, so giebt der Quotient die Länge der andern Seite an. Z. B.

5) Ein Oblongum solle 193 □° enthalten, so nimmt man für die eine Seite desselben, wenn sie sonst nicht schon bestimmt ist, willkürlich z. E. 17° an, und dividirt nun 193 □° durch 17,

nämlich: 17 | 193 | 11° 3′ 5″
| 23 |
Rest = 6 × 10 (um Fuße zu erhalten)
17 | = 60
Rest = 9 × 10 (um Zolle zu erhalten)
17 | = 90
Rest = 5

Da 17° der größere Faktor ist, so nimmt man dieselben als Länge, den Quotienten 11° 3′ 5″ aber als Breite an. Multiplicirt man nun die gefundene Breitenlänge mit 17° = 1700″, so erhält man:

11° 3′ 5″ × 17° = 1135″ × 1700″
.7345
1929500 □″ = 192 □° 95 □′

und es fehlen also nur noch 5 □′, um 193 □° wieder zu erhalten.

Folgende Aufgabe — der vorigen ähnlich — kömmt sehr häufig in der Praxis vor, denn gewöhnlich ist von einem länglicht-rechtwinklichten Ackerstücke die Länge oder Breite schon gegeben oder bekannt, und man sucht die andere. Bei Ackermessungen ist jedesmal die Länge der Ackerstücke bekannt und unveränderlich, weil sie entweder durch Steine, Triften oder Wege bestimmt ist, die nicht verändert werden dürfen, und man sucht daher gewöhnlich ihre Breite, also die schmale Seite des Rechtecks. Z. B.

6) Ein Ackerstück in Form eines Oblongums, hält 2 Morgen an Fläche, und ist 98° 2′ lang; wie breit wird dasselbe sein müssen?

Berechnung. Wird der Morgen zu 180 □° angenommen, so betragen 2 Morgen = 180 × 2 = 360 □°, wofür man gleich, weil die eine Seite dieses Grundstücks bis auf Fuße angegeben ist, für die 360 □° in der Rechnung 36000 □ Fuße setzt; daher:

98° 2′ = 982′ in 36000 □′ = 36′ 6″ = 3° 6′ 6″.

```
              2946.
              ─────
               6540
               5892
             ──────
Rest    =      648 □′ =
982′ sind = 9820 | 64800 □″
                 | 58920
             ──────
Rest    =      5880 □″.
```

Man gebe diesem Ackerstücke also eine Breite von 3° 6′ 6″, und 588 □″ gehen, wie der Rest zeigt dabei verloren, wenn man nicht dieser Kleinigkeit wegen die Rechnung bis auf Linien fortsetzen will.

7) Ein Forst-Departement giebt einem ihrer Förster auf, eine Eichelpflanzung (oder Eichelgehege) von 18 Morgen Fläche (à 180 □°) anzulegen, und es findet sich, daß dieses Gehege 163° 7′ lang sein könne; es fragt sich daher: a) Wie breit wird dasselbe werden, und b) wie groß wird der Umfang desselben sein, wenn die Anlage ein Rechteck werden soll?

Berechnung. 18 Morgen enthalten: 18 × 180 = 3240 □°, oder weil die Länge des Geheges bis auf Fuße bestimmt ist, = 324000 □°. Man hat daher:

163° 7′ in 18 Morgen, oder:

```
1637 in 324000 | 197′ 9″ = 19° 7′ 9″
        1637..
        16030.
        14733.
         12970
         11459
          15110 (um den Rest v. 11511 □′ in □″
          14733              zu erhalten).
Rest =     377 □″.
```

Man muß daher dem Eichelkampe 19° 7′ 9″ Breite geben, und was seinen Umfang betrifft, so ist er zwei Mal der Länge und 2 mal der Breite, oder der doppelten Summe der Länge und Breite gleich; hier also = 2 × (163° 7′ + 19° 7′ 9″) = 2 (183° 5′) = 367°, wenn die 9″ einschließlich dem Reste für 1′ gerechnet werden, was hier unbeschadet geschehen kann.

Da man eines Dreiecks Flächeninhalt außer aus seinen drei Seiten noch auf folgende drei Arten bestimmen kann, nämlich:

a) durch das halbe Produkt aus seiner Grundlinie und Höhe;
b) „ „ Produkt der halben Grundlinie mit der Höhe u.
c) „ „ Produkt der halben Höhe mit der Grundlinie,

so kann mittelst der einen oder der anderen dieser drei letzteren Methoden nun auch folgende Aufgabe gelös't werden:

8) Man soll über der Linie ab (Fig. 19.) ein Dreieck abstecken oder verzeichnen, welches einen Flächeninhalt von 356 □° haben soll. Die Linie ab als Grundlinie oder Basis mißt 25° 8′. Es fragt sich daher welche Höhe dieses Dreieck erhalten muß?

Auflösung. Weil sich hier die gegebene Grundlinie ab = 25° 8′ genau halbiren läßt, so bedient man sich hier zur Lösung dieser Aufgabe der Regel sub b) und dividirt hiernach mit der halben Grundlinie $\frac{25°\ 8'}{2} = 12°\ 9'$ in den bestimmten Flächeninhalt von 356 □°, oder, weil dieselbe Grundlinie auch noch Fuße enthält, mit 129′ in 35600 □′, und erhält durch diese Division 27° 6′ als Höhe des abzusteckenden oder zu verzeichnenden Dreiecks, denn:

129'|3 5 6 0 0 □'|276, = 27° 6'.
  2 5.8 . .
    9 8 0 .
    9 0.3 .
      7 7 0
      7 7 4
        4 □' zuviel

In dieser Weite von 27° 6' errichtet man in irgend einem Punkte der Grundlinie a b eine Senkrechte, und verbindet das oberste Ende dieser Senkrechten, d, mit den beiden Endpunkten a und b der gegebenen Grundlinie a b, so ist das so entstehende △ a b d um 4 □' größer als der bestimmte Inhalt von 356 □°, was jedoch nicht in Betracht kommen kann:

Die halbe Grundlinie war 129', daher 129' × 276' (gefundene Höhe), giebt 35604 □' = 356 □° 4 □' zum Produkte, welche 4 □' sich auch bei der Division als zuviel ergeben; Legt man durch den Punkt d zur Grundlinie a b die unbegränzte Linie $\alpha\beta$ paralell, so kann man jeden Punkt z. B. γ, mit den Endpunkten a und b der Grundlinie a b verbinden, und erhält so, nach den Elementen der Geometrie ein eben so großes Dreieck wie vorhin, so daß also △ a b d = △ a b γ = 356 □° 4 □' ist.

Wäre aber das Maaß der Grundlinie nicht genau durch 2 theilbar, so verwandelt man a) entweder durch das Anhängen einer Null den Divisor in die nächst niedere Längenbenennung, drückt in gleichnamigen Flächenmaaße den Dividenden oder gegebenen Inhalt des Dreiecks aus, und theilt denselben hierauf durch die Hälfte des Divisors; oder b) man läßt den Divisor (die Länge der Grundlinie) ungeändert, und dividirt mit demselben in den doppelten Flächeninhalt des zu bestimmenden Dreiecks;

Wäre z. B. die Grundlinie statt 25° 8', dafür 25° 7' lang, so steht die Rechnung für

a) $\frac{2570''}{2}$ in 3560000 □''
oder = 1285 in 3 5 6 0 0 0 0|2720''
  2 5.7 5 . . . |= 27° 7'
    9 9 0 0 . .
    8 9 9 5 . .
      9 0 5 0 .
      8 9 9 5 .
Rest = 5 5 0 □''

b) 257 in 35600 □' × 2
od. 257 in 7 1 2 0 0 □'|277'
  5 1 4 . . | =
    1 9 8 0 .   26° 7'
    1 7 9.9 .
      1 8 1 0
      1 7 9.9
Rest = 1 1 □'

Die in irgend einem Punkte der Grundlinie ab zu errichtende Höhe muß also bei einer Basis von 25° 7′, jetzt 27° 7′ lang sein, und es wird alsdann das zu bestimmende Dreieck a b d oder a b γ um 6 $\square'$ zu klein,

denn: $\frac{25^\circ\, 7' \times 27^\circ\, 7'}{2} = \frac{257' \times 277'}{2} = \frac{71189\, \square'}{2} =$

$35594\, \square' = 355\, \square^\circ\; 94\, \square'$,

folglich $356\, \square^\circ - 355\, \square^\circ\; 94\, \square' = 6\, \square'$ zu klein.

Wenn man einen Divisor verdoppelt, so ist er im Dividenden, wie sich von selbst versteht, auch nur halb so viel Mal enthalten, und es wird der Quotient daher auch nur halb so groß erhalten; so z. B. geht 4 in 16, 4 mal, daher muß der doppelte Divisor $4 \times 2 = 8$, in 16 auch nur $\frac{4}{2} = 2$ mal enthalten sein, wie dem auch wirklich so ist.

Theilt man daher nicht mit der halben, sondern mit der ganzen gegebenen Länge der Grundlinie in den Flächeninhalt eines Dreiecks, so bekömmt man nach b) auch nur die halbe Höhe des gesuchten Dreiecks, und bildet man aus der so erhaltenen halben Höhe und ganzen Grundlinie ein Dreieck, so wird der Flächeninhalt desselben nur halb so groß als der gegebene sein.

Es sei der Flächeninhalt eines zu bildenden Dreiecks wieder $356\, \square^\circ$, und die Grundlinie desselben 25° 8′, dividirt man nun geradezu $356\, \square^\circ = 35600\, \square'$ durch 258′, nämlich:

258 in 35600 $\square' = 138' = 13^\circ\; 8'$
258.
980
774
2060
2064
fehlen 4 $\square'$

so erhält man die Hälfte von den vorigen 27° 6′, nämlich 13° 8′; und ein Dreieck nach dieser Höhe verzeichnet (mit beibehaltener Grundlinie) giebt nur $\frac{35504\, \square'}{2} = 177\, \square^\circ$ $52\, \square'$ Fläche, denn: $\frac{258' \times 138'}{2} = \frac{35504}{2} = 17752\, \square'$ $= 177\, \square^\circ\; 52\, \square'$, also nicht ganz $178\, \square^\circ$.

Berechnung der Kreisfläche, des Kreis-Ringes, des Kreisausschnittes, des Kreisabschnittes und der Grade eines Kreisbogens. rc.

§. 22.

Vollkommen zirkelrunde Flächen kommen nur höchst selten, vielleicht gar nicht in der Forst- und Feldmeßkunst vor; indessen hat doch die Ausrechnung des Kreises ihren großen Nützen, und ist in manchen praktischen Fällen, die nicht geradezu die gewöhnliche Feld- und Forstmesserei betreffen, von großer nutzbarer Anwendung. Hiernach ist es dann auch erforderlich, zu wissen, wie der quadratische Inhalt einer zirkelrunden Fläche gefunden wird.

So wie man alle geradlinigen Figuren von noch soviel Seiten durch Diagonallinien in Dreiecke zerlegen und durch letztere ausrechnen kann, so ist dieß auch bei dem Kreise, als einer aus unendlich viele Seiten und Winkel haltende Figur, möglich.

Es sei z. B. der Kreis K (Fig. 20.) gegeben, so zieht man eine Linie bc, welche genau so lang ist, als die Umfangslinie des Kreises K, errichtet dann an dem einen Endpunkte — hier in c — eine dem Radius gleich große Senkrechte ca auf, und zieht dann die gerade Linie ab, so ist das Dreieck abc an Flächenraum eben so groß, als der gegebene Kreis K. (Siehe Fig. 21.)

„Des Kreises Inhalt wird also gefunden, „wenn man die Peripherie (Umfangslinie des Krei„ses) bc, mit dem Radius multiplicirt, und von „diesem Produkte die Hälfte nimmt".

Auf die Frage: woher man so genau die Länge des Umkreises (oder der Peripherie) weiß, und nach welchem Maßstabe man dieselbe mißt, da sie doch keine gerade, sondern eine krumme Linie (Curve) ist? Diese Linie zu finden, dazu ist schon hinlänglich, wenn man sie nur von einem einzigen Kreise weiß, oder vielmehr ihr Verhältniß zum Durch-

messer des Kreises kennt. Man hat aber durch genaue Rechnungen gefunden, daß wenn man eines Kreises Durchmesser in 100 gleich große Theile eintheilt, 314 solcher Theile in der Peripherie des Kreises enthalten sind, und daß sich hiernach im Kreise verhält:
der Durchmesser zu seiner Peripherie = 100:314;
woraus folgt, daß die Peripherie 3mal so groß als der Durchmesser und noch $\frac{14}{100}$ darüber ist; was aber von einem Kreise wahr ist, ist auch von allen Kreisen wahr, denn sie sind sich alle vollkommen ähnlich, und so wie einer gebildet wird, werden sie alle gebildet.

Außer dem Verhältniße des Durchmessers zum Umfange eines Kreises = 100:314....
hat man noch das in kleineren Zahlen von 7: 22....
und das in größeren Zahlen von 113:355....
Von diesen drei Verhältnissen ist: 7: 22 das größte,
113:355 das mittlere
und 100:314 das kleinste,
aber bequemste, und wenn man die zu demselben noch gehörigen Decimalstellen 15926 mit gebraucht, das genaueste, allein alle drei Verhältnisse zu den vorkommenden Rechnungen gleich brauchbar. Hierauf gründet sich nun die

Berechnung der Kreisfläche.

§. 23.

Zu dieser Absicht muß die Länge der Peripherie und des Durchmessers bekannt sein. Ist jedoch nur eine dieser beiden Linien bekannt, z. B. der Durchmesser = 10′, so sucht man die andere durch folgenden Regeltetrisatz, indem man fragt:

„Ein Durchmesser von 100′ hat eine Peripherie von „314′ wie groß ist demnach die Peripherie für eine „Kreisfläche, deren Durchmesser 10′ ist?"

daher: $\underline{100' : 10' = 314' : X}$

und findet hieraus für die Peripherie: 31,40′ oder $31\frac{2}{5}$ Fuß.

Mit dieser Länge der Peripherie wird nun der halbe Durchmesser, also hier $\frac{10'}{2} = 5'$ multiplicirt, und das Produkt durch 2 dividirt; oder man kann auch die Länge der Peripherie mit den ganzen Durchmesser multipliciren, und das Produkt durch 4 theilen, so giebt der Quotient jedesmal die Fläche des Kreises in demjenigen Quadrat-Maaße an, in welchem Längenmaaße der Durchmesser und die Peripherie bestimmt sind. Hiernach findet man die Fläche eines Kreises der 10′ Durchmesser hat, entweder:

a) durch: $\frac{31,40 \times 5}{2} = \frac{157,00}{2} = 78,50\square' = 78\frac{1}{2}\square'$ oder b) durch: $\frac{31,40 \times 10}{4} = \frac{314,0}{4} = 78,5\square'$ wie vorhin.

Wäre aber anstatt der Länge des Durchmessers die der Peripherie bekannt, und dieselbe z. B. 31,40 Fuß, so findet man die Länge des Durchmessers durch die Regeltetriefrage: „Wie lang ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Peripherie (Umkreis) 31,40′ hält, wenn 314′ Umkreis, einen Durchmesser von 100 Fuß erfordern?

daher Ansatz: $\underline{314 : 31,40 = 100 : x}$

und findet hieraus für $x = \frac{3140'}{314} = 10'$ als Länge des Durchmessers.

§. 24.

Einfacher noch findet man die Fläche eines Kreises, wenn man das Quadrat des halben Durchmessers (oder das Quadrat des Radius oder Halbmessers) mit 314 multiplicirt, und das hier erhaltene Produkt durch 100 dividirt.

Beträgt demnach z. B. der Durchmesser eines Kreises wie vorhin 10′ (oder sein Halbmesser 5′), so enthält der Kreis eine Fläche von $\frac{314 \times (\frac{10}{2})^2}{100} = \frac{314 \times 25}{100} = \frac{314}{4}\square' = 78,5\square'$, was auch vorhin gefunden wurde.

§. 25.

Soll aber aus dem gegebenen Flächeninhalte eines Kreises dessen Halb- oder Durchmesser berechnet werden,

so braucht man nur mit 314 in die 100fache Fläche des Kreises zu dividiren, und aus dem hier erhaltenen Quotienten die Quadratwurzel zu ziehen, so giebt dieselbe den Halbmesser des Kreises, und wird derselbe doppelt genommen, so erhält man den Durchmesser. Z. B.

1) Wie groß ist der Halbmesser oder Radius eines Kreises, wenn letzterer $78\frac{1}{2}$ □' Fläche enthält?

Antwort. $\sqrt{\frac{78{.}50 \times 100}{314}} = \sqrt{\frac{7850}{314}} = \sqrt{25\,\square'} = 5'$.

2) Ein kreisrundes Wiesenstück hält gerade einen preußischen Morgen an Fläche, wie groß ist daher, bis auf Zolle genau, der Radius dieser Wiesenfläche?

Berechnung. Da 1 preuß. Morgen 180 □° hält, so hat man $\sqrt{\frac{180 \times 100}{414}} = \sqrt{\frac{18000}{314}\,\square^{s}} = \sqrt{57{,}325\,\square^{\circ}}$
$= 7^{\circ}\ 5'\ 7''$.

denn: $\sqrt{57{,}|32|50\,\square^{\circ}} = 7{,}57^{\circ} = 7^{\circ}\,5'\,7''$ Länge des Radius.

```
    7² = 49 . . .
2×7=14 |8 3 . .
       |7 0 . .
        1 3 2 .
  5² =    2 5 .
2×75=150|1 0 7 5
        |1 0 5 0
           2 5 0
    7² =     4.9
   Rest =  2 0 1
```

Um wieviel hierbei gefehlt ist, da bei der Division sowohl, als auch bei Ausziehung der Wurzel ein Rest blieb, findet man, wenn aus dem gefundenen Radius = 7,57° die Wiesenfläche gesucht wird, und dann das hier gefundene Resultat mit dem gegebenen Flächeninhalte vergleicht.

Es hält aber nach dem gefundenen Radius diese Wiesenfläche: $\frac{(7{,}57)^2 \times 314}{100}\,\square^{\circ} = \frac{57{,}3049 \times 314}{100}\,\square^{\circ} = \frac{17993{.}7386\,\square^{\circ}}{100} = 179{,}937386\,\square^{\circ}$; zieht man diese

von 1 Morgen = $180{,}000000\,\square^{\circ}$ ab,

so beträgt der Fehler $0{,}062614\,\square^{\circ} = 1\,\square'\,26\,\square''\,14\,\square'''$.

§. 26.

Die Fläche eines Kreisringes,

z. B., von abcde (Fig. 22.) findet man, wenn von der größeren Kreisfläche die kleinere subtrahirt. So z. B. beträgt

nach dem Vorigen bei einem Durchmesser von 10′ die Fläche des größeren Kreises = 7850 □ Fuß
und für den kleineren (inneren) Kreis,
dessen Durchmesser nur 6′ mißt,
beträgt der Flächenraum = 1962,50 □ Fuß
folg. enthält die Fläche des Ringes a b c d e = 5887,50 □ Fuß
d. s. = 58 □° 87 □′ und 50 □″.

§. 27.

Die Fläche eines Sectors oder Kreisausschnittes z. B. von $\alpha c \delta$ (Fig. 20.) wird gefunden, wenn man setzt:
„Die Fläche des Kreises verhält sich zur gesuchten Fläche
„des Kreisausschnittes, wie die ganze Peripeherie von 360°
„zur Anzahl der Grade des Kreisausschnitt-Bogens.“
Die Grade des Bogens vom Sector, so wie die Kreisfläche müssen also zuvor gesucht werden.

Gesetzt nun der Bogen $\alpha \delta$ des Kreisausschnittes $\alpha c \delta$ (Fig. 20.) messe 5°, und die Kreisfläche K sei = 12 □°, so steht der Ansatz: 12 : X = 360 : 5
und findet hieraus für X, oder die Fläche des Kreisausschnittes $\alpha c \delta$ = (12 □° × 5) : 360 = 60 □° : 360 = $\frac{1}{6}$ □° = 16$\frac{1}{4}$ □′.

§. 28.

Die Fläche eines Segmentes oder Kreisabschnittes (Fig. 20. $\alpha \beta \gamma$) ist der Differenz gleich, wenn man den entsprechenden Kreisausschnitt $\alpha c \beta$ (Fig. 20.) von der gegebenen Kreisfläche abzieht.

§. 29.

Die Länge eines Bogens

in Ruthen- Fuß- oder Zollmaaß rc. zu finden, wenn der Bogen in Graden, Minuten und Secunden gegeben ist, sagt man:

„Die ganze Länge der Kreisperipherie verhält sich zu
„der zu suchenden Länge des gegebenen Bogens, wie der

„ganze Kreis in Graden (oder 360°) zu dem in Graden „gegebenen Bogenstücke.“

Z. B. Der seiner Länge nach zu bestimmende Bogen halte 6° (Grad), die Kreisperipherie aber 24 Ruthen; so ist der Ansatz: $24 : X = 360 : 6$
und findet hieraus für X, oder die gesuchte Länge des 6 Grad haltenden Bogenstückes =
$\frac{24 \times 6}{360}$ Ruthen = $\frac{24 \times 6 \times 10}{360}$ = 4 Fuß od. $\frac{2}{5}$ Ruthen.

§. 30.

Die Grade eines Bogens

aus der Länge desselben in Ruthen, Fußen und Zollen 2c. und aus der auf gleiche Art ausgedrückten Länge der Peripherie zu finden, sagt man:

„Die Länge der Peripherie verhält sich zur Länge des „gegebenen Bogens wie 360 Grad : X“.

Wäre z. B. die Peripherie 24 Ruthen lang, der gegebene Bogen aber nur 4 Fuß oder $\frac{2}{5}$ Ruthen, so ist der Ansatz: $24 : \frac{2}{5} = 360 : X$
und findet hieraus die Anzahl Grade des der Länge nach gegebenen Bogens $= (360 \times \frac{2}{5}) : 24 = (72 \times 2) : 24 = 3 \times 2 = 6$ Grad.

Erklärung und Gebrauch des verjüngten Maaßstabes.

§. 31.

Die Angabe des Verhältnisses der natürlichen Größe zur Größe der Abbildung, nennt man den Maaßstab. Dieser Maaßstab kann entweder in Zahlen ausgedrückt, oder linearisch gezeichnet dargestellt, und stets dem Risse oder der Zeichnung eines gemessenen Objektes beigezeichnet sein. Durch Zahlen wird der Maaßstab angegeben, indem man die Normaleinheit in der Natur mit 1 bezeichnet, und die dergleichen

Einheit des verjüngten Risses (verkleinerten Copie) in Bruchtheilen davon, niederschreibt: so kann z. B. das Verhältniß lauten, $\frac{1}{12000}$, d. h. was 1 Ruthe, 1 Fuß rc. in der Natur ist, das ist der 12000ste Theil davon auf der Copie oder dem Risse. Gewöhnlich aber werden die Maaßstäbe gezeichnet den Rissen beigefügt, und wie schon bemerkt, linearisch ausgedrückt, wie groß eine Meile, Ruthe, Elle, Fuß rc. auf dem Papiere (der Copie) angenommen worden ist. Bei Rissen, die aus mehreren Blättern bestehen, ist es gerathen, den Maaßstab auf jeden einzelnen Blatte zu verzeichnen, weil das ungleiche Eingehen jedes einzelnen Blattes, für ein jedes Blatt ein anderes Maaßverhältniß erheischt.

Der Maaßstab muß nicht allein ganze Einheiten des Risses, sondern auch Einheiten der niederen Gattung enthalten; so z. B. müssen bei Ruthenmaaßstäben auch Fuße und Zolle abgenommen werden können; jedoch richtet sich dieses jedesmal sowohl nach der Größe des Maaßstabes, als auch nach dem Zwecke, den der Riß erfüllen soll. Risse, bei deren Gebrauch auf Kleinigkeiten nicht zu achten ist, erheischen keinen Maaßstab in niederen Gattungen der Einheit.

§. 32.

Man theilt die Maaßstäbe ein:

1) in geradlinige Maaßstäbe, wo, wie Fig. 23. zeigt, die Einheit in einer Reihenfolge neben einander verzeichnet, und der erste dieser 10 Einheitsabschuitte, in seine nächsten Unterabtheilungen angegeben ist.

2) in Transversalmaaßstäbe, wo die Unterabtheilungen, wie in Fig. 24. und 25. ersichtlich, durch schräge oder Transversallinien bestimmt werden.

3) in Proportional- oder Reduktionsmaaßstäbe, (Fig. 26.) welche das Verhältniß zweier Linien zu einander, linearisch ausdrücken.

Aufgabe 1. Einen einfachen geradlinigten Maaßstab zu zeichnen.

Auflösung. Man theilt eine fein gezogene unbegrenzte Linie an (Fig. 23.) in 10 gleich große Theile ab = bc = cd = de = ef ꝛc. ein, die man nach Umständen Ruthen, Fuße oder Zolle bedeuten läßt. Den ersten oder vordersten dieser 10 gleichen Theile, hier also ab, theilt man wieder in 10 gleiche Theile a9, 98, 87, 76, 65, 54, 43, 32 und 1b ein. Läßt man nun z. B. jeden der Theile ab, bc, cd ꝛc. eine Ruthe bedeuten, so bezeichnet jeder 10te Theil von ab einen Fuß; bezeichnen aber die 10 größeren gleichen Theile Fuße, so müssen die 10 kleineren Theile a9, 98 u. s. w. Zolle bedeuten.

Gebrauch. Bedeuten z. B. die 10 größeren gleichen Abtheilungen ab, bc, cd ꝛc. Fuße, und will man z. E. von diesem Maaßstabe eine Länge von 4 Fuß 7 Zoll abnehmen, so setzt man — den Zirkel stets mit den 3 ersten Fingerspitzen an seinem Gewinde handhabend — die eine Zirkelspitze in f ein, (weil es von b bis f 4 Fuß sind), die andere Zirkelspitze aber streckt man von f nach a aus, und zwar bis in den Punkt 7 (zwischen b und a), so enthält die Entfernung der beiden Zirkelspitzen, oder die Linie f7, die Länge von 4′ 7″. Bedeuten aber die 10 größeren Abtheilungen ab, bc, cd ꝛc. Ruthen, so würde die Entfernung von f nach 7, also die Linie f7 nicht mehr 4′ 7″, sondern 4° 7′ bezeichnen; würden die 10 größeren Abtheilungen Zolle andeuten, so würde die Länge von f nach 7 eine Linie von 4″ 7‴ bezeichnen.

Aufgabe 2. Einen verjüngenden Transversalmaaßstab zu zeichnen, auf welchem man Ruthen, Fuße und Zoll, oder auch nur Fuße, Zolle und Linien abnehmen kann.

Auflösung. Man trägt auf eine unbegrenzt lange Linie (Fig. 24.) 10 gleich große Theile cf = fd = di ꝛc. welche nach Erfordern Ruthen oder Fuße bedeuten sollen. Die vorderste Ruthe cf theilt man in 10 gleich große Theile, cl = lm mr = rs = st = tv = vw = wn = nx = xf; errichtet sodann unterhalb cf in f eine Senk-

rechte fg = fx, legt sodann durch g zu ci die ek #, zu fg aber durch die Punkte x, n, w, v, t, s, r, m, l, c, d, i ebenfalls Paralelllinien, und zieht endlich eie Transversallinie fe, so wird diese die zehn durch x, n w ꝛc. gelegten senkrechten Parallellinien so schneiden, daß jede um einen gleichen Theil größer wird als die vorhergehende. Läßt man nun die größeren Abtheilungen cf, fd, di ꝛc. Ruthen bedeuten, so sind die kleineren Abtheilungen fx, xn, nw, ꝛc. Fuße, und die kleinen senkrechten xo, nu, wα, vβ, tγ, sδ ꝛc. Zolle, und zwar xo = 1 Zoll, nu = 2 Zoll, wα = 3 Zoll, vβ = 4 Zoll, tγ = 5 Zoll, sδ = 6 Zoll u. s. f. Sollen aber die großen Abtheilungen cf, fd, di ꝛc. anstatt Ruthen, Fuße bedeuten, so sind das, was vorhin Fuße waren, jetzt Zolle, die Zolle aber Linien.

Gebrauch. Um nun vermittelst eines so construirten 10-theiligen Maaßstabes eine Länge von z.B. 2 Ruthen 8 Fuß 6 Zoll abnehmen zu können, setzt man die eine Zirkelspitze in k ein — wenn nämlich die großen Abtheilungen cf, fd, di ꝛc. Ruthen bezeichnen — die andere Zirkelspitze hingegen in 8 (zwischen e und g) um die 8 Fuß zu erhalten; diese Weite k8 des Zirkels trägt man nun auf eine unbegrenzte gerade Linie auf, und setzt an den einem Endpunkt der aufgetragenen Linie noch die Linie sδ = 6 Zoll an, so enthält die um sδ verlängerte Linie die 2 Ruthen, 8 Fuß und 6 Zoll.

Aufgabe 3. Einen verjüngenden 10-theiligen oder Decimal-Maaßstab zu verzeichnen, auf welchem unmittelbar Ruthen, Fuße und Zolle abgenommen werden können.

Auflösung. Man trägt auf eine gerade, unbegrenzt lange Linie an, eilf gleich große Theile ab = bg = gh = he u. s. f. (siehe Fig. 25.) auf, von denen ein jeder 1 Ruthe bedeuten soll; den ersten oder vordersten derselben, also ab theilt man in 10 gleich große Theile a9 = 98 = 87 u. s. f. Errichte hierauf im Endpunkte a der unbegrenzten Linie an eine Senkrechte ad = ab, und trage auf diese Senkrechte — wie die Fig. 25. zeigt — die 10

gleich großen Theile in welche ab getheilt worden, lege sodann durch diese erhaltenen Theilpunkte der Senkrechten ad zur unbegrenzten an, durchweg Parallellinien, und zu ad ebenfalls durch b, g, h, e ꝛc. die bc. gi, hm, ef ꝛc. parallel; ferner zieht man die Transversale d9, und zu derselben durch die übrigen Theilpunkte, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 der ab, Parallellinien, so ist der 10-theilige Transversalmaaßstab zum Gebrauche fertig.

Erklärung. Zufolge dieser Construktion bedeuten die größern Abtheilungen der unbegrenzten Linie an, nämlich ab, bg, gh, he ꝛc. Ruthen, die kleinern der Linie ab aber Fuße, und zwar von b nach 1, 1'; von 1 nach 2, 2'; von 2 bis 3, 3' u. s. f. Die zwischen der Transversale bk und der senkrechten Linie bc, so wie zwischen der Transversale dg und der senkrechten ad befindlichen kleinen Horizontallinien aber geben, je nachdem auf derselben Linie links eine Zahl steht, ebenso viele Zolle; so z. B. bedeutet die kleine Linie rs (über b) 1 Zoll, die Linie xz aber 9 Zoll, und die Linie zo (zwischen z und 9) = 7 Fuß 9 Zoll, weil o über 7 Fuß (der ab) steht. kc hingegen bedeutet 10'' oder 1'.

Gebrauchsanweisung. Will man z. B. auf diesem Maaßstabe eine Länge von 3° und 6'' mit dem Zirkel abnehmen, so sucht man zuerst die Zolle im Quadrate abcd auf. Da die gegebene Länge keine Fuße mit enthält, so findet man die Zolle auf der Transversale bk neben der Senkrechten bc, und zwar weil 6'' verlangt werden, in n (weil links neben n auf derselben Horizontallinie die 6 steht). Hierauf faßt man von b aus nach rechts hin die 3° zwischen die Zirkelspitzen, indem man die eine in b, die andere aber in e einsetzt (weil bg + gh + he = 1° + 1° + 1° = 3° sind); sodann geht man mit beiden Zirkelspitzen senkrecht herauf, so, daß die Zirkelspitze zur Rechten auf der Linie ef von e nach f fortgeht, bis man in derjenigen Horizontallinie ankömmt, welcher links die 6 vorsteht (wegen

den 6"), spreizt hierauf die linke Zirkelspitze noch bis n aus, so giebt die Linie rn die verlangte Länge von 3° 6".

Hätte man aber z. B. eine Länge von 2° 7' und 9" von diesem Maaßstabe mit dem Zirkel abzunehmen, so nimmt man zuerst von b nach a hin im Punkte 7 die sieben Fuße, geht von der 7 auf deren schräger Linie herauf, bis man in derjenigen Horizontallinie des Quadrates abcd ankömmt, welcher links wegen den gegebenen 9 Zollen, die 9 vorsteht, welches hier über der 7 im Punkte o der Fall ist, setzt nun in diesen Punkt die linke Zirkelspitze ein, und spreizt die rechte Zirkelspitze nach rechts über das Quadrat abcd auf der Horizontalen 9z soweit aus, daß man außerhalb desselben noch 2 Ruthen erfaßt, welches hier auf dem 9ten Punkte über h (der Linie hm) in p der Fall ist, so giebt die Linie po die Länge von 2° 7' 9' genau an.

Soll aber umgekehrt, die unbekannte Länge irgend einer vorhandenen geraden Linie mittelst dieses Maaßstabes in Zahlen angegeben werden, so braucht man dieselbe nur zwischen die Zirkelspitzen zu fassen, die eine Zirkelspitze hierauf so in die Feldung des Quadrats abcd zu bringen, daß die andere Zirkelspitze gerade in einem End- oder Anfangspunkte einer der Ruthenabtheilungen (in der Verlängerung der Linie ab) aufsitzt. Wäre nun dieß z. B. im Punkte g der Fall (siehe Fig. 25), so gehe man (den Zirkel an seinem Kopfe, beide Spitzen desselben aber möglichst wagrecht haltend), aus diesem Punkte g nach i so lange fort, bis die linke Zirkelspitze in einem Durchschnittspunkte einer horizontalen und einer schrägen Linie ankömmt. Es sei dieß z. B. in o der Fall, so wird, weil die andere Zirkelspitze auf derselben horizontalen Linie, und zwar im 9ten Punkte über g steht, die vorhandene und zu bestimmende Linie eine Länge von 1° 7' 9" haben (weil o oberhalb 7, und rechts neben der 9 steht); und so findet man das Maaß einer jeden anderen gegebenen Linie auch auf dem Duodecimal-Maaßstabe, der ganz so wie der Decimalstab construirt wird, nur mit dem Unterschiede, daß

dessen Ruthen in 12 Fuß, dieser in 12 Zoll ꝛc. abgetheilt werden muß.

§. 33.

Von den verschiedenen Vorschriften zur Construktion eines Proportional- oder sogenannten Reduktions-Maaßstabes, (welcher bekanntlich das Verhältniß zweier Linien zu einander linearisch ausdrückt), verdient die nachstehende in mancherlei Rücksicht den Vorzug.

Gesetzt es seien ab und cd (Fig. 26.) die beiden gegebenen Linien, deren Eintheilung in Theilen der ganzen Einheit man verlangt. Man ziehe zu diesem Behufe eine gerade Linie AB von unbestimmter Länge, und trage von einem Anfangspunkte C aus, die Linie cd von C nach D, die Linie ab aber von C nach E. In C errichte man eine Normale unbestimmt lang, und verbinde einen auf derselben willkürlich angenommenen Punkt F mit E und D durch gerade Linien. Hierauf lege man zu ED im Δ EFD dicht aneinander Parallellinien, so folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke, daß sich stets verhält:

$$EC : CD = vw : wx = st : tu = pb : br = mn : no.$$
$$ab : cd = vw : wx = st : tu = pb : br = mn : no.$$

Der Gebrauch eines solchen Proportional-Maaßstabes ist leicht einzusehen: Mißt man nämlich eine Linie des Risses, zu welchem die Linie ab gehört, so sieht man zu, in welche, oder nahe welcher Parallele des Dreiecks ECF diese Linie ab genau paßt; z. B. es wäre dieß bei vw der Fall, schlägt man nun den Zirkel auf die Verlängerung dieser Linie, also nach wx um, so ist wx diejenige Linie, welche der Linie vw der Länge nach verhältnißmäßig entspricht, so daß jetzt:

$$ab : cd = vw : wx$$

sich verhält.

Um dieses Proportioniren mit allen Linien eines Risses vornehmen zu können, ist es rathsam, die Linie EC + CD der längsten abzumessenden Seite des Risses gleich zu

machen. Ferner, um beim Um- oder Ueberschlagen des Zirkels auf die jedesmal verlängerte Linie zu kommen, ziehe man die Parallellinien wechselweise die eine schwarz, die folgende aber roth aus.

Zusatz 1. Der Nonius oder Vernier, (von seinem Erfinder Nunez oder Werner, einem Spanier so genannt), dient noch besser als der hier beschriebene Transversalmaaßstab, zur Eintheilung einer Linie, (besonders eines Kreisbogens), in kleinere Theile.

Es sei z. B. (Fig. 27.) bc ein Stück von dem eingetheilten Rande eines Astrolobiums, in n gleiche Theile getheilt, deren jeder = a, ein ebenso langes Stück de (der Nonius) sei in n + 1 gleiche Theile getheilt, deren jeder = x, so ist.

$$bc = na \text{ und } de = (n + 1)\,x$$

weil aber $bc = de$

so ist auch $na = (n + 1)\,x$

folglich $n + 1 : n = a : x$

und $(n+1) : \underbrace{(n + 1) - n} = a : a - x$

oder $(n + 1) : 1 = a : a - x$

folglich $(n + 1) \times a - x = a$

und hieraus folgt: $a - x = \frac{a}{n + 1}$

d. h. man findet den Unterschied zwischen einem Theile des Randes und einem Theile des Nonius, wenn man den bekannten Theil des Randes durch die Anzahl der Theile des Nonius dividirt. Wäre daher z. B. bc = 19 Grad, folglich a = 1 Grad, so wäre nach der Formel: $a - x = \frac{1}{19+1}$ $= \frac{1}{20}$ Grade = 3 Minuten.

Oder wäre $bc = \frac{19}{2}$ Grad, also $a = \frac{1}{2}$ Grad, so wäre $a - x = \frac{\frac{1}{2}}{30} = \frac{1}{60}$ Grad = 1 Minute.

Bei den meisten Winkelmeß-Instrumenten geht die Genauigkeit, mit welcher ein Winkel oder Gradbogen durch den Nonius gemessen wird, bis auf 1 Minute (1'); der No-

nius hat daher die zuletzt angeführte Eintheilung, und der Kreisring des Winkelmeßinstruments ist in halbe Grade eingetheilt.

Man sieht also, daß wenn der Nonius de am Rande des Instruments verschoben wird, noch immer ein Theilstrich des erstern mit einem Theilstrich des letztern, und zwar desto gewisser zusammen treffen wird, je kleiner die Theile, und je größer die Anzahl derselben ist, so, daß von den zusammenstehenden Theilstrichen an gezählt, sich immer die Größe des fortgerückten Stücks bestimmen läßt. Deutlicher noch wird dies beim Umgeben mit solchen Instrumenten werden, an denen sich ein Nonius befindet, wie z. B. am Astrolobium.

Zusatz. 2) Ein Maaßstab heißt natürlich, wenn man eine bestimmte Maaßeinheit, z. B. eine Ruthe ꝛc. durch Construktion in kleinere Theile theilt, und also zu unmittelbaren Messungen benutzt werden kann; z. B. die hölzernen Maaßstäbe deren sich die Flurschützen oder das sogenannte Hegemahl zum Messen der Aecker bedient; künstlich hingegen heißt ein Maaßstab, wenn durch einen bestimmten Theil eines natürlichen Maaßstabes eine größere Länge ausgedrückt werden soll, z. B. wenn man sich bei einer Zeichnung unter einem Zoll eine oder mehrere Ruthen, welche in der Natur gemessen wurden, vorstellt, und diesen Zoll nun wieder durch Construktion in kleinere Theile theilt, um dadurch die proportionirten Längen der untergeordneten Maaßeinheiten zu erhalten. Hiernach sind die verjüngten Maaßstäbe Fig. 23., 24. und 25. künstliche Maaßstäbe.

Ein künstlicher Maaßstab wird nach dem Verhältnisse zu derjenigen Maaßeinheit, die durch ihn ausgedrückt wird, benannt; stellt daher z. B. ein Zoll bei einer Zeichnung die Länge von 1 Ruthe vor, so ist, weil ein Zoll den 100sten Theil von 1° beträgt, der Maaßstab von dieser Zeichnung der 100-theilige, und weil die Zeichnung dem abgebildeten Gegegenstande, oder besser der Figur seiner Umrisse ähnlich sein soll, so muß für diesen Maaßstab jede Linie der

Zeichnung der 100ste Theil von der gleichliegenden oder gleichnamigen Linie des Umrisses sein.

Zusatz. 3) Oekonomische Vermessungen werden gewöhnlich nach dem 1000=theiligen Maaßstabe verrichtet, bei welchem also 1 Decimalzoll die Länge von 10 Ruthen vorstellt, da 1 Decimalzoll der 1000ste Theil von 10 Ruthen ausmachen.

Zwar ist es im Allgemeinen gleichgiltig wie groß man den Maaßstab annimmt, nach welchem eine auf dem Felde gemessene Figur verzeichnet wird; es richtet sich die Größe des Maaßstabes aber doch immer theils nach dem Umfange der aufzutragen Figur, und theils nach dem Raume, welchen die Zeichnung derselben auf dem Papiere einnehmen soll. Es ist daher leicht begreiflich, daß der angefertigte Plan desto mehr Einzelnheiten enthalten kann, nach einem je größeren Maaßstabe er gezeichnet worden.

Bei allen Vermessungen, die im Auftrage öffentlicher Behörden geschehen, ist der Maaßstab, nach welchem der anzufertigende Plan gezeichnet werden soll, immer genau vorgeschrieben. So heißt es z. B. in dem Reglement für die Feldmesser in den preußischen Staaten, §. 25.:

„Das Auftragen des gemessenen Landes geschieht „in der Regel nach einem verjüngten Maaßstabe von „fünfzig Ruthen auf ein Hunderttheil der „natürlichen preußischen Ruthe. Jedoch kann „auf ausdrückliches Verlangen der Interessenten auch „ein anderer Maaßstab dazu gewählt werden, nur muß „derselbe stets ein aliquoter Theil des Hunderttheils „der preußischen Ruthe sein."

Da also nach dem in Preußen gesetzlich vorgeschriebenen Maaßstabe der preußische Decimallzoll eine Länge von 50 Ruthen ausdrückt, so folgt, daß wenn man hiernach einen verjüngten Maaßstab verzeichnen will, durch welchen sich auch noch einzelne Fuße sollen auftragen lassen, so muß man den fünften Theil des Decimalzolles als die Länge von zehn Ruthen annehmen, und den Maaßstab nach §. 32.

Aufgabe 2.) vollenden, wo alsdann nach einem solchen Maaßstabe die Abtheilungen, welche in der Aufgabe 2.) des §. 32. Fuße bedeuten, hier Ruthen bezeichnen, die Zolle dort, aber hier schon Fuße ausdrücken, Zolle also gar nicht abgenommen werden können.

Man nennt gewöhnlich den Maaßstab, nach welchem der Decimalzoll 50 Ruthen bedeutet, den funfziger Maaßstab, und auf eine ähnliche Art wird unter einem hunderter Maaßstabe ein solcher verstanden, nach welchem der preußische Decimalzoll in 100 Ruthen abgetheilt worden, und es ist natürlich dieser nur halb so groß als der funfziger Maaßstab. Doppelt so groß als der funfziger ist der fünf- und zwanziger Maaßstab, welcher gesetzlich in Preußen beim Auftragen der Längen in einem Nivellement gebraucht wird.

Der größte künstliche Maaßstab, der bei militairischen Vermessungen gebraucht wird, ist der 8000-theilige. Weil nun 1 preuß. Meile = 2000° = 200000 Decimal-Zolle, und 8000 von 200000 der 25ste Theil ist, so würde auf einen militairischen Plane eine Länge von 25 Decimalzollen 1 preuß. Meile vorstellen. Ebenso kommen

beim 10000-theilgen	Maaßstabe	20	Decimalzoll	auf	1	preuß. Meile
„ 12000-	„	„	24	„	„ 1	„
„ 12500-	„	„	16	„	„ 1	„
„ 25000-	„	„	8	„	„ 1	„
„ 50000-	„	„	5	„	„ 1	„

u. s. f.

Zusatz. 4) Jedem Plane muß — wie schon bemerkt — der Maaßstab, in welchem ersterer aufgenommen ist, beigefügt werden, und zwar muß letzterer so construirt sein, daß sich die kleinste Maaßeinheit, die man im Plane ausdrücken will, noch mit dem Zirkel genau abgreifen läßt.

Bei ökonomischen Planen (Charten) verlangt man noch Fuße, bei militairischen dagegen höchstens Ruthen genau anzugeben.

Ein solcher verjüngter (besser verjüngender) Maaßstab ist bei militairischen Plänen so einzutheilen, daß jeder Theil des Maaßstabes 100 Ruthen beträgt. Im 8000-theiligen Maaßstabe waren aber 25 Decimalzolle = 1 preuß. Meile, oder $\frac{25}{5}$ = 5 Decimalzolle = $\frac{1}{5}$ preuß. Meile, = $\frac{2000}{5}$ = 400 Ruthen. Es ist daher eine Länge von 5 Decimalzoll noch in 4 gleiche Theile zu theilen, wenn jeder Theil 100° betragen soll. Ebenso betrugen im 25000-theiligen Maaßstabe 8 Decimalzolle = 1 preuß. Meile oder = 2000°; um daher eine Länge von 100° zu erhalten, so hat man eine Linie von 8 Decimalzoll Länge in 20, oder eine Linie von 2 Decimalzoll in 5 gleiche Theile einzutheilen ꝛc. Den ersten dieser Theile wieder in 10 gleiche Theile getheilt, giebt nun auch die verhältnißmäßige Länge für 10 Ruthen.

Zusatz. 5) Zu einem guten Maaßstabe gehört endlich noch, daß derselbe richtig und vollkommen leserlich beschrieben sei. Die Zahlen, welche die Theile ausdrücken, müssen daher sich hart an den Theilungsstrichen befinden und sich genau durch ihre Gestalt charakterisiren. — Ein richtig auf Messing oder dergleichen eingetheilter Maaßstab kann vom Mechanikus nur vermittelst einer Theilmaschine getheilt werden, und eine noch so sorgfältige Eintheilung mit dem Zirkel aus freier Hand, erhält dennoch selten den gehörigen Grad von Genauigkeit.

Zusatz. 6) Um auf eine höchst einfache mechanische Weise, behufs Verzeichnung eines verjüngenden Maaßstabes, eine Linie in 10 oder 12 Theile, z. B. als Fuße einzutheilen, kann man sich des Proportional-Zirkels (Fig. 28.) bedienen. Sollte z. B. eine Linie in 5 gleich große Theile eingetheilt werden, so öffnet man seine Schenkel so weit, daß die einzutheilende Linie mit dem Handzirkel aufgefaßt, genau zwischen 5 und 5 (auf beiden Schenkeln des Proportionalzirkels) paßt, dann giebt die Linie zwischen den Punkten 1 und 1 genau $\frac{1}{5}$ der gegebenen einzutheilenden Linie.

Auch läßt sich mittelst dieses Proportionalzirkels eine gegebene Linie nach einem bestimmten Verhältnisse theilen, so wie auch eine dritte oder vierte Proportionale zu zwei und drei gegebenen Linien finden.

Den vergessenen oder verlornen Maaßstab wieder aufzufinden.

§. 35.

Zuweilen vergißt der Geometer, Baumeister rc. seiner ausgearbeiteten Charte, seinem Risse rc. den entsprechenden verjüngenden Maaßstab beizuzeichnen, nach welchem er seine Zeichnung angefertigt hat, und es können Fälle genug eintreten, wo es nöthig ist, diesen Maaßstab genau zu kennen. Ist nun kein Maaßstab auf der Zeichnung vorhanden, und hat man dabei nicht blos die Charte, den Riß rc., sondern auch das gemessene Feld, das Gebäude rc. vor sich, so läßt sich der zugehörige Maaßstab wie folgt auffinden:

„Man messe irgend eine Linie des aufgenommenen „Planes Gebäudes rc., (deren Länge aber sehr genau „zu bestimmen ist), und theile die ihr auf den Plane „oder Risse entsprechende Linie in soviele Ruthen ein, „als deren durch die vorgenommene Messung auf dem „Felde, dem Gebäude rc. gefunden worden, so erhält „man gleich den zugehörigen Maaßstab wieder.

Oft aber ist man vom vermessenen Felde rc. weit entfernt, und hat dafür nur die Charte (oder den Riß) vor sich. Für diesen Fall muß der Inhalt, zwar nicht der ganzen Charte rc., doch von irgend einer Figur derselben, z. B. von einer Ackerbreite, Wiese oder dergleichen bekannt sein, oder sich in angefertigten Flurbuche oder Vermessungsregister vorfinden.

Gesetzt nun, der Geometer habe den Inhalt einer Wiese zu 204 □° angegeben, und man wollte hieraus den der Vermessung zu Grunde liegenden Maaßstab ermitteln, so berechne man den Inhalt dieser Wiese nach irgend einem be-

liebig angenommenen Maaßstabe, und finde für ihren Inhalt z. B. 316 $\square^\circ$; so ist dieses Resultat schon ein Beweis, daß der gesuchte Maaßstab größer als der selbst beliebig angenommene ist, weil der vermißte Maaßstab einen kleineren Flächeninhalt gab; denn je größer der Maaßstab ist, desto kleiner muß auch die durch denselben gefundene Inhaltszahl sein. Bezeichnet man nun den beliebig angenommen Maaßstab durch m, den gesuchten aber durch x, so findet man letzteren durch die Proportion:

$$316\,\square^\circ : 204\,\square^\circ = m^2 : x^2$$

oder, weil sich die Inhaltszahlen umgekehrt verhalten wie die Quadrate ihrer Maaßstäbe, so ändert sich vorige Proportion in folgende um:

$$204\,\square^\circ : 316\,\square^\circ = m^2 : x^2$$

und findet hieraus für $x^2 = \frac{316 \times m^2}{204}$,

$$\text{folglich } x = \sqrt{\left(\frac{316\,m^2}{204}\right)}.$$

Wäre z. B. $m = 100$ Ruthen, so ist $x = \sqrt{\left(\frac{316 \times 100^2}{204}\right)} =$

$= \sqrt{\left(\frac{3160000}{204}\right)} = \sqrt{15490{,}2\,\square^\circ} = 124{,}459^\circ$ od. $124^\circ\,4'\,5''\,9'''$.

```
           1² = 1.....
         1.2=2| 5....
              | 4....
              14...
           2² = 4...
        12.2=24|109..
               | 96..
               130.
           4² = 16.
    124 × 2 = 248|1142
                 | 992
                 1500
           4² = 16
   1244 × 2 = 2488|14840
                  |12440
                  24000
           5² = 25
  12445 × 2 = 24890|239750
                   |234010
                    57400
              9² = 81
       Rest = 57319
```

Man nehme also von dem willkürlich angenommenen Maaßstabe $124^\circ\ 4'\ 5''\ 9'''$ oder unbeschadet $124^\circ\ 4'\ 6''$, und gebe dieser Länge die Eintheilung von 100°, giebt diese letztere Eintheilung den verlornen oder vergessenen Maaßstab an.

Sehr zweckmäßig ist es, auf einer ökonomischen Charte nicht nur den Maaßstab des **Längenmaaßes**, sondern auch den des **Quadratmaaßes** anzugeben; z. B. ein Quadrat, ein Kreis, ein gleichseitiges Dreieck, worin der Flächeninhalt einer Hufe, eines Morgens, eine Quadratruthe enthalten ist. Aus solchen Figur läßt sich dann leicht das Längenmaaß finden, falls es nicht vorhanden oder vergessen sein sollte.

Das Copiren der Risse, Karten oder Pläne.

§. 36.

Das **Copiren** der Risse und Pläne geschieht entweder:
1) in **derselben Größe** wie das Original, oder
2) in einem **kleineren Bilde**, also kleinerem Maaßstabe, und oft (doch seltener) auch
3) in einem größeren Bilde, also größeren Maaßstabe, welches Letztere jedoch niemals, ohne merkliche Fehler geschehen kann.

§. 37.

1) Das Copiren in derselben Größe wie das Original.

Erste Methode; mit Anwendung eines Netzes oder Gitters, welches man mit rothen, oder auch blos Bleistiftlinien, über das abzuzeichnende Original zieht. — Man theilt die Längen- und Breitenseite des Originals in unter sich gleich große Theile ein, markirt sodann mit dem Zirkel auf der gegenüberliegenden Linie des Rechtecks, welches die Zeichnung einschließt, die gleichgroßen Theile der ihr gegenüberstehenden schon eingetheilten Linie, und verbindet nun je zwei so gegenüberstehender, und gleichweit von den Endpunkte der Linie, auf der sie liegen, befindlichen Punkte durch gerade Linien, so entsteht über dem Originale ein rechtwinkliges Liniengitter oder Netz. Dieses Netz zeichnet man dann mit schwachen Bleistiftlinien auf das zur Copie bestimmte Papier; numerirt jedes kleine zum Gitter gehörige Rechteck des Ori-

ginals vom obersten zur Linken anfangend, und beim untersten zur Rechten aufhörend, mit fortlaufenden Zahlen, und bezeichnet auf gleiche Weise dieselben kleinen Rechtecke auf dem zur Copie bestimmten Netze mit denselben aber schwachen Bleistift-Zahlen. Jetzt legt man einen reinen Bogen Papier auf das zur Copie bestimmte Netz, (um dasselbe nicht zu beschmutzen), und zeichnet in das mit Nö. 1 nummerirte oberste, in der Ecke links stehende Rechteck, was in demselben Rechtecke des Originals sich befindet; merkwürdige Punkte aber, welche in demselben Rechtecke des Originals vorkommen, werden vermittelst des Zirkels dadurch eingetragen, daß man ihre Lage gegen zwei Winkelspitzen des eben zu kopirenden kleinen Rechtecks mißt. Nebenumstände aber lassen sich durch ein gutes Augenmaaß hinreichend genau angeben. Es versteht sich übrigens von selbst, daß eine auf diese Art erhaltene Copie desto genauer wird, aus je mehr Rechtecken das Gitter oder Netz besteht.

Zweite Methode, vermittelst eines bis jetzt unbekannten durchsichtigen Copierpapieres. — Man bestreicht nämlich vermittelst, in weißes Steinöl (Petroleum album) getauchter Baumwolle das zur Copie bestimmte Zeichnenpapier auf der Rückseite, wischt sodann mit einem reinem leinenen Läppchen die übrige Fettigkeit hinweg, läßt das übrige aber in der Ofen- oder Sonnenwärme gut einziehen, und reinigt die bestrichene Rückseite hierauf mit warmer Waizenkleie, mit der man das Papier überreibt.

Will man nun auf das jetzt fertige Copierpapier einen Plan, Riß oder sonst eine Handzeichnung völlig genau und getreu kopiren, so legt man das Original auf einen völlig reinen und ebenen Tisch, oder besser auf ein passendes Reißbrett, und das so eben zubereitete Copierpapier mit seiner bestrichenen Rückseite darauf, so wird man auf demselben Alles vom darunter befindlichen Originale wie durch ein helles Glas mit Bleistift nachzeichnen können, und zwar weit leichter und schneller, als durch alle bis jetzt bekannten Copierpapiere. Während dem Durchzeichnen darf sich aber

nichts im Geringsten verschieben, was vermieden wird, wenn man die obere Seite des auf dem Originale liegenden Copierpapieres mit Gewichten beschwert oder mit sogenannten Copierzwecken fest sticht.

Sobald nun das Original völlig kopirt ist, befreit man das Copierpapier (auf dem sich die Copie befindet) wieder von dem Oele, indem man es des üblen Geruches wegen, über ein im Freien befindlichen Kohlenfeuer langsam hin und herbewegt, wobei man es aber nicht zu nahe über die Kohlen halten darf, damit es keine Rauchflecken bekomme. Auf diese Weise verfliegt das Oel wieder aus dem Papiere, letzteres wird wieder so weiß, als es vor dem Bestreichen mit dem Steinöle gewesen, und es läßt sich nun auch nach Wunsche die darauf befindliche Zeichnung mit Tusche ausziehen, oder auch mit Farben ausführen.

Dritte Methode, welche weit langsamer von statten geht als die vorige, und überdies das Original mehr oder weniger lädirt, besteht im Durchstechen aller sich markirenden Punkte des Originals, indem man dasselbe auf ein Reisbrett, oder in Ermangelung dessen auf einem völlig ebenen Tisch ausbreitet, es hierauf mit dem für die Copie bestimmten reinen Zeichnenpapiere bedeckt, und auf beides mit Gewichtsstücken, besser aber noch mit Copierzwecken auf dem Reißbrette oder in dessen Ermangelung, auf einem völlig reinen ebenen Tische möglichst straff und unverrückbar befestigt. Hierauf werden mit einer Copiernadel, oder auch blos vermittelst einer mit etwas Siegellack am Oehre versehenen feinen Nähnadel alle Eck- und Winkelpunkte des Originals senk-recht durchstochen, und auch hier von der obersten Ecke zur Linken angefangen, und mit der unteren Ecke zur Rechten aufgehört.

Sind auf diese Weise alle Punkte des Originals auf dem zur Copie bestimmten Papiere durch Nadelstiche bemerkt, so nimmt man Letzteres vom Originale ab, und zieht dann die einander entsprechenden Punkte nach ihrer Figur (auf

dem Originale) mit Bleistiftlinien zusammen, so wird man eine genügende Copie erhalten.

Wo im Originale Figuren vorkommen, die mit geraden Linien eingeschlossen sind, hat man nur nöthig, die Ecken derselben zu bemerken, und dieselben hierauf mit der Reißfeder sauber und gleich stark auszuziehen; sodann zeichnet man alle Wege, Flüsse und flache Gegenden. Nach diesem macht man sich an die Berge, und wenn auch diese völlig fertig, zeichnet man noch alles Uebrige mit Tusche aus, reibt die so erhaltene Copie nun mit trockner, ein, höchstens zwei Tage alter Semmelkrume vom Schmutze und der noch sichtbaren Bleistiftzeichnung rein, illuminirt und beschreibt jetzt den Plan oder die Charte, und beschließt endlich die Arbeit mit der Zeichnung des Randes und nochmaliger Abreibung mit Semmel.

Vierte Methode, (um vornehmlich Risse oder auch geometrische Zeichnungen, zwar etwas mühsam aber doch sehr genau zu kopiren), geschieht durch das Abnehmen je dreier und dreier Punkte des Originals mittelst eines dreifüßigen Zirkels (Fig. 29.) und Uebertragung so je dreier Punkte auf das zur Copie bestimmte Papier, wobei aber zu berücksichtigen ist, daß man große Hauptdreiecke des Originals zuerst nimmt und aufträgt, sodann aber mit den kleineren bis zu Ende fortfährt. Aehnlich dieser Methode ist die:

Fünfte Methode, wenn das Original nur aus einer einzigen, von lauter geraden Linien begrenzten Figur besteht, so zerlegt man dieselbe durch Diagonalen, die sich aber nicht durchschneiden dürfen, in lauter Dreiecke, und trägt diese, eins nach dem andern aneinanderhängend, mit dem drei- oder zweifüßigen Zirkel auf.

Sechste Methode, vermittelst des Storchschnabels oder Pantographen. — Dieses Instruments (Fig. 30.) bedient man sich besonders auch, um Handzeichnungen und solchen aus der Gewerbskunde ꝛc. zu kopiren. Es besteht aus vier bei b, d, e und f so befestigten Linealen ab, de, bc und ef, daß sich dieselben noch bequem zusammen und

aus einander schieben lassen. Oben bei b befindet sich ein ohngefähr 1 Zoll hoher, nach unten abgerundeter Fuß, damit sich der Storchschnabel auf demselben leicht hin- und herschieben läßt. Bei c wird derselbe auf dem Tische oder dem Reißbrete irgendwo (z. B. in einem Bleiklumpen, wie die Abbildung zeigt) so befestiget, daß sich das ganze Instrument unveränderlich um diesen Punkt drehen läßt. (s. Fig. 30.)

Soll nun das Original in derselben Größe kopirt werden, so wird der Storchschnabel im Punkte e, (anstatt im Punkte c) in den Bleiklumpen oder sonstwie befestigt, der Zeichnenstift dafür aber in c eingesetzt, und nun mit dem Griffel in a die Linien des Lineals überfahren, so wird der in c steckende Zeichnengriffel auf dem unter ihm fest liegenden Papiere eine ebenso große Copie als das Original ist ausführen.

Dieses so höchst nützliche Instrument, welches gewöhnlich zum Verkleinern der Schattenumrisse für Silhouetten gebraucht ward, wurde im Jahre 1631 vom Jesuiten Christoph Scheiner erfunden; und findet es gegenwärtig fast in jeder Quincallerie-, oder Kurze-Waaren-Handlung um wenige Groschen vor. Die größeren und besser gearbeiteten Instrumente sind aus Messing vom Mechanikus gearbeitet und gehen auf Rollen von Elfenbein, so, daß das Instrument nach allen Seiten hin, äußerst leicht beweglich ist. Ein Haupterforderniß dieses Instruments ist, daß der Stift der auf den Umrissen des Originals herumgeführt wird, mit dem noch zeichnenden Stifte, und dem im Bleiklumpen, oder im Tische befestigte Stift sich als drei Punkte stets in einer einzigen geraden Linie, u. zugleich auch in einerlei Höhe einer und derselben horizontalen Ebene befinden müssen.

Das Kopiren durch die sogenannte Kopierscheibe und des Kopierpultes ist durch die zweite Kopiermethode mehr als hinreichend ersetzt.

2) Das Reduciren, Verkleinern oder Vergrößern der Risse, Plane ꝛc.

§. 38.

Die Verkleinerung der Figuren bleibt in jeder Hinsicht dem Originale ähnlich, nicht so aber die größer als das Original zu nehmende Copie, und es kömmt im ersteren Falle immer nur darauf an, ob die Verjüngung oder Verkleinerung nach den Linien, oder nach dem Quadrat- oder Flächeninhalte vorgenommen werden soll. Wenn daher z. B. angenommen wird, daß jede Linie der Charte oder des Plans in der Copie nur ⅓ der Länge von derselben Linie im Originale haben soll, so nehme man jede Linie im Umfange sowie auch die etwa vorhandenen Diagonalen auf, messe sie, und dividire ihre Länge durch 3, und hänge die so gefundenen Längenquotienten, nachdem sie genau vom Maaßstabe abgenommen worden, wieder in gehöriger Ordnung entweder als Dreiecke oder Trapeze (nachdem es die Umstände gestatten) zusammen. Dieses ist die erste Methode zu einer verjüngten Copie.

Viel leichter und geschwinder kömmt man aber bei einer solchen Arbeit weg, wenn man sich zu derselben eines sogenannten Tenombal-, Verjüngungs- oder Verhältniß-Zirkels (Fig. 31.) bedient, an welchem die kurzen Schenkel aβ und aγ nur auf ein Drittel so lang als die unteren ab und ac vermittelst des verschiebbaren Kopfes a gestellt sind. Man mißt demnach auf dem zu kopirenden Originale die geraden Linien desselben vermittelst der langen Zirkelschenkel, und braucht dann nur den Zirkel umzukehren, wenn das zu kopirende Original zu verjüngen ist. (s. Fig. 31.)

Die Einrichtung eines solchen Verjüngungs- oder Reduktionszirkels, vermittelst welchem man die kurzen Schenkel aβ und aγ so stellen kann, daß der Abstand ihrer Spitzen β und γ gerade $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ u. s. f. von der Entfernung der Spitzen b und c der langen Schenkel ab und ac giebt, ist folgende: Das Instrument besteht, wie Fig. 31. zeigt, aus zwei gleich langen, im oberen Theile ihrer Länge noch

mit Einschnitten versehenen, und in Spitzen β, γ, b, c endenden metallnen Schenkeln, βc und γb, welche durch einen in den Einschnitten verschiebbaren, und an jedem Punkte, 2, 3, 4 ꝛc. des einen Schenkels (hier auf γ b) fest zu schraubenden Knopfes a verbunden sind. Beide Schenkel enden in Stahlspitzen, von welchen die untern b und c, bei Oeffnung des Zirkels, und wenn der Knopf a, statt wie hier auf 3, dafür auf 2 steht, um die zweifache Entfernung der oberen Spitzen β und γ von einander abstehen. Durch Verschiebung des Knopfes a, welche nur bei völlig geschlossenen Schenkeln geschehen kann, ändert sich natürlich auch das Verhältniß dieser Entfernungen zu einander, und je nachdem der Knopf über die auf dem einen Schenkel γ b stehenden Ziffern 3, 4 ꝛc. gestellt wird, je nachdem greifen auch die unteren Stahlspitzen b und c die 3=, 4= ꝛc. fache Entfernung der obern β und γ; und hieraus ergiebt sich der Gebrauch dieses Instruments bei Vergrößerungen und Verkleinerungen von Plänen und Rissen, denn um einen Plan ꝛc. seinen Linien nach zu vergrößern, braucht man sich nur zur Abmessung der Linien des Originals der Schenkelspitzen β und γ zu bedienen, dann aber wie vorhin zu verfahren.

Es versteht sich übrigens von selbst, daß eine Figur, in welcher jede Linie zur Copie halb genommen ist, nur $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ des Flächeninhalts beträgt, wenn man die Copie nach dem Maaßstabe des Originals ausrechnet; und ebenso beträgt auch eine Copie deren Umfangslinien der dritte Theil ($\frac{1}{3}$) von denselben Linien des Originals sind, nur $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ des Flächeninhalts von derselben Figur des Originals, u. s. f.

Der vorhin beschriebene Reductionszirkel hat jedoch das Nachtheilige, daß durch wiederholtes Oeffnen und Schließen sich gewöhnlich der eine Schenkel am Kopfe verschiebt, während letzterer seine Stellung im Einschnitte des anderen Schenkels behält, wodurch also bei Reduktionen natürlich Fehler entstehen müssen, und es wird deßhalb besagtes Instrument durch den schon oben beschriebenen **Reduktionsmaaßstab** (§. 33. Fig. 26) **bestens** ersetzt.

Zweite Methode, vermittelst eines verjüngenden Maaßstabes. Soll mittelst eines solchen z. B. von einer geometrischen Vermessung eine Copie gemacht werden, welche nur um $\frac{1}{3}$ an Linienlänge kleiner ist als das Original, so fertigt man sich zu diesem Behufe einen Maaßstab an, bei welchem 3 Ruthen desselben 2 Ruthen desjenigen Maaßstabes betragen, welcher dem Originale zum Grunde liegt; alsdann wird der zur Copie bestimmte Maaßab durch fernere Eintheilung in Fuße und Zolle, vollendet. Hierauf trägt man die im Originale vorkommenden Linien vermittelst des kleineren, zur Copie bestimmten Maaßstabes nach derselben Ruthenzahl, welche die Linien des Originals haben gehörigen Orts in die Copie auf, indem man z. B. wenn eine Linie des Originals 28° 9′ 4″ hält, dieser Linie auf der Copie ebenfalls 28° 9′ 4″ nach dem entsprechenden kleineren Maaßstab geben muß, und so führt man bis zur letzten Linie des Originals fort, wo zuletzt der Endpunkt der letzten Linie mit dem Anfangspunkte der allerersten genau in einander fallen müssen, welches man das Schließen der Figur nennt.

Sollte aber — was jedoch selten verlangt wird — die zu nehmende Copie im Linien-Verhältnisse um $\frac{1}{3}$ größer als das Original werden, so bedarf man zu einer solchen Copie eines Maaßstabes, nach welchem 2° desselben genau so lang sind, als 3° von dem des Originals.

Hätte man aber von einem geometrischen Risse z. B. eine $3\frac{1}{8}$ mal größere Copie zu nehmen, so findet man wie groß jede Ruthe des hierzu dienenden Maaßstabes im Verhältniß zu einer Ruthe des Originals werden muß, durch den Regeldetri-Satz:

„Wie groß muß 1° des zur Copie dienenden Maaßstabes werden, wenn dieselbe $3\frac{1}{8}$ mal größer als das Original werden soll, da, wenn die Copie 4 mal so groß werden sollte, jede Ruthe derselben so groß als 2° des Originals werden muß?"

Der entsprechende Ansatz ist hiernach:

$$4 : 3\tfrac{1}{8} = 2 : x$$

und findet hieraus, daß x, oder jede Ruthe des zur Copie bestimmten Maaßstabes $\frac{25}{16}^0 = 1\frac{9}{16}^0$; oder $1^0\,5'\,1\frac{1}{4}''$ (Decimalmaaß) von dem Maaßstabe des Originals enthalten muß.

Wäre aber eine Copie zu nehmen, welche $3\frac{1}{8}$mal kleiner als das Original sein sollte, so braucht man nur den Regeldetrie-Satz zu berechnen:

„Wie groß muß 1^0 des zur Copie gehörigen „Maaßstabes werden, wenn letztere $3\frac{1}{8}$mal kleiner als „das Original werden soll, da, wenn die Copie nur „$\frac{1}{4}$, oder den vierten Theil so groß werden sollte, jede „Ruthe der Copie $\frac{1}{2}$ Ruthe des Originals lang werden „muß?"

Hier steht der entsprechende Ansatz wie folgt:

$$\tfrac{1}{4} : \frac{1}{3\frac{1}{8}} = \tfrac{1}{2} : x$$

und findet hieraus für x, daß jede Ruthe des Maaßstabes zur Copie $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3\frac{1}{8}}\right) : \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{25}\right) \times \frac{4}{1} = \frac{16}{25}$ Ruthen $= 6'\,4''$ (Decimalmaaß) von 1^0 des Originals betragen muß; und so verfährt man in allen ähnlichen Fällen.

Dritte Methode, mittelst eines mit zarten Bleistiftslinien über das zu kopirende Original gezogene, aus lauter kleinen Rechtecken bestehende Gitter oder Netz. — Soll, nachdem über das Original ein nach §. 37. №. 1., beschriebenes Netz gelegt worden, das Original vergrößert oder verkleinert werden, so theilt man wie nachstehende 3 Aufgaben lehren, die beiden, einen rechten Winkel bildenden Seiten des Rechtecks der zu erhaltenden Copie, in ebensoviele gleiche Theile, in wieviel die gleichliegenden Seiten des Originals eingetheilt worden sind, und vollendet sodann wie in §. 37. №. 1. gelehrt worden das Gitter für die Copie. Jetzt kömmt es nur noch darauf an, in jedem kleinen Rechtecke des zur Copie bestimmten Gitters denjenigen Theil des Originals einzuzeichnen, welcher im gleichnumerirten Rechtecke des Originals sich befindet, was leicht geschehen kann, indem man auch hier das Copiren

mit dem obersten zur Linken stehenden, №. 1. enthaltenden kleinen Rechtecks beginnt, und mit dem letzten, in der rechten Ecke unten befindlichen Rechtecke aufhört. — Bei der Netzlegung berücksichtige man noch das, im Zusatz zur 7ten Methode (des §. 39.) Gesagte.

Aufgabe 1. Jede gegebene gerade Linie in eine beliebige Anzahl gleichgroßer Theile einzutheilen.

Auflösung. Gesetzt, man habe die Linie ab in 5 gleiche Theile einzutheilen; so setzt man (s. Fig. 32) an den einen ihrer Endpunkte, z. B. in a, unter einem weder zu spitzennoch rechten Winkel, eine andere gerade beliebige Linie ac, an, trägt auf solche aus a ein- und dieselbe beliebige Zirkelöffnung so oftmal aneinander hängend auf, als in wieviel gleichgroße Theile die vorgegebene Linie ab zu theilen ist — in vorstehendem Beispiele als 5mal, so daß $a\alpha = \alpha\beta = \beta\gamma = \gamma\delta = \delta\varepsilon$ ist. Hierauf zieht man vom letzten Punkte der aufgetragenen Theile (im vorstehenden Falle also von ε), nach dem andern Endpunkt der einzutheilenden Linie ab (also nach b) eine punktirte gerade Linie εb, und legt endlich zu εb auf dem bekannten mechanischen Wege mit 2 Dreiecken (oder 1 Lineal und 1 Dreieck) durch die übrigen Theilungspunkte der Linie ac (also durch δ, γ, β und α) die Parallellinien δg, γf, βe und αd, durch welche nun die gegebene einzutheilende Linie ab in die verlangte Anzahl gleichgroßer Theile, und zwar hier deren 5, eingetheilt wird, so daß ad = de = ef = fg, gb, mithin also ab = 5ad = 5de = 5ef = 5fg = 5gb ist.

Aufgabe 2. Man soll von einer geraden Linie ab einen Bruchtheil, z. B. $\frac{2}{5}$, nehmen:

Auflösung. Man theilt die gegebene Linie nach voriger Aufgabe in so viele gleiche Theile ein, als der Nenner des gegebenen Bruchtheils besagt, (im angenommenen Beispiele also in 5 gleiche Theile), und nehme von diesen Theilen der gegebenen Linie deren so viele, als der Zähler des verlangten Bruches ausdrückt, im gegenwärtigen Falle also zwei solcher

Theile, nämlich ae = 2 ad, welche zusammen nun $\frac{2}{5}$ von der gegebenen Linie ab ausmachen, (Siehe Fig. 32.)

Aufgabe 3. Eine vorgegebene gerade Linie ab nach den Theilen eines vermischten Bruches, z. B. in $3\frac{3}{5}$ Theile, einzutheilen.

Auflösung. Setze wie in der 1sten Aufgabe an den einen Endpunkt der einzutheilenden Linie eine beliebig große andere ac (Fig. 33.), und trage auf diese letztere zuerst von dem Endpunkte a der einzutheilenden Linie so viele kleine aber gleichgroße Theile, als der Nenner des vorgeschriebenen vermischten Bruches besagt — hier also von a nach c fünf gleiche kleine Theile —; hierauf faßt man sie alle zusammen in den Zirkel, und trägt sie aus ihrem sovielsten Theilpunkte auf der Linie ac fort, als der Zähler des der ganzen Zahl angehängten ächten Bruches Einheiten enthält, hier sonach a5 aus 3 nach c, und zwar so oft, als die ganze Zahl des gegebenen vermischten Bruches beträgt. Für den hier angenommenen Fall trägt man also die 5 kleinen gleichen Theile aus dem Endpunkte des 3ten derselben, dreimal hinter einander nach c hin, (weil 3 die ganze Zahl des vermischten Bruches ist), nämlich vom Punkte 3 nach α, von α nach β, und von da nach γ, so daß a5 = α3, = $\alpha\beta$ = $\beta\gamma$ ist. Den letzten dieser erhaltenen Theilpunkte, (hier γ), verbindet man nun mit dem anderen Endpunkte der einzutheilenden Linie — also mit b — durch eine gerade Linie, (hier γb) und legt zu derselben durch die zuletzt erhaltenen Theilungspunkte Parallellinien, nämlich hier βf, αe und 3d mit bγ, so wird die gegebene Linie ab durch ad + de + ef + fb in die verlangten $3\frac{3}{5}$ Theile eingetheilt sein, wo ad = $\frac{3}{5}$ de = $\frac{3}{5}$ ef = $\frac{3}{5}$ fb ist.

Vierte Vergrößerungs- und Verkleinerungs-Methode vermittelst des Pantographen (Storchschnabels).

Will man vermittelst dieses Instruments (Fig. 30.) von irgend einem Risse oder einer Zeichnung eine verkleinerte

Copie nehmen, so wird in die bei e befindliche Hülse ein wohlzugespitzter Bleistift, oder eine mit Tusche angefüllte aber sehr gut und leicht ziehende Reisfeder befestigt, und über diejenige Stelle des für die zu erhaltende Copie befindlichen Papieres gebracht, allwo mit derselben der Anfang gemacht werden soll. Sodann bringt man das mit einem weder zu stumpfen noch zu scharfen Stahl= oder Horngriffel versehene Ende a des Pantographen über das zu verjüngende Original, und fährt mit dieser Griffelspitze nicht sehr stark über alle Linien des Originals, so wird der Bleistifft oder die Reißfeder bei e die gewünschte Copie nach und nach geben. Hierdurch wird, wenn der Drehpunkt d (über a) sich in der Mitte vom Liniale a b, und der Drehpunkt f in der Mitte des Linials b c befände, die so erhaltene Copie $\frac{1}{4}$ des Originals betragen. Will man aber eine noch kleinere Copie haben, so wird das Lineal e f unterhalb des Linieals b c, nach c zu heruntergeschoben, doch jedesmal so, daß fe = fc bleibt, desgleichen wird der Punkt d des Linieals d e unterhalb des Linials a b weiter nach a zu, und zwar um ebenso viele auf den Linialen des Storchschnabels durch Punkte angedeuteten Löcher heruntergerückt, als es mit dem Punkte f nach c zu geschehen ist. Auf ähnliche Weise wird nun auch nach dem folgenden Verfahren ein zu kopirender Riß ꝛc. vergrößert.

Soll nämlich von einem Risse, einem Plane ꝛc. eine vergrößerte Copie genommen werden, so wird in der Hülse a der zugespitzte Bleistift oder die mit flüssiger Tusche angefüllte leicht ziehende Reißfeder befestigt, in der Hülse bei e hingegen der nicht zu spitze Stahl= oder Horngriffel, mit dem man wie vorhin auf den Umrissen des Originals herumfährt wo man zuletzt eine doppelt so große Copie erhält.

Ist aber ein Riß nicht wie vorhin um das 4=fache zu verjüngen, so wird der Drehpunkt d nach a zu, der Drehpunkt f aber nach b hingeschoben, und hierauf wie beim Verkleinern (oder Verjüngen) verfahren.

Man sieht also, daß es vermittelst dieses Instruments nicht schwer ist, von irgend einer Linear-Zeichnung eine größere oder kleinere Copie zu erhalten, denn jemehr man den Drehpunkt d nach a, und ebenso den von f nach b (d. h. aber auf beiden Seiten des Instruments um gleichviel Löcher, welche hier durch Punkte angedeutet sind) rückt, desto geringer ist auch die Verkleinerung oder Vergrößerung; und jemehr man auf gleiche Weise den Punkt d nach b, und den Punkt f nach c nähert, desto bedeutender wird auch die Vergrößerung oder Verkleinerung für genannte Fälle.

§. 39.

Fünfte Methode. Soll die zu nehmende Copie aber nicht im Verhältniß der Linien, sondern nach dem bekannten Flächeninhalte des Originals angefertigt werden, so muß man den Satz erwägen, „daß sich ähnliche Figuren verhalten, wie die Quadrate ihrer gleichliegenden und gleichnamigen Seiten, und folglich auch ihre Maaßstäbe, wie die Quadrate derselben.“

Nennt man nun das zu kopirende Original, A, die kleiner zu nehmende Copie aber c, und soll diese letztere nur $\frac{3}{5}$ des Flächeninhalts des Originals A enthalten, so erhält man nach dem angeführten Satze die Proportion:

$$5 : 3 = A^2 : c^2.$$

Nimmt man demnach vom Maaßstabe des Originals A 100 Ruthen, so erhält man für diese Proportion folgende:

$$5 : 3 = 100^2 : c^2.$$

folgl. $c^2 = (100^2 \times 3) : 5 = (10000 \times 3) : 5 = 6000$

und daher $c = \sqrt{6000^0} = 77^0\ 4'$;

das heißt: von dem zum kopirenden Orginal A gehörigen Maaßstabe nehme man $77^0\ 4'$ ab, und theile diese Länge wieder in 100 Ruthen, so hat man den zur Copie entsprechenden Maaßstab gefunden.

Soll aber vom Originale eine vergrößerte Copie genommen werden, (was, wie schon erwähnt, selten er-

fordert wird), so kehre man das vordere Verhältniß der vorigen Proportion um. Z. B. Die nach dem Flächeninhalte zu nehmende Copie, soll um $\frac{1}{3}$ Mal größer als das Original werden, so muß man anstatt:

$$4 : 3\ ^{*)} = A^2 : c^2$$

dafür jetzt setzen: $3 : 4 = A^2 : c^2$.

Ist hier nun wieder der Maaßstab des zu kopirenden Originals A in 100 Ruthen eingetheilt, so wird aus letzterer Proportion: $3 : 4 = 100^2 : c^2$

oder $3 : 4 = 10000 : c^2$

folgl. $c^2 = (4 \times 10000) : 3 = \frac{40000}{3} = 13333{,}333 .. \square^0$

und daher $\sqrt{c^2} = \sqrt{13333{,}333 \ldots \square^0}$

also $c = 115{,}47^0 = 115^0\ 4'\ 7''$.

Diese $115^0\ 4'\ 7''$ trage man vom Maaßstabe des Originals auf eine gerade Linie auf, und theile diese Länge von $115^0\ 4'\ 7''$ hierauf in 100 gleiche Theile (Ruthen), so erhält man hierdurch den 100^0 haltenden Maaßstab für die um $\frac{1}{3}$ größer zu nehmenden Copie c.

Sechste Methode. Aus dem Maaßstabe des Originals den Maaßstab für die größer oder kleiner zu nehmende Copie zu erhalten.

Auflösung. a) Auf geometrischem Wege (per Constr.) Gesetzt die zu nehmende Copie c, soll nur $\frac{3}{5}$ an Fläche vom Originale A haben, also kleiner werden; so legt man an 100^0 Länge des Maaßstabes vom Originale A, $\frac{3}{5} \times 100 = 3 \times 20 = 60^0$ von demselben Maaßstabe in gerader Linie an einander, (wie Fig. 24. zeigt) beschreibt über ihrer Summe (also über $100^0 + 60^0$) einen Halbkreis und errichtet im Vereinigungspunkte beider Längen eine Normale x bis zur Peripherie des Halbkreises, so giebt diese nach dem Maaßstabe des Originals $77^0\ 4'$ Normale als diejenige Länge an, welche als Maaßstab für die kleiner zu nehmende Copie noch in 100 gleiche Theile (hier Ruthen) zu theilen ist.

*) Die Copie soll $1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ so groß wie das Original gemacht werden, daher nach §. 39. zuerst die Proportion $4 : 3 = A^2 : c2$, welche umgestürzt: $3 : 4 = A^2 : c^2$ giebt.

Sollte aber die zu nehmende Copie c **größer** als das Original A werden, z. B. um $\frac{3}{4}$ an Fläche größer, so setzt man an 100^0 des Maaßstabes vom Originale noch $100^0 + 75^0 = 175^0 = 100^0 + (100 \times \frac{3}{4})^0$ in gerader Linie fort, an, beschreibt über der Summe beider (also über $100 + 175 = 275^0$) einen Halbkreis, und errichtet wie vorhin im Vereinigungspunkte beider an einander gesetzter Linien, die bis in die Peripherie gehende Normale x, so ist (wie vorhin) dieselbe aus Gründen der Elementargeometrie die mittlere geometrische Proportionalinie zwischen den beiden Linien, in deren Vereinigungspunkte sie als Normale den Halbkreis erreicht. Theilt man diese Normale nun in 100 gleich große Theile ab, so erhält man den Maaßstab für die nun $\frac{3}{4}$ an Fläche größer zu erhaltende Copie.

Auflösung. b) Man kann aber auch ebenso gut **arithmetisch** die entsprechende mittlere geometrische Proportionallinie finden, denn man braucht zu dieser Absicht nur, wenn z. B. die Copie um $\frac{2}{5}$ an Fläche **kleiner** als das Original werden soll, 100 (Ruthen des Originals) mit 60 ($= 100 \times \frac{3}{5}$), zu multipliciren, und aus dem hier erhaltenen Produkte (= 6000) die Quadratwurzel zu ziehen, so erhält man ebenfalls nach dem Maaßstabe des Originals $77^0\ 4'$ welche Länge dann noch in 100 gleich große Theile zutheilen ist, um den Maaßstab für die um $\frac{2}{5}$ kleinere Copie zu erhalten, denn: $100 : x = x : 60$

daher $x^2 = 100 \times 60 = 6000$

folglich $x = \sqrt{6000} = 77{,}45^0$ . . . . .

$7^2 = 49$ . .
$2.7 = 14$ | 110.
98.
120
$7^2 = 49$
$2 \times 77 = 154$ | 710
61.6
940
$4^2 = 16$
$2 \times 774 = 1548$ | 9240
5.7 4.0
3790
$5^2 = 25$
Rest = 3765

Obgleich man durch wirkliche Extraktion $77^0\ 4'\ 5''$ findet, so können doch nur die ersteren auf einem solchen Maaßstabe abgenommen und daher auch nur allein berücksichtigt werden.

Siebente Methode. Man zeichnet ein gleichschenkligt-rechtwinkligtes Dreieck ba1 (siehe Fig. 36.), und trage die Hypothenuse b1 aus a nach 2 (also auf die unbestimmt verlängerte a1), die Linie b2 aber von a nach 3; die Linie b3 von a nach 4; die Linie b4 von a nach 5 u. s. f.; so ist, wenn ab, oder was dasselbe ist, a1 die Einheit des Maaßstabes irgend eines Risses bildet, a2 die Einheit eines anderen Maaßstabes, welcher zu einer zweimal so großen Fläche gehört; ebenso ist a3 die Einheit des Maaßstabes einer 3 Mal so großen Zeichnung oder Copie u. s. f. Zugleich folgt hieraus auch, daß die Zeichnungen, welchen z. B. die Maaßstäbe a2 und a3 zugehören, zu einander wie 2 : 3 sich verhalten; die Zeichnungen, deren Maaßstäbe a3 und a5 sind, verhalten sich der Fläche nach zu einander, wie 3 zu 5 u. s. f. Es leuchtet hieraus ein, daß eine solche Zeichnung, wie hier Fig. 36. angegeben ist, für alle verschiedenen Verhältnisse der zu entwerfenden Maaßstäbe für Risse 2c. benutzt werden kann.

Die Art und Weise aber, wie die hier mitgetheilte Figur zur Ausmittelung eines neuen Maaßstabes durch einen gegebenen, wenn der zu kopirende Plan nach einem bestimmten Verhältnisse geändert werden soll, benutzt werden kann, läßt sich aus folgendem Beispiele entnehmen:

Gesetzt es sei AB (Fig. 36.) die Einheit des Maaßstabes einer Zeichnung, man soll aus dieser Einheit den Maaßstab eines anderen Flächenverhältnisses desselben Gegenstandes ableiten, so, daß die Copie nach letzterer (Maaßeinheit) nur $\frac{2}{5}$ des Raumes vom Originale einnimmt.

Zu dieser Absicht braucht man nur von a, unter einem beliebigen aber nicht zu spitzen Winkel eine Linie an zu ziehen, auf derselben aB = AB zu nehmen, hierauf B mit 5 durch eine gerade Linie zu verbinden, und durch den Punkt 2 (auf a6) die Linie 2x parallel zu 5B zu legen, so ist ax die Einheit des gesuchten Maaßstabes, mittelst welchem die Copie nach dem verlangten Verhältnisse = $\frac{2}{5}$ vom Originale verzeichnet werden kann.

Zusatz. Will man einen Plan rc. vermittelst Rechtecke nach der dritten Methode verjüngen, so müssen die Seiten der Quadrate, welche das Netz oder Gitter des Originals, sowie das der Copie bilden sollen, in demselben Verhältnisse wie die entsprechenden Maaßstäbe zu einander stehen. Es wird daher auch, wenn die Seite des Quadrates für das eine Netz gegeben ist, die Seite für das andere (das der Copie) eben so gefunden, wie man nach Vorigem den Maaßstab selbst zu finden im Stande ist.

Achte Methode. Hat man aber eine vergrößerte oder verkleinerte Copie von einem kubischen Gegenstande, z. B. einem Würfel, einem Parallelpipedon rc. zu nehmen, so besteht das Verfahren in Folgendem:

Gesetzt man habe vom Kubus oder Würfel abcdefg (Fig. 37.) eine dem kubischen Inhalte nach, doppelt so große Copie zu machen, und findet, daß de = 4″, fe (.Länge) = 4″, und ge (als Höhe) auch 4″ ist, der kubische Inhalt von abcdefg also 4″ × 4″ × 4″ = 64 Kubikzoll beträgt, und soll man einen zweiten Würfel verzeichnen, dessen kubischer Inhalt 64 × 2 = 128 Kubikzolle beträgt; wie groß muß daher jede Seite (oder Dimension) desselben genommen werden?

Antwort. Weil $\sqrt[3]{\frac{128}{64}} = \sqrt[3]{2} = 1{,}26$ (circa), so muß jede Dimension (nämlich: Länge, Breite und Höhe) = 4 × 1,26″ = 5,04″ genommen, und hieraus der doppelt so große Kubus $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\varphi\mu$ verzeichnet werden, der nun 5,04″ × 5,04″ × 5,04″ = 25,4016 □″ × 5,04″

1270080..
1016064

= 128,024064 ⬚″

enthält. Ganz genau konnte 128 deßhalb nicht erhalten werden, weil $\sqrt[3]{2}$ irational ist.

Ganz so verfährt man mit der Copie jedes anderen rechtwinkligten, 6 Flächen haltenden köperlichen Gegenstandes

Erklärung und Gebrauch des Transporteurs.

§. 40.

Der Transporteur (Fig. 38.) ist ein aus einem Liniale AB mit einem scharfen Einschnitte m in der Mitte seiner inneren Kante, und einem über derselben in lauter gleiche Theile, Grade genannt, eingetheilten Halbkreise, bestehendes Instrument, um mittelst desselben entweder gegebene Winkel zu messen, wieviel Grade sie enthalten, oder solche irgend wohin in verlangter Größe zu übertragen (zu transportiren). Für beide Fälle ist der Halbkreis auf seiner Fläche nicht nur von der Rechten zur Linken, sondern auch wie Fig. 38. zeigt, von der Linken zur Rechten in 180° (Grade) = 2R abgetheilt, wovon nur allemal der 10te Grad mit der entsprechenden fortlaufenden Nummer (Zahl) bezeichnet ist.

Gebrauch des Transporteurs. Um nun mittelst dieses Instruments, welches man mehr oder weniger gut in jedem Reißzenge vorfindet, 1) die Größe jedes vorgegebenen hohlen Winkels (bis auf 180 Grad) zu messen, verfährt man wie folgt:

Man verlängert zuerst den obern Schenkel, z. B. des gegebenen stumpfen Winkels pmo, also mp, so, daß mp, wenn man den senkrechten Einschnitt des Linials AB (am Transporteur) genau, wie es aus Fig. 38. ersichtlich, an der Ecke oder Winkelspitze m des zu messenden Winkels omp anlegt, noch über den äußeren Rand des Transporteurs hinausreicht, zählt hierauf, weil sich hier die Oeffnung des gegebenen Winkels omp rechts befindet, auch die Grade vom rechten Endpunkte des Halbkreises nach dem linken Endpunkte desselben bis zum Schenkel mp, und findet, daß derselbe hier genau hinter dem 145sten Grade hinausläuft, was angiebt, das der gegebene Winkel omp 145 Grade (zwischen seinen Schenkeln pm und mo) faßt.

Will man 2) den gegebenen spitzen Winkel nmo (Fig 38) anders wohin tragen, oder abzeichnen, so mißt man denselben wie so eben gelehrt worden, zieht sodann eine feine gerade Linie, legt an deren linken Endpunkt den senkrechten Einschnitt m des Lineals am Transporteur genau (wie Fig. 38 zeigt) an, und zählt auf dem eingetheilten Halbkreis des Transporteurs, weil die Oeffnung des gegebenen Winkels nmo sich rechts befindet, ebenfalls von dem rechten Ende des Halbkreises nach dem linken Ende so viele Grade ab, als der gegebene Winkel deren enthält, hier also deren 57, sticht hinter diesem Gradstriche einen feinen Punkt, nimmt dann den Transporteur hinweg, und verbindet nun diesen markirten Punkt mit demjenigen Endpunkte der gezogenen Linie, an welchem sich des Transporteur-Lineals Einschnitt m befand, so ist das Verlangte geschehen.

Sollte aber ein vorgegebener Winkel, dessen Schenkelöffnung sich links befindet, gemessen oder abgetragen (transportirt) werden, so bleibt für beide Fälle das in No. 1. und 2. beschriebene Verfahren ganz dasselbe, nur das man die Grade vom linken Halbkreisrande des Transporteurs in der oberen Zahlenreihe, welche zur Linken ebenfalls mit 10 Grad beginnt, abzählt.

Wollte man 3) mittelst des Transporteurs in irgend einem Punkte m der geraden Linie wo (Fig. 38) einen Perpendikel (senk- oder lothrechte Linie) errichten, so braucht man nur den Einschnitt des Lineals vom Transporteur an den bestimmten Punkt (hier an m) der gegebenen Linie so anzulegen, daß diese zugleich genau sich an die Kante genannten Linials anschließt; hierauf den 90sten Grad, (welcher sich oben in der Mitte des eingetheilten Halbkreises befindet) dicht hinter des Transporteurs Rande durch einen gestochenen kleinen Punkt r markirt, und denselben sodann mit dem gegebenen Punkte m durch eine gerade Linie verbindet, so steht diese Linie rm, weil ∟ rmo ein rechter ist, normal (perpendikulair) oder senkrecht im bestimmten Punkte m der gegebenen Linie wo.

Hätte man ferner 4) ein regulaires Vieleck (Polygon) z. B. ein regelmäßiges Fünfeck auf, oder über der Linie ab (Fig. 39.) zu verzeichnen, so sucht man zuerst die Größe jedes Polygons- oder Umfangs-Winkels des verlangten regulairen Vielecks, indem man 360° durch die Anzahl der Seiten oder Polygons-(Umfangs-) Winkel dividirt, den so erhaltenen Centri- oder Mittelpunktswinkel aber noch von 180 Grad abzieht, so giebt der hier bleibende Rest die Größe jedes Polygonswinkels genau an; und es ist demnach für das verlangte regelmäßige Fünfeck der entsprechende Polygonswinkel:

$$180^0 - \frac{360}{5} = 180^0 - 72^0 = 108^0!$$

Man trägt daher an jeden Endpunkt der gegebenen geraden Linie ab vermittelst des Transporteurs nach No. 2 einen ∟ von 108° auf (siehe Fig. 39), und mache sodann den Schenkel ad sowie den Schenkel bf so groß wie ab. Ferner trägt man wie so eben einen Winkel von 108° (vermittelst des Transporteurs) an die Endpunkte d und f der Schenkel ad und af, so werden die sich in e schneidenden neuen Schenkel de und fe nicht nur das verlangte gleichwinklichte Fünfeck abfed vollenden, sondern auch unter sich und den übrigen Linien gleich groß sein.

Auf gleiche Weise kann man auch auf einer gegebenen Linie in regelmäßiges, 9-, 12-, 15-, 18- und 20-Eck verzeichnen, wenn man auf die beiden Endpunkte a und b, für das 9-Eck

einen Winkel v. $180^0 - \frac{360}{9}{}^0 = 180^0 - 40^0 = 140^0$ aufträgt,
beim 12-Eck „ $180^0 - \frac{360}{12}{}^0 = 180^0 - 30^0 = 150^0$ „
„ 15-Eck „ $180^0 - \frac{360}{15}{}^0 = 180^0 - 24^0 = 156^0$ „
„ 18-Eck „ $180^0 - \frac{360}{18}{}^0 = 180^0 - 20^0 = 160^0$ „
„ 20-Eck „ $180^0 - \frac{360}{20}{}^0 = 180^0 - 18^0 = 162^0$ „
u. s. w.

§. 41.

Erklärung. Jeder in Grade und Unterabtheilungen derselben eingetheilte ganze oder halbe Kreisrand, am

Transporteur sowohl, wie an jedem anderen Winkelmeß-Instrumente, wird der Limbus genannt, und ein um den Mittelpunkt des Voll= oder Halbkreises bewegliches Linial, an dessen einem Ende ein Nonius verzeichnet ist, um durch denselben die Theile des Limbus in noch kleinere Theile einzutheilen, heißt die Regel oder Alhidade.

§. 42.

Aufgabe. Den Umfang (Perimeter) einer jeden geradlinigten Figur aus noch so viel Seiten oder Linien bestehend, in derselben parallelen Lage, blos vermittelst des Zirkels und Linials leicht abzuzeichnen. (Fig. 40. u. 41.)

Erste Auflösung. Vermittelst unmittelbaren parallelen Abschiebens. — Man lege an A. B. (oder auch an jede andere Linie der Fig. 40.) die eine Seite eines Dreieck-Linials genau an, lege an die linke Kante desselben völlig schließend die eine Kante eines andern Linials an, und schiebe an der Kante dieses letzteren das Dreieck-Linial über die Figur 40. hinaus, ziehe an dieser Kante eine Linie a b und gebe derselben mit dem Zirkel die Länge der so eben abgeschobenen Linie AB. Auf gleiche Weise legt man nun durch b der Linie ab (Fig. 41.) die bc = BC (Fig. 40.) #, und fährt so bis zu Ende fort, so wird die parallel abgeschobene Figur abcdefghik (Fig. 41.) dem Originale ABCDEFGHIK nicht nur parallel liegen, sondern demselben auch völlig ≌ (d.h. ähnlich und gleich, oder kongruent) sein.

Zweite Auflösung. Man mache wie vorhin die ab zu AB #, mache auch ab = AB, schlage hierauf aus b mit der Diagonale BK einen Bogen, und lasse denselben durch einen Contra- oder Gegen-Bogen aus a mit AK sich schneiden, und ziehe nach diesen Schneidepunkt die gerade Linie ak (Fig. 41.) Ferner schlage man uns k (Fig. 41.) mit KC einen Bogen, schneide denselben aber mit BC aus b durch einen Contrabogen, und ziehe dann bc. Hierauf schlage man aus K (Fig. 41.) mit KH (Fig. 40.) einen

Bogen, schneide diesen durch einen Contrabogen aus b mit BI und verbinde den Schneidepunkt beider Bogen durch die gerade Linie ki. Sodann schlage man aus i mit HJ der Fig. 40. einen Bogen, schneide denselben durch einen Contrabogen aus b (Fig. 41.) mit BH, und ziehe ih. Jetzt schlage man aus h (Fig. 41.) mit HG (Fig. 40.) einen Bogen, aus c mit CG (Fig. 40.) aber einen Gegenbogen und verbinde den Schneidepunkt beider Bogen durch die gerade Linie hg. Nun schlägt man aus g mit GF der Fig. 40 einen Bogen, aus c (Fig. 41.) mit CF aber einen Contrabogen, und verbinde beider Schneidepunkt f mit g durch die gerade Linie gf. Weiter schlägt man mit FE aus f (Fig. 41.) einen Bogen, schneidet denselben aus g mit GE (oder auch aus c mit CE), und zieht nach dem Schneidepunkt e die gerade Linie fe. Endlich schlägt man aus e mit ED einen Bogen und aus f mit FD (oder auch aus g mit GD ꝛc.) einen Gegenbogen, und zieht nach deren Schneidepunkt d die gerade Linie ed. Zuletzt zieht man nach dc, so wird die Fig. 41., abcdefghik der Fig. 40. ABCDEFGHIK nicht nur gleichliegend parallel (oder ⋕), sondern auch völlig ähnlich und gleich, d. h. ≅ sein.

Die Anwendung dieser Aufgabe kömmt sehr häufig in der Feldmeßkunst, sowie auch beim Verwandeln vielseitiger Figuren ꝛc. in Anwendung, weßhalb man sich mit ihrer Lösung nicht nur völlig vertraut machen, sondern sich in der Ausübung für jeden anderen Fall durch fleißige Uebung eine hinreichende Fertigkeit zu verschaffen suchen muß.

Zweiter Abschnitt.

Das Feldmessen selbst.

I. Das Abstecken ꝛc. gerader Linien auf dem Felde.

§. 43.

Die Endpunkte einer nicht zu langen geraden Linie werden auf dem Felde durch zwei, möglichst fest und tief in die Erde eingedrehten Meßstangen (Fig. 42.) bezeichnet, ist die abzusteckende Linie aber 100 bis 200 Ruthen lang, so bedient man sich dafür zweier Meßfahnen (Fig. 43), und bei mehr als 200 Ruthen langen Linien, werden die Endpunkte derselben durch sogenannte Signale bezeichnet, jedoch so, daß dieselben vom Winde nicht so leicht aus ihrer senkrechten Richtung gebracht werden können.

Eine Meßstange (auch Absteckstab gen.) ist gewöhnlich 7 bis 9 Fuß lang und 1¼ Zoll im Durchmesser stark, unten mit einer eisernen Spitze (Schuh) versehen, und in ebenso viele Fuß als sie hält abwechselnd mit schwarzer und weißer Oelfarbe abgetheilt. Eben so werden auch die Meßfahnen eingerichtet, diese sind aber 1 bis 2 Fuß länger und mit halbrothen und weißen Fahnen versehen, damit man sie und ihre Stange sowohl vor einem hellen als dunklen Hintergrunde deutlicher erblicken könne.

Wenn der Boden zu hart ist, daß man die einzusetzenden Stangen nicht eindrehen kann, so bedient man sich zuvor

eines Locheisens, womit man erst Löcher in die Erde stößt, dann die Stangen fest und tief genug hineindreht, und dann rundherum fest stampft.

Signale sind ebenfalls senkrecht in die Erde aufzurichtende, 20 bis 24 und mehr Fuß hohe, möglichst gerade Stangen, welche an ihren oberen Ende mit einem Strohwisch (sogenannter Trommel) versehen sind, um sie hierdurch in der Ferne gut sehen zu können. Anstatt dieser Signale kann man auch unten abgeputzte Tannenbäume als Richtobjekte bei Aufnahmen benutzen.

Unter den Signalen unterscheidet man noch Haupt- und Nebensignale. Erstere werden gemeiniglich durch trigonometrische Messungen bestimmt und geben die Winkelpunkte der Hauptdreiecke ab. Da an ihrer Erhaltung und möglichst weiten Erkennung sehr viel gelegen ist, so werden hierzu nicht allein, wie schon bemerkt, sehr hohe, mit Strohwischen versehene Stangen genommen, sondern dieselben überdieß oftmals sogar auf Gerüste gestellt, jedenfalls aber, um vor Stürmen gesichert zu sein, mit Stützen gehörig befestigt. Der Untergrund auf dem Boden wird, um den Punkt für immer zu erhalten, zuweilen sogar ausgemauert.

Außer Meßfahnen ꝛc. braucht man auch 1 Fuß lange und 1½ Zoll starke zugespitzte hölzerne Pfählchen, die mit ihrem spitzen Ende da in die Erde geschlagen werden (bis auf 2 Zoll über der Erde), wo ein wiederholentlich zu benutzender Punkt beim Aufnehmen gestanden, und genau wieder aufgefunden werden soll.

§. 44.

1. Eine auf dem Felde abgesteckte Linie ab zu verlängern.

Auflösung. Da zwei in einer beliebigen Entfernung von einander senkrecht in die Erde eingesteckte Stäbe oder Signale die Endpunkte einer geraden Linie bezeichnen, so geschieht deren Verlängerung wie folgt: Man trete in einiger Entfernung,

z. B. in d (s. Fig. 44.) hinter die bereits eingesteckten Stäbe b und a, halte daselbst (also in der ungefähren Verlängerung von ab) eine Absteckstange senkrecht vor sich, sehe an deren Kanten nach den beiden vor sich habenden Stäben b und a, und setze die in der Hand habende Stange so lange lothrecht rechts oder links, bis dieser Stab d die beiden vorderen Stäbe b und a genau deckt, und der hinter dem Stabe a den Stab d mit einvisirende Gehilfe das Zeichen der richtigen Einvisirung giebt, worauf man ihn völlig senkrecht und fest in die Erde eindreht. Ebenso verfährt man weiter mit mehreren Absteckstangen, bis die Linie ab bis zum bestimmten Punkte verlängert ist, z. B. hier bis zum Punkte e, so bildet die so erhaltene Vertikalfläche, mit der als Ebene angenommenen Erdfläche die bis zum Grenzpunkte e verlängerte Linie ab.

§. 45.

Zwischen den Endpunkten a und e, der abgesteckten Linie ae (Fig. 44) mehrere Stäbe in derselben Vertikalebene einzurichten.

Auflösung. Man läßt einen Gehilfen aus dem einen Endpunkte, z. B. hier aus a in möglichst gerader Richtung, (u. mehrere Absteckstäbe bei sich habend), 25 bis 30 Schritt nach dem Endpunkte e zu, gehen, wo er Halt macht und sich gegen den im Endpunkte a stehen gebliebenen Feldmesser umdreht, und eine Absteckstange seiner Meinung nach in die vorgegebene Linie ae senkrecht haltend. Der Feldmesser aber tritt einige Schritte hinter den im Endpunkte a gesteckten Stab (siehe Fig. 44) und visirt (d. h. sieht prüfend) an der einen Seitenkante desselben so vorbei, daß er genau dieselbe Seitenkante des im anderen Endpunkte (hier e) stehenden Stange dadurch gedeckt findet, worauf der dem Gehilfen zuwinkt, daß er seinen Stab, je nachdem es nöthig, senkrecht mehr rechts oder links bewege, bis endlich die Seite dieses einzurichtenden Stabes genau in jene Visirlinie tritt, wo er dann den senkrechten Wink mit der Hand zum Einstecken des eingerichteten Stabes c giebt, nachdem das Einstecken

des Stabes geschehen, aber nochmals nachsieht, ob der so eben eingesetzte Stab auch genau in der Linie und senkrecht stehe, und wenn sich Alles so verhält, zum Weitergehen fortwinkt. Der Gehilfe geht alsdann wieder die angegebene Schrittzahl nach dem Endpunkt e vor und der Feldmesser an den so eben eingesteckten Stab c, wo er seinem Gehilfen „Halt!" zuruft, und beide nun die vorhin beim Endpunkte a vorgenommene Operation wiederholen, und dieselbe so oft vornehmen als es nöthig ist (nämlich hier noch in b und d) bis man zum Endpunkte e der gegebenen abgesteckten Linie ac gelangt. - Das Einwinken des Gehilfen in c, b und d darf nicht ununterbrochen, sondern muß pausenweise geschehen. Auch muß beim Visiren nach irgend einem vorhergehenden oder einem nachfolgenden Stab stets mehr nach dessen untern Theile als seiner Mitte, am allerwenigsten aber nach seinem oberen Theile gesehen werden.

Sind die Endpunkte einer vorgegebenen Linie sehr weit von einander entfernt, so würde man zu dieser und der vorigen Operation eine sehr große Menge Absteckstangen mit sich führen müssen, was erschwerend, zeitraubend und kostspielig sein würde. Man begnügt sich daher mit ungefähr 6 Absteckstangen, zieht die schon eingerichteten nach dem Anfangspunkte zu bis auf diesen und den zuletzt einvisirten aus, und ersetzt sie durch jene, auf 4 — 5 Zolle in geschlagenen fußlangen Pfählchen, damit man diese markirten Linienpunkte nöthigenfalls sogleich wieder auffinden kann.

§. 46.

Sind die Endpunkte A und B einer zu messenden Linie AB durch Thürme, starke Bäume, Häuser oder Berge unterbrochen, welche hindern, daß man hinter einem von beiden Endpunkten treten, und so das im vorigen §. angegebene Verfahren ausüben kann, oder sind die Endpunkte A und B weit entlegene Gegenstände, zu denen man nicht kommen kann, so muß man, um eine solche Linie zu messen (sich also in dieselbe einzurichten,) wie folgt verfahren (Fig. 45.): Zwei

Gehilfen, die wir C und D nennen wollen, gehen bis in die Gegend der Linie AB vor, so, daß sie vermeinen, entweder in der Linie AB selbst, oder doch wenigstens nahe bei derselben sich zu befinden; denn bleibt z. B. der Gehilfe D stehen und läßt den C so vorgehen, daß er mit seiner lothrecht gehaltenen Stange mit dem Endpunkt A und der senkrecht gehaltenen Stange des D in eine gerade Linie kömmt, dann bleibt C stehen, und D geht beliebig nach B zu bis D′ vor, wo ihn C zuruft, sobald des D Stab genau zwischen C und B steht. Hierauf geht wieder C nach C′ vor, bis sein Stab mit dem des D in der geraden Linie AD′ steht, und so fährt man fort bis die Stange des Gehilfen D mit der des C genau in einer Linie zwischen den Endpunkten A und B sich befindet, läßt hier die Stäbe senkrecht einstecken, und sieht hierauf nochmals nach, ob der eingesteckte Stab des D, hinter welchen man einige Schritte zurück tritt, mit dem Stabe des C und dem Endpunkte A streng in einer und derselben Linie sich befinden, ist dieses, so tritt man auch etwas hinter den Stab des C, visirt nach dem Endpunkte B, und findet man, daß C D und B, sich in einer geraden Linie befinden, so sind auch die Stäbe des C und D, richtig in der Linie AB eingerichtet, und es kann nun diese Linie AB ungestört gemessen werden.

Fände sich aber beim Visiren vom Stabe des C nach dem Endpunkt B, daß D nicht mit CB in einerlei Vertikalfläche liege (oder auch der Stab D nicht mit dem des C und dem Endpunkte A), so muß dies noch berichtigt werden, ehe man die Linie mißt. Auch dürfen die beiden Gehilfen einander nicht zu nahe sein, sondern müssen wenigstens $\frac{1}{3}$ der Linie AB von einander entfernt bleiben, will man bald und sicher zum Ziele gelangen. Daß der Feldmesser die Stelle des einen Gehilfen bei dieser Operation selbst am besten mit Vortheil versehen kann, ist klar.

§. 47.

Ist ferner die Linie CB, welche abgesteckt und gemessen werden soll, in der Verlängerung der, zwischen zwei Gegen-

ständen A und B gedachten Linie gelegen, soll z. B. eine Linie gemessen werden, welche so liegt, daß in jedem Punkte derselben man die beiden Gegenstände, z. B. Thürme, Bäume ꝛc. sich vollkommen decken sieht, so ist es sehr leicht in der Verlängerung der Zwischen-Linie AB einen Stab einzuvisiren, denn man braucht für diesen Fall nur so weit rechts oder links C zu treten, bis man jene beiden Gegenstände A u. B mit seinem lothrecht vor sich gehaltenem Stabe in einer und derselben Linie, völlig gedeckt erblickt, worauf man den einvisirten Stab C fest und senkrecht in die Erde dreht, (Siehe Fig. 46).

Ist aber der näher liegende Gegenstand A größer und höher als der dahinter befindliche Gegenstand B, so, daß man von dem letzteren B gar nichts sieht, so muß man soviel zur Seite, z. B. hier nach a (Fig. 46) gehen, bis man den hinter A stehenden Gegenstand B sieht. Ebenso muß man zur linken Seite nach b hingehen, bis man den Gegenstand B hinter dem A sieht, die beiden Punkte a und b aber mit Stäben bezeichnen, hierauf ihre Entfernung messen, so ist der Mittelpunkt C dieser Entfernung mit den Gegenständen A und B in einerlei Linie, worauf die weitere Absteckung nach dem Vorhergehenden geschieht.

§. 48.

Zuweilen erfordert es die Nothwendigkeit, eine über einen Berg gehende Linie ab zu messen, wo man von keinem Endpunkte den andern erblicken kann. Für diesen Fall müssen zwischen den Endpunkten a und b in der Linie ab Fig. 47. zwei Punkte h und i auf dem Berge mit Stangen abgesteckt werden so, daß die Punkte h, i und b, eben so aber auch i h und a genau in einer und derselben Richtungslinie (oder vielmehr Vertikalfläche) sich befinden, damit man beim Bergauf- und Bergab-Messen, (wo im ersteren Falle nach h, dann nach i, und im letzteren Falle nach b visirend), stets genau in der Linie ab sich befindet.

Das entsprechende Einrichten der Stäbe h und i geschieht nun wie folgt: Der Feldmesser begiebt sich mit einem

Gehilfen auf den Berg, (Fig. 47) und steckt seinen Stab in einen beliebigen Punkt c ein, und der Gehilfe den seinigen in einiger Entfernung davon in d, jedoch in gerader Richtung mit dem Stabe c und b. Jetzt visirt der Gehilfe aus seinem Stabe in d nach dem Stabe des Anfangspunktes a, und findet z. B. daß der Stab in c weit aus der Linie da steht; der Feldmesser zieht daher seinen Stab in c aus, nnd läßt ihn vom Gehilfen mit d und a in e einvisiren, worauf er des Gehilfen Stab, welchen er zu weit außerhalb der Linie cb erblickt, in f einvisirt. Hierauf visirt der Gehilfe von seinem Stabe in f den in e steckenden Stab des Feldmessers mit dem Stabe in a, nach g ein; der Letztere hingegen den Stab des Gehilfen in f, mit dem Punkte b in i ein, und der Gehilfe endlich den noch etwas seitwärts stehenden Stab des Feldmessers in g, mit seinem Stabe in i auf den Stab a, in h ein, so werden die 4 Stäbe in a, h, i und b in einer und derselben Vertikal-Ebene sich befinden, und die Messung von ab aus a, über h und i vorgenommen werden können.

§. 49.

Aufgabe. Eine gerade Linie AE, (Fig. 48.) zwischen deren Endpunkten ein sehr spitzer Berg liegt, zu messen.

Auflösung. Wie in der vorigen Aufgabe, so auch hier, muß zwischen den Endpunkten der zu messenden Linie AE mehrere Stäbe eingerichtet werden, nach denen man von A aus bis E hinmißt, und so die Horizontallänge AE nach und nach erhält.

Man steckt nämlich, um die Linie AE zwischen ihren Endpunkten mit Stäben näher bezeichnen zu können, auf dem höchsten Punkte C des zwischenliegenden Berges, (Hügels oder der Anhöhe) eine Meßfahne ein (siehe Fig. 48.), lasse sodann von einem Gehilfen noch eine Absteckstange bei B, in der geraden Richtung zwischen C und A, und eine zweite Absteckstange auf der entgegengesetzten Seite in der geraden Linie CE, bei D senkrecht einsetzen. Jetzt untersucht

man ob die drei Stangen bei B, C und D in einer und derselben Vertikalebene sich befinden. Ist das nicht der Fall, so ziehe man den Stab bei C aus, und stecke ihn in der geraden Linie BD bei c wieder ein, und wiederhole diese Operation so oft, bis die 3 Stäbe aus B, C und D endlich in β, γ und δ der geraden Linie AE einvisirt sind, worauf die Messung derselben zuerst von A nach β, dann nach γ, hierauf nach δ und zuletzt bis E geschieht.

§. 50.

Soll eine Linie über Berg und Thal abgesteckt und dann gemessen werden, wie auch, wenn man in eine Linie, welche sich den Berg hinauf erstreckt, mehrere Stäbe einrichten soll, so müssen die einzuvisirenden Stäbe viel näher als auf dem freien Felde abgesteckt werden, (siehe Fig. 49.), damit sie nicht nur um so viel eher dem seitwärts gekehrten Auge gedeckt erscheinen, sondern damit man auch überall 2 bis 3 derselben übersehen kann; und wenn die hintersten Stangen wieder ausgezogen werden, schlägt man Pfählchen dafür ein. Auf der Höhe aber werden einige Stangen stehen gelassen, damit man sie auf den gegenüberliegen Höhen sehen, und die abzusteckende Linie darnach berichtigen könne. Auch muß man, wie schon erwähnt, beim Visiren mehr nach dem unteren Theile der Stange sehen, weil sie während der Operation z. B. durch Wind, aus ihrem senkrechten Stande leicht gekommen sein können.

§. 51.

Aufgabe. Zwischen zwei Endpunkten A und F der geraden Linie AF (Fig. 50.), zwischen welcher sich zwei Hügel H und h befinden, so, daß man von der Spitze des Hügels H den Endpunkt A, und von der Spitze des Hügels h, den Endpunkt F übersehen kann, mehrere Stäbe einzurichten, um von A nach einen jeden derselben messen, und hierdurch die gerade Linie AF bestimmen zu können.

Auflösung. Man stecke 1) auf jedem die höchsten Punkte C und D beider Höhen eine Meßfahne ein, ferner eine zwischen A und C (in B), sowie zwischen D und F eine solche in E ein.

Hierauf untersuche man 2), ob die 4 Stäbe (oder Meßfahnen) B, C, D und E in einer und derselben Vertikalebene oder geraden Linie sich befinden; ist dies nicht der Fall, so ziehe man die Stäbe bei C und D aus, und bringe sie in die durchs Visiren verbesserte Richtung bei c und d; und fahre mit dieser Berichtigung so lange fort, bis genannte 4 Stäbe (oder Stangen sich in der Vertikalebene $A\alpha\beta\gamma\delta F$ befinden, worauf dann die Messung von A nach α, β, γ, δ und F geschehen, und die Horizontallänge A F hieraus gemessen werden kann.

§. 52.

Aufgabe. Zwischen einer geraden Linie AF (Fig. 51.) mehrere Stäbe einzurichten, wenn die bezeichnete Linie AF von der Beschaffenheit ist, daß zwischen ihr zwei Hügel M und N, und in dem, von diesen Hügeln eingeschlossenen Thale F eine Holzung die Aussicht von der einen und anderen Seite nach dem gegenüberliegenden Hügel hindert.

Auflösung. Nachdem man auf die hervorspringenden Punkte beider Hügel in B, C, D und E Meßfahnen eingesteckt hat, begiebt man sich zwischen D und E, hinter D, und visirt von D aus nach C, bleibt dann ruhig stehen, und läßt den Blick den Hügel hinab ins Thal nach der Meßfahne k des hier aufgestellten Gehilfen fallen, beobachtet dann aber genau ob die Meßfahne in k mit der in D und C stehenden in einerlei Richtung (oder Vertikalebene) sich befindet. Ist dieses nicht der Fall, so suche man die Meßfahne des Gehilfen in k durch Zuwinken in dieselbe Richtung von D C zu bringen. Auf ganz dieselbe Weise verfahre man auch auf der Seite zur Linken mit den in C, i und D stehenden Meßfahnen, indem man die in i befindliche durch den vorhin beschriebenen Kunstgriff genau in die Rich-

tung CD einvisirt, wodurch dann die Punkte C, i, k und D in einerlei Richtung einvisirt sein werden. Sind nun — wie sich's von selbst versteht — vor dem Einrichten der vier Punkte C, i, k und D, die drei Punkte C, B und A, sowie auch D, E und F, in ein und derselben Richtung, so sind es auch A, B, C, i, k, D, E und F, worauf nun die Messung der Linie AF, zuerst von A nach B, dann von B nach C, hierauf von C nach i, von i nach k, von k nach D, von D nach E, und endlich von E nach F vorgenommen wird; die Summen dieser sieben Längen, giebt dann die entsprechende Horizontallänge von AF,

§. 53.

Zusatz 1.) Jede Absteckung über Anhöhen und tiefe Thäler hinweg, ist, wie man aus dem Vorhergehenden wohl einsieht, schwieriger, als die auf ebenem Terrain (Erdreich), erfordert daher auch mehr Zeit und Aufmerksamkeit wegen der dabei möglichen Fehler im Aufstellen der Stäbe und wegen der Hindernisse im Einvisiren derselben. Es müssen hier mehrere, zum Theil höhere Meßstangen (Signale) angewendet, und solche bei beträchtlichen Terrainabdachungen näher gegen einander gestellt werden, als auf ebenem Boden. Man lernt das rechte Maaß und zweckmäßige Verhalten hierbei am besten durch praktische Erfahrung in Verbindung mit gesunder Urtheils- und Augenkraft.

Zusatz. 2.) Sowohl beim Abstecken als Messen der Linien, sind Bäume und Gebüsche das größte Hinderniß, jedoch kann die Absteckung durch Gehölz, ja selbst durch eine größere Waldung nach einer schon vor dem Gehölze bestimmten Richtung in der bisher gezeigten Art geschehen, wenn die Umstände das im Wege stehende Holz zu fällen gestatten. Wo letzteres aber nicht erlaubt ist, muß man sich anderer Mittel bedienen, welche bald gelehrt werden sollen.

§. 54.

Aufgabe. Man soll von einem Orte nach einer beliebigen Richtung hin, eine sogenannte Standlinie abstecken, welche den Umständen einer Aufnahme entspricht.

Auflösung. Man errichtet zuerst in einer mäßigen Entfernung, etwa von 10 Ruthen oder 100 Fuß, zwei Stäbe senkrecht in die Erde; über den zweiten Stab hinaus richtet man durch Visiren einen dritten mit den beiden ersten in gerader Richtungslinie gehörig ein; so kann man die abzusteckende Linie durch Visiren nach mehreren bereits abgesteckten Stäben hin, beliebig verlängern. Soll aber eine solche Standlinie sehr lang werden, so wird die Arbeit schwierig, und erfordert die höchste Aufmerksamkeit. Man wird dabei viele Stäbe nöthig haben, indessen können, wie schon bewußt, beim Fortgange der Arbeit einige früher ausgestellte Zwischenstäbe wieder ausgezogen und zur ferneren Fortsetzung gebraucht werden. Jemehr Stäbe man von einem Orte (oder Stabe) aus sehen, und in Hinsicht ihrer Deckung prüfen kann, desto zuverlässiger erreicht man seinem Zweck. Daß übrigens zum richtigen Abstecken sowie zur Prüfung nicht allein ein Vorwärts- sondern auch ein Rückwärts-Visiren von später ausgestellten Stäben nach dem ersten im Anfangspunkte oder solche, welche gegen diesen hin stehen, statt finden kann und muß, versteht sich von selbst. Behufs des Rückwärts-Visirens pflegt man im Anfangspunkte der Absteckung ein sehr ausgezeichnetes und weithin sichtbares Signal, z. B. eine sehr hohe Stange mit bunter Flagge, Strohwisch oder dergleichen aufzurichten. Läßt sich am Endpunkte der aufgesteckten Linie dieses im Anfangspunkte derselben aufgerichtete Signal noch deutlich sehen, und findet man die zuletzt aufgestellten Stäbe noch in gerader Linie (Alignement) mit den Anfangs- und Endpunkte, so erhält man hierdurch einen Beweis mehr von der richtig ausgeführten Operation.

Der Abstand der ausgesteckten Stäbe muß sich in jedem Falle nach der möglichen Deutlichkeit im Visiren rich-

ten, welche besonders nach der Schärfe der Augen und von der guten Beleuchtung der Stäbe abhängt. Je weiter man diese Abstände nehmen kann, desto sicherer erreicht man seinen Zweck.

Handelt es sich um eine sehr lange Standlinie, so erwählt man mit Vortheil zum beständigen Richtpunkt und zur wiederholten Prüfung des Absteckens, ein weit entferntes, jedoch deutliches und scharfbegrenztes Objekt (Gegenstand), z. B. einen hohen Baum, eine Thurmspitze ꝛc. Vermittelst eines solchen natürlichen Punktes wird man sicherer in der Direktion der zuerst ausgesteckten Stäbe bleiben, wenn diese weiterhin nicht mehr sichtbar sein sollten.

Man kann sich hier, wie überhaupt da, wo die Absteckung und beliebige Verlängerung einer geraden Linie nach einer willkürlichen Richtung, ausgeführt werden soll, neben den Signalstangen auch noch des Meßtisches mit gemeinem Diopterlinial und Fernrohr zu größerer Genauigkeit bedienen.

Wenn aber schon eine geringere Genauigkeit ausreicht, wie z. B. bei militairischen Absichten, so braucht man zum Einrichten der Zwischenstationen anstatt der Signalstäbe ꝛc., die aufrecht stehende Gestalt Derer (mit einem an der Kopfbedeckung befindlichen Blatt weißen Papiers), welche das Geschäft mit ausrichten helfen, zu Zielspunkten (points de vue) u. s. w.

Messung der Linien auf dem Felde.

§. 55.

Die auf dem Felde zu messenden Linien sind entweder gerade oder krumme, liegen entweder in einer Ebene, oder gehen über Berg und Thal. Da nun blos der horizontale Abstand zweier Orte oder Punkte im Felde verlangt wird, wenn es auf Messung gerader Linien im Felde, besonders der Stand- oder Grundlinien (auch Basen genannt) ankömmt, so folgt, daß alle eben genannten Linien stets in horizontaler Richtung gemessen werden müssen.

In fast allen Fällen der gewöhnlichen Feldmessung sowie der Special-Landmessung, bleibt eine gut gearbeitete

Meßkette immer das bequemste und brauchbarste Werkzeug zur Distanzmessung. Sind nämlich Distanzen nicht allzu lang (d. h. nicht über ½ Stunde Weges), und auf ziemlich ebenem Terrain zu bestimmen, so muß die an sich gute Kette dennoch jedesmal vor ihrem Gebrauch nach anerkannt richtigen Maaßstäben (étalons), hinsichtlich ihrer wahren Länge, revidirt, und die Messung selbst damit, nicht allzu eilfertig — wie es leider nur zu oft geschieht —, sondern mit Bedachtsamkeit und Vorsicht betrieben, wodurch man ein hinlänglich sicheres Resultat erhält. Selbst zur Ausmessung großer Standlinien für eine weit ausgedehnte Triangulirung ist eine in großer Vollkommenheit und aus Stahl gefertigte Kette, brauchbar.

§. 56.

Die Meßkette

(Fig. 52.) ist gewöhnlich 5 Ruthen lang, und aus eines dicken Federkiels starken Eisen- oder besser Stahldrath-Stäbchen zusammengesetzt. Diese Stäbchen sind 1 Decimalfuß lang, an beiden Enden umgebogen, und durch kleine messingene Ringe, welche sich in den Oesen, welche die umgebogenen Enden der Stäbchen bilden, völlig frei bewegen können, mit einander verbunden. Eine jede Ruthe ist durch ein Abzeichen angedeutet, welches von gegossenem Messing verfertigt ist, und die Gestalt eines Rhombus (schrägen gleichseitigen Vierecks) hat. Auf einer in der Mitte dieser Vierecke befindlichen Querleiste ist durch auf derselben angebrachten kleinen Stifte die Zahl der Ruthen angegeben, nämlich, daß bei der 1sten Ruthe auf einer oder auch wie hier (Fig. 53.) auf beiden Seiten dieser Querleiste ein solcher Stift, bei der 2ten Ruthe deren zwei (Fig. 54.), bei der dritten Ruthe drei (Fig. 55.), und bei der vierten Ruthe vier Stifte auf dieser Querleiste befindlich sind (siehe Fig. 56.); übrigens sind die Zeichen für die ½ Ruthen gewöhnlich dadurch kennbar, daß sie auf ihrer Querleiste keinerlei Merk-

mal haben, wie aus Fig. 52. bei b zu ersehen ist; auch ist das Zeichen für die halben Ruthen **kleiner**, als das für die **ganzen** (Ruthen) geformt. An jedem Ende der Kette befindet sich ein großer starker messingener Ring (siehe a Fig. 52.) welcher über einen Kettenstab, ohne zu schlottern gestreift werden kann. Daß übrigens jede Kettenruthe aus 10 Decimalfußen bestehen muß, versteht sich von selbst.

§. 57.

Die Kettenstäbe.

Um die Meßkette besser festhalten und gehörig in eine gerade Linie anziehen zu können, bedient man sich zweier 5 Fuß hoher und $1\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmesser haltender Stäbe (Fig. 57.), die man **Kettenstäbe** nennt. Diese Kettenstäbe sind unten mit einem spitz zulaufenden eisernen Schuh a (zum Einstecken in die Erde) versehen, welcher Schuh oben durch einen eisernen Stift b, der zu beiden Seiten durchgeht auf einer jeden derselben wie die Fig. 57. bei b zeigt, noch $\frac{1}{2}$ Zoll heraussteht.

Auf einen jeden dieser beiden Kettenstäbe streift man nun einen der Endringe der Meßkette bis ein solcher, auf dem Stifte b aufliegt, worauf nun die Kettenmessung vor sich gehen kann.

§. 58.

Von den Zeichenstäbchen.

Damit man beim Messen einer Linie die Endpunkte von einer Kettenlänge (also von 5°) bemerken, und leicht wieder auffinden kann, so steckt man in die Endpunkte einer jeden Kettenlänge ein Stäbchen bis zu seiner Hälfte in die Erde ein. Diese Stäbchen, welche man **Zähler** oder auch **Zeichenstäbchen** nennt, sind gegen $1\frac{1}{2}$ Fuß lang, von Stahl- oder Eisendrath gefertigt, und ebenfalls so dick wie ein sehr starker Gänsekiel; oben laufen sie in einen Ring oder eine Oese a (Fig. 58.) aus, unten hingegen sind sie zugespitzt; und

damit sie im langen Grase leicht wieder aufgefunden werden können, ist um die Stärke des Ringes ein weißer oder rother Zeugstreifen b gebunden, wie man aus Fig. 58. ersieht.

Von diesen Zeichenstäbchen bedarf man 10 Stück, welche der vordere Kettenzieher in einem, mit einem Riemen b zum Umhängen versehenen Köcher a (Fig. 59.) bei sich führt, aus welchem er, sobald er einvisirt worden, und seine Kette gehörig in gerader Richtung ausgespant hat, und bevor er weiter nach dem Endpunkte der zu messenden Linie fortgeht, einen solchen Zähler in den durchs Anspannen der Kette sich ergebenden Punkt (Endpunkt der Kette) fest einsetzt.

§. 59.

Das Messen mit der Kette selbst.

Soll z. B. die gerade Linie ab (Fig. 60.) mittelst der Meßkette ausgemessen werden, so nimmt man zwei Gehilfen, welche zum Ziehen der Meßkette die erforderliche Fertigkeit besitzen.

Nachdem man nun über jeden der beiden Kettenstäbe die großen runden messingenen Endringe bis herunter auf den Vorsprung b gestreit hat, läßt man den einen von ihnen den mit den 10 Zählern angefüllten Köcher umhängen, den anderen Gehilfen aber den leeren Köcher. Nennen wir nun den Gehilfen mit dem gefüllten Köcher B, den anderen mit dem leeren Köcher aber A, so läßt man den letzteren seinen Kettenstab in den Anfangspunkte a der zu messenden Linie ab fest und senkrecht einsetzen, B hingegen mit seinem Kettenstabe möglichst gerade in der Linie ab nach b zu fortgehen, bis die Kettenlänge ausgestreckt ist und ihm A „Halt!" zuruft. Bei so ausgespannter Kette sieht nun der Geometer zuerst nach, ob sich nicht etwa ein oder mehrere Glieder (Schuhe oder Fuße) der Kette verbogen, wie auch, ob sich nicht einzelne Ringe mit einander verschlungen haben. Ist Beides, oder auch nur das Eine davon der Fall, so muß die Kette noch vor der Messung davon befreit werden.

Hierauf visirt A des B Stab auf die Meßfahne im Endpunkt b der zu messenden Linie ab durch Rechts- und Linkswinken möglichst genau ein, und ist dieß geschehen, so giebt er durch einen senkrechten Wink mit der Hand dem B das Zeichen, daß er jetzt die Kette möglichst straff anziehen, und sie der geraden Richtung nach dem Endpunkt b entlang, etwas schleudernd ausspannen, und den Endpunkt der Kettenlänge nach dem Anziehen durch ein fest eingestecktes Zeichenstäbchen markiren soll. Bevor aber B die Kette wie beschrieben anspant, setzt er die innere Kante seines linken Fußes mit der Spitze desselben neben den einvisirten Punkt c, daß die innere Seite seines Fußes mit ab in einerlei Richtung sich befindet. A hingegen setzt die innere Seite seines rechten Fußes dicht an seinen Kettenstab an, und überdieß stemmt er auch noch das innere Knie dieses Fußes an den senkrecht (gewöhnlich durch einen herabfallenden Stein so gerichteten) eingesetzten Kettenstab, damit derselbe während dem Geradeschleudern und straffen Anziehen der Kette durch B, nicht aus seinem Punkte gerissen werden kann. Nachdem nun B einen Zähler in den so erhaltenen Endpunkt der ausgespannten Kette eingesteckt hat, giebt er A ein Zeichen davon, und beide gehen in gerader Richtung auf den Endpunkt b los, bis A an den in c eingesteckten Zähler kömmt, wo er dem B „Halt!" zuruft, und sodann den vorigen Akt ganz in derselben Art, von c bis d wiederholt. Auf diese Weise erhält man nun in der Richtung der zu messenden Linie ab nach und nach die Kettenlängen ac, cd, de, ef, fg, hi und lb, und in den Punkten c, d, e, f, g, h, i und b, findet A acht Zeichenstäbchen, welches andeutet, daß die Kettenlänge 8mal in der zu messenden Linie ab enthalten ist, die Länge derselben also $8 \times 5^{\circ} = 40^{\circ}$ beträgt.

Aber selten nur ist, wie in dem angenommenen Falle die Kettenlänge genau ein- oder mehrere Male in der zu messenden Linie enthalten, sondern es bleibt, im Endpunkte der Linie angekommen, noch ein Theil der Kettenlänge übrig: man

zieht alsdann die im Endpunkte befindliche Meßfahne nicht aus, sondern zieht die Kette an derselben über den Endpunkt gerade spannend, hinaus, und zählt nun die Ruthen, Fuße und Zolle vom Kettenstabe des A aus bis zur Mitte des Endpunktes b ab. Die Zolle bestimmt man durch einen genau abgetheilten Decimal-Zollstab, welchen man im Endpunkte des letzten Fußes der Kette nach b hin, gerade anlegt, und sodann bis zur Meßfahne die Zolle von demselben abliest. Fände man nun z. B. daß die Länge von a bis i $7 \times 5^{0} = 35^{0}$, von i bis b aber noch $1^{0}\ 4'\ 3''$ wäre, so beträgt die ganze Länge der gemessenen Linie ab, $= 35^{0} + 1^{0}\ 4'\ 3''$, welche man nun sofort auf die gleichnamige im Brouillon oder Vermessungsbuche (Manuale) über oder unter derselben möglichst deutlich mit Bleistift notirt — Sowie die ab, wird nun jede andere gerade Linie gemessen, und deren gefundene Länge im Brouillon notirt.

Sind bei der zu messenden Linie, bevor man zu deren Endpunkte gekommen ist, vom Kettenzieher A schon alle 10 Zeichenstäbchen eingesammelt, so zeigt er dies bei Ansichnahme des 10ten dem Geometer an, übergiebt hierauf dem vorderen Kettenzieher B die sämmtlichen Zähler, der sie wieder in seinem Köcher (von Leder) verwahrt, und setzt, nachdem auch der Feldmesser die bisher gefunden $10 \times 5^{0} = 50^{0}$ im Manuale auf der gleichnamigen Linie bemerkt hat, die Messung derselben bis zu ihrem Endpunkte b fort. Hat nun der hintere Kettenzieher die Stäbe von Neuem eingesammelt, so meldet er es wie vorhin, übergiebt die 10 Zähler seinem Vordermann B, visirt ihn vom Neuen auf den Endpunkt b ein, und setzt dieses Verfahren so oft es nöthig ist fort; so zeigt endlich die Summe sämmtlicher gefundenen Längen die der gemessenen Linie ab genau an.

Soll nun eine zweite Linie, z. B. bk, deren Anfangspunkt b zugleich der Endpunkt der so eben gemessenen Linie ist, ihrer Länge nach bestimmt werden, und hat zu diesem End-

zwecke der Hintermann A seinem Vordermanne B die bisher eingesammelten Zähler — und wäre es auch nur einer — wieder zugestellt, so zieht er die Meßfahne in b als Anfangspunkt der Linie bk aus, setzt in den Punkt b seinen Kettenstab und visirt hierauf des vorderen Kettenzieher B Kettenstab, auf den Endpunkt k dieser Linie ein, und verfährt nun mit Messung der Linie bk ganz wie mit der vorhergehenden von ab.

Damit aber auch der vordere Kettenzieher B sich überzeugen könne, ob sein Kettenstab von A richtig auf den Endpunkt der eben zu messenden Linie einvisirt sei, sieht er zu, nachdem A schon einen Zähler an sich genommen, also im Endpunkte der ersten 5° angekommen ist, ob sein (des B) Kettenstab und der des A, mit der im Anfangspunkte der zu messenden Linie wieder senkrecht und fest eingesetzten Meßstange (oder Fahne) genau in einer geraden Linie sich befindet oder nicht; im letzteren Falle muß A den B so lange einrichten, bis des B Kettenstab mit dem des A in der entsprechenden Vertikalebene sich befindet. Diese Controle nimmt der vordere Kettenzieher B so oft vor, als sein Hintermann A ein Zeichenstäbchen an sich nimmt. Auf diese Weise sind beide Kettenzieher versichert, daß sie sich genau in der abzumessenden Linie, (was Hauptsache mit ist,) befinden.

Um nicht durch bas gegenseitige Einvisiren zu lange aufgehalten zu werden, kann man von einem Endpunkte (der zu messenden Linie) zum andern, um den Fuß der eingesetzten Meßstangen einen starken Hanfzwirnfaden ausspannen, und an demselben entlang die Messung leicht und schnell vornehmen.

Von 10 zu 10 Kettenlängen in einer und derselben Linie läßt man jedesmal einen numerirten Pflock einschlagen, was einen doppelten Vortheil gewährt. Kömmt auf die richtige Messung einer Linie viel an, wie z. B. bei solchen Standlinien, auf welche sich eine größere geometrische Aufnahme vermittelst des Meßtisches gründen soll, so thut man wohl, die gemessene Linie wenigstens, (aber ebenfalls möglichst genau)

noch einmal rückwärts zu messen, d. h. von ihrem Endpunkte nach ihrem vorigen Anfangspunkte hin, und von der Summe der beiden gefundenen Längen das arithmetische Mittel (hier also die Hälfte) zu nehmen, so giebt das erhaltene Resultat die richtigste Länge der wiederholt gemessenen Linie an. Z. B. Man habe das Erstemal von a bis b der Linie ab (Fig. 60) 39° 9′ 5″ das Zweitemal aber für dieselbe Linie von b nach a, 40° 5″ gefunden, so ist die richtigste Länge derselben

$$= \frac{39^\circ\ 9'\ 5'' + 40^\circ\ 5''}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ,$$

und so verfährt man in allen ähnlichen Fällen.

Ferner muß man auch darauf sehen, daß die Kette jedesmal gleichförmig angespannt werde, und daß, wenn große Steine oder sonstige Erhöhungen, welche nicht leicht aus dem Wege geräumt werden können, zwischen der zu messenden Linie liegen, die Kette vermittelst ihrer Endringe an den Stäben soweit herauf geschoben werden muß, bis sie auf einer solchen im Wege liegenden Erhöhung wegrecht aufliegt oder hinläuft; auf diese Art kann man sanfte Anhöhen herauf und herabmessen.

Auch hat man besonders darauf zu achten, ob sich die kleinen Ringe der Kette nicht etwa in einen Knoten verschlungen haben, wodurch sie sich beim Anziehen der Kette nicht nur leicht verbiegen und zerspringen, sondern im ersteren Falle auch wesentliche Unrichtigkeiten in der Vermessung selbst verursachen.

Geht die Messung einer Linie, über kleine Vertiefungen, Gräben u. s. w., so hilft man sich durch übergelegte Bretter, über welche sich die Kette horizontal ausspannen läßt. Geht die Messung aber theilweise über beträchtliche Erhöhungen, z. B. über steile Anhöhen, Berge 2c., so wird man solche Theile der horizontalen Distanz zuverlässiger und bequemer mit Maaßstäben (étalons) ausführen. Zur Messung über Berg und Thal eignen sich daher blos gut eingetheilte Maaßstäbe.

§. 60.

Messung mit Maaßstäben.

Soll auf einem sehr unebenem Terrain, z. B. über Berg und Thal hinweg die Horizontalweite zweier Punkte auf der Erde gemessen werden, so kann dies, wie leicht begreiflich, nicht zuverlässig mit der Kette, sondern nur mittelst genau getheilter hölzerner Maaßstäbe geschehen. Aber nicht allein bei Messungen über Anhöhen (Berge), sondern auch beim Ausmessen einer Baustelle rc. so wie zur Messung einer jeden anderen Linie, auf deren genaue Längenbestimmung im Bauwesen viel ankömmt, bedient man sich am zuverlässigsten gut gearbeiteter Maaßstäbe.

Diese Maaßstäbe werden am besten aus gut ausgetrocknetem Tannenholze, und 1 Ruthe lang, gefertigt, sind genau parallelpipedisch gehobelt, überall 2″ hoch $1\frac{1}{2}$ Zoll breit, genau durchweg in 10 Fuße eingetheilt, und die Theilungspunkte durch scharfe senkrechte Linien bemerkt. Beide Enden eines solchen Maaßstabes sind einen Zoll weit gleichfalls in eine parallelpipedische Hülse von Messing fest geniethet, und es befindet sich an jedem Ende dieser Maaßstäbe eine Halbkugel von Messing, welche um ein weniges in die Hülse hinein, oder nach Erfordern auch heraus geschraubt werden kann. Diese Halbkugeln an jedem Ende der beiden zu gebrauchenden Maaßstäbe dienen dazu, daß die mit denselben aneinander gerückten Meßstäbe sich berühren, und man sonach versichert ist, daß beide ohne den geringsten Zwischenraum an einander liegen. Diese Halbkugeln sind wie schon bemerkt, stellbar, um bei einer, jeder Messung vorhergehenden Prüfung der Länge der Maaßstäbe, mittelst eines aufzulegenden Normalmaaßstabes, den Fehler des etwaigen Eintrocknen des Holzes durch etwas Hervorstellen der Halbkugeln mechanisch berichtigen zu können, und nicht, was außerdem unerläßlich sein würde, ihn (den Fehler) in Rechnung stellen zu müssen.

§. 61.

Soll nun mit Hilfe solcher Maaßstäbe z. B. die Entfernung der Linie AC (Fig. 61) auf einem noch ziemlich ebenem Terrain — wie auch eines solchen, welches nicht zu schnell aufsteigt oder abfällt — gemessen werden, so verfährt man ganz einfach wie folgt: (s. Fig. 61.)

1.) Die zu messende Linie — hier also AC — bezeichnet man durch eine ausgespannte Schnur, und schlägt unterhalb derselben von $9\frac{3}{4}$ zu $9\frac{3}{4}$ Fuß gleich hohe Pfähle A,a,b,c,d,e ꝛc. in die Erde senkrecht ein, so, daß wenn sie sämmtlich mit gleich starken vierkantigen Latten belegt, von Anfang bis zu Ende der zu messenden Linie, eine völlig horizontale Brücke bilden, was man erfährt, wenn das Loth einer Setzwaage (oder eines Richtscheites) in seiner Mitte auf dieser Brücke einspielt. Daß übrigens die Setzwaage selbst genau gearbeitet sein muß, versteht sich von selbst.

2.) Ist jedoch das Terrain zu uneben, so, daß zu einer horizontalen Brücke von A bis E zu hohe Pfähle in mehreren Punkten eingeschlagen werden müßten, dann macht man immer nur je zwei auf einander folgende Punkte durch die Setzwaage horizontal, z. B. bei Fig. 61. a und b, b und c, ꝛc. was geschieht, wenn man (nachdem die Punkte A und a horizontal nach dem Richtscheit eingeschlagen sind) dicht an a einen zweiten Pfahl einschlägt, und denselben wieder mit dem nächsten Punkte b in eine waagrechte Höhe bringt, und so bis zu Ende der auszumessenden Linie fortfährt. Hierdurch erzählt man dann mehrere verschieden hohe Brücken, deren Länge zusammen addirt, die gesuchte Länge der Linie AE geben.

3.) Nachdem nun die auszumessende Linie zufolge des zwischen ihr befindlichen Terrains in gleichen Stationen von einander, entweder nach №. 1. mit lauter gleich hohen Pfählen, oder nach №. 2. wo wenigstens immer die zwei nächsten Pfählchen, waagrecht zu einander eingeschlagen sind,

bezeichnet ist, legt man auf je zwei und zwei auf einander folgender Pfähle eine 10 Fuß lange, überall gleich hoch und breit gehobelte vierkantige Latte, die nun mit den beiden Pfählen, auf denen sie liegt, eine Brücke bildet.

4. Auf die so erhaltenen Brücken legt man dann vorsichtig, Maaßstab an Maaßstab sich einander berührend. Das letzte, kein volles Maaß des Meßstabes enthaltende Stück der zu messenden Linie, wird mit einem Zollstabe in kleineren Einheiten gefunden.

§. 62.

Um aber z. B. eine, über Berg und Thal gehende Linie AB (Fig. 62.) zu messen, verfährt man wie folgt:

1) Zuerst wird die Vertikalebene der zu messenden Linie (hier also von AB) durch Meßstangen abgesteckt, welche aber um so näher an einander stehen müssen, je mehr das Terrain des Berges (oder der Anhöhe) ansteigt oder abfällt.

2) Zum Messen reichen zwei in Fuße, Zolle ꝛc. genau eingetheilte, ebenfalls 1 Ruthe lange Maaßstäbe aus.

3) Nachdem der Zwischenraum der ganzen Vertikalebene der zu messenden Linie durch Meßstangen abgesteckt worden, spannt man von deren Anfangspunkt eine 15 bis 20 Ruthen lange Schnur in ihrer Vertikalebene aus.

4) Hierauf läßt man vom Gehilfen I. auf den Anfangspunkt der zu messenden Linie vermittelst eines Bleilothes (oder Senkbleis) den einen Maaßstab, mit seiner eingetheilten Seite nach dem Endpunkte dieser Linie gerichtet, lothrecht aufstellen, (wie in Fig. 62. die senkrechte Linie Aa zeigt), und in dieser Richtung festhalten.

5) Ein anderer Gehilfe №. II. legt sodann den 2ten Meßstab auf die ausgespannte Schnur in der Mitte seiner Breite auf, rückt denselben sodann auf der Schur entlang, mit seinem anderen Ende an den lothrecht stehenden Maaßstab des Gehilfen №. I. an, und giebt hierauf seinem Maaß-

stabe mittelst einer Setzwaage die horizontale Lage ab (siehe Fig. 62.)

6) Ist Letzteres geschehen, so steckt man in b (also am Ende des auf der Erde oder der ausgespannten Schnur liegenden Meßstabes) ein Zahlstäbchen ein, und damit ist ein Stück der Horizontalweite AB, nämlich ab = Aα (Fig. 62.) gefunden.

7) Hierauf begiebt sich der Gehilfe №. I. mit seinem in Fuße, Zolle und Linien gut abgetheiten Maaßstabe nach dem Punkte b, setzt dicht hinter das daselbst stehende Zeichenstäbchen wie vorhin seinen Maaßstab auf, und es beginnt nun die so eben beschriebene Operation von Neuem, nach deren Beendigung der Gehilfe №. II. wieder ein Zeichenstäbchen im Endpunkt d (Fig. 62.) einsetzt, der Gehilfe №. I. aber, bevor er sich nach d begiebt, das Zeichenstäbchen am Ende der vorigen Station an sich nimmt. Somit ist nun das zweite Stück der Horizontalweite AB, nämlich $\alpha\beta$ = cd gefunden. Wird nun der in №. 4, 5 und 6 beschriebene Akt bis zum Endpunkt der zu messenden Linie fortgesetzt, so erhält man durch Multiplikation der erhaltenen Längen ab, cd, ef, gh. hi, kl, mn, op und qr, deren jede einen Maaßstab von 1° lang ist, möglichst genau die Horizontalweite der zu messenden Linie AB.

8) Nachdem man zum Ende der ausgespannten Schnur gekommen, macht man sie aus dem vorigen Anfangspunkte A los, und spannt sie in der geraden Richtung nach B dem anderen Endpunkte der zu messenden Linie aus, welches durch die Richtung der schon zu diesem Behufe ausgesteckten Meßfahnen sehr leicht und schnell geschehen kann; und setzt auch dieses wechselweise Ausspannen der Schnur bis zum Ende der zu messenden Linie fort.

9) Hat der Gehilfe №. I. zehn Zeichenstäbchen eingesammelt, so zeigt er es dem Geometer an, und übergiebt sie sodann seinem Vordermanne, (dem Gehilfen №. II.) wieder.

Nächst diesem muß er aber auch dem Geometer die jedesmalige senkrechte Höhe in einer jeden Station angeben, welche die Oberfläche des horizontalen Maaßstabes des Gehilfen No. II. an seiner lothrechten Meßstange abschneidet, welche der Geometer in seinem deutlich zu führenden Manuale, ebenfalls genau bemerkt, um durch Summirung dieser einzelnen Höhen, z. B. von Aa, bc, de und fg erfahren zu können, wieviel Fuß oder Ruthen der Punkt h (Fig. 62.) über dem Anfangspunkte A höher liegt. Auf gleiche Weise erfährt man durch die Summe der Stationshöhen ik + lm + no + pq + rB um wieviel Fuß, Ruthen rc. der Endpunkt B tiefer als der Punkt h liegt, was nicht nur von Nutzen sein kann, sondern auch sogar oft verlangt wird, obgleich man Beides durch ein eigentliches Nivellement viel richtiger erfährt.

10) Sobald der Gehilfe No. II. im höchsten Punkte (hier also in h) angekommen ist, begiebt sich der Gehilfe No. I. nach und nach in k, m, o, q und B, also hinter den Gehilfen No. II., und bergabwärts, nachdem er dem Geometer die bis dahin an sich genommenen Zählerstäbchen angezeigt, und die übrigen des Gehilfen No. II. noch zu sich genommen hat. Er steckt sodann in jedem Stationspunkte, (wie vorhin sein Vordermann,) einen Zähler ein, also in k, m, o und q, welche der Gehilfe No. II., so wie er an einen derselben kömmt, die Messung von da aus nach dem nächsten gemacht, ihn zu sich nimmt, und sobald er deren zehn gesammelt, solches dem Feldmesser anzeigt, dieselben hierauf seinem Vordermann (dem Gehilfen No. I.) wieder sämmtlich zustellt, und so bis zum Endpunkte der zu messenden Linie fortfährt, so giebt endlich die Summe der Längen von ab + cd + ef + gh + hi + kl + mn + op + qr die Horizontalweite AB an.

Je vorsichtiger und genauer man bei diesen Operationen zu Werke geht, ein desto zuverläßigeres Resultat erhält man. Wichtig wird diese Messungsart beim Profiliren der Berge.

Uebrigens muß jede Messung mit Maaßstäben, falls der Zweck der Arbeit eine große Genauigkeit erheischt, rückwärts wiederholt, und aus beiden Resultaten, wofern sie nur wenig differiren, das aritmethische Mittel genommen werden.

§. 63.

Bisweilen verlangt man auch den Abstand zweier Punkte auf unebenem Boden in gerader Linie. Eine solche Bestimmung läßt sich unmittelbar aus der vorhin erwähnten Messung ableiten; es ist z. B. in Fig. 62. die direkte Weite $Ah = \sqrt{(A\delta^2 + \delta h^2)}$. Wenn das aufsteigende Terain nicht gar zu ungleich oder uneben ist, so kann man die Länge der Hypothenuse Ah dem Wege von A bis h gleich setzen. Die Höhe hδ erfährt man indeß — wie schon bemerkt — durch ein eigentliches Nivellement weit sicherer.

Da, wo die Erhöhung hδ auf je 100 Fuß etwa nur 2 Fuß beträgt, kann die Messung des Hortzotalabstandes von A bis h, unbeschadet mit der Kette wie auf ebenem Boden vorgenommen werden.

Zusatz. Will man sich die sehr beschwerliche Arbeit bei dieser Art Messung erleichtern, so versehe man den Maaßstab No. I. (siehe Fig. 63.) oben bei a mit einer kleinen aber richtigen Setzwage, unten bei c aber mit einem spitzzulaufenden eisernen Schuh. Solch eine Meßstange kann man dann fest in den Punkt A der Terrains AB einstecken, und durch das Loth der oben angebrachten Setzwage leicht und sicher senkrecht richten, was aus freier Hand nicht wohl geschehen kann. Der Meßstab No. II. hingegen, erhält keinen eisernen spitzzulaufenden Fuß, sondern blos bei b eine kleine Setzwage, die sich ebenso gut während der Operation oberhalb oder unterhalb des Maaßstabes (No. II.) befinden kann. Der Maaßstab No. II. wird nun so lange an dem Meßstabe No. I. sanft herauf oder herabgeschoben, bis das Loth beider Meßstäbe in der Mittelhölung genau einspielt.

§. 64.

Das Abstecken krummer Linien auf dem Felde.

Die krummen Linien kommen beim Ausmessen ganzer Felder am häufigsten vor, können aber, wegen unendlicher Verschiedenheit ihrer Krümmungen nur durch gerade Linien gemessen und aufs Papier übertragen werden, welches letztere (das Auftragen) dann ihre Abweichung zur Rechten oder zur Linken bestimmt, und auf verschiedene Art bewerkstelligt wird, nämlich:

Erste Art. Man führet an den krummen Linien der Länge nach gerade Linien, so nahe als nur möglich hinauf, (siehe Fig. 65.) und bemerket von Zeit zu Zeit beim Messen durch, von dem höchsten oder entferntesten Punkte der krummen Linie auf die für dieselbe abgesteckte gerade Linien (Abscissenlinie genannt) gefällte senkrechte Linien, (Ordinaten genannt) die Abweichung der krummen Linie von der für dieselbe genommene gerade Linie CD, DB; sobald aber die geraden Linien die krummen berühren, so bricht man die ersteren durch andere aus- oder abspringende gerade Linien, mit denen, (gleichfalls als Abscissenlinien,) wie so eben beschrieben, verfahren wird. Dieser Absteckungsart bedient man sich bei Flüssen, Bächen, Morästen und dergleichen, wo man längs deren Ufer oder Seiten entlang messen kann.

Zweite Art. Nach dieser nähert man sich den Krümmungen noch mehr, macht aber auch desto mehr kurze gerade Linien und Winkel. Diese Art des Absteckens wendet man jedoch nur aus Noth in engen Gründen, Wäldern, bewachsenen Grenzen und dergleichen an. Da jedoch bei dieser Verfahrungsart die Genauigkeit sehr leidet, insofern man nicht mit der größten Sorgfalt dabei verfährt, so bedient man sich noch anderer Hilfsmittel, deren weiter unten gedacht werden soll. Gewiß aber ist es, und wird täglich durch die Erfahrung bestätigt, daß eine Figur um desto schwerer aufzutragen, und zum Schlusse zu bringen ist, je mehr Linien und also auch Winkel man ihr auf dem Felde gegeben hat.

Dritte Art. Nach dieser führt man über Aecker, Wiesen, kleine Gewässer und dergleichen, bei welchen viele krumme Linien vorkommen, gerade Linien bis an die äußersten Punkte solcher Feldstücke herüber, daß die so abgesteckten geraden Linien die natürlichen krummen Grenzen öfters durchschneiden müssen, wie mit der geschlängelten krummen Linie ab (Fig. 64.) geschehen ist.

§. 65.

Das Messen und Auftragen einer krummen Linie.

Es sei AB (Fig. 65.) die Grenzlinie eines Grundstückes, oder kurz, eine krumme Linie auf dem Felde, welche man messen und deren Bild man entwerfen soll. Zu dieser Absicht wähle man sich nahe bei derselben einen Punkt C aus, von welchem man eine gerade Linie CD absteckt, welche längs einem Theile der zu bestimmenden krummen Grenzlinie AB, gehet, und zwar bis dahin, wo sie eine solche bedeutende Krümmung macht, daß, wenn man die Abscissenlinie CD fortsetzen wollte, dieselbe zu weit von der Grenzlinie AB abkommen würde; hier wird eine neue Linie abgesteckt, welche wieder der Hauptrichtung der krummen folgt. Zu bemerken ist hier noch, daß sich der Geometer mit Bleilinien den Lauf der zu messenden krummen Linie möglichst treu in sein Brouillon zeichnet, ebenso auch die Abscissenlinien.

Hierauf läßt er von C bis α messen, notirt diese Länge gehörigen Orts in seinem Brouillon, und fällt nun im Punkte α nach b (weil die krumme Linie in b eine Krümmung macht) mit Hilfe der folgenden §§ eine Normale, messe diese Normale (oder Ordinate), wenn sie gegen 2° und darüber beträgt, mit der Kette, in jedem anderen Fall aber mit einem richtigen Maaßstabe, und notirt endlich die Länge dieser Ordinate auf derselben gleichfalls im Brouillon. Sodann läßt man auf der Abscisse CD, und zwar von α nach β weiter messen; in β angekommen, bemerkt

man bei d der krummen Linie AB, ebenfalls eine bedeutende Krümmung, nach welcher von β aus eine Senkrechte βd wie vorhin gefällt, gemessen und im Brouillon nebst der Länge $\alpha\beta$ gehörig eingetragen werden muß. So mißt man auf der Abscisse CD fort, notirt die jedesmalige Länge der Theile derselben (also hier von $\beta\gamma$, $\gamma\delta$ und $\delta\varepsilon$), so wie die in derselben nach dem Hauptkrümmungen nöthigen Ordinaten oder Senkrechten γf, δh unb εk. und verfährt sodann mit der Abscissenlinie DB ebenso.

Wird die zu messende krumme Linie aber, wie in Fig. 64., von der Abscissenlinie in mehreren Punkten durchschnitten, wie in α, β, γ, δ und ε geschehen, so ändert dieses nichts im so eben beschriebnen Verfahren. Für diesen Fall kommen die entsprechenden Ordinaten theils auf die rechte, und theils auf die linke Seite der Abscissenlinie zu stehen. Diese verschiedene Seitenlage der Ordinaten muß natürlich ebenfalls im Manuale oder Brouillon gehörig verzeichnet werden, um Fehlern beim wirklichen Auftragen solcher Linien vorzubeugen.

§. 66.

Das Auftragen einer solchen krummen Linie ist nun keinen weiteren Schwierigkeiten unterworfen; man trägt nämlich auf eine zart gezogene, unbegrenzte gerade Linie (welcher man eine Lage gegeben hat, die man für zweckmäßig fand, oder deren Lage aus anderen Umständen bedingt wird), die beim Messen nach und nach gefundenen Maaße der Abscisse CD aus dem Memoriale, vermittelst eines entsprechenden verjüngenden Maaßstabes auf, errichtet in den so bestimmten Punkten die Ordinaten, und giebt auch diesen nach demselben Maaßstabe die für sie gefundene Länge aus dem Memoriale. Sind nun alle Ordinaten einer Abscissenlinie gehörig aufgetragen, so verbindet man ihre obersten Endpunkte durch solche Curven oder krumme (aber zart gezogene) Linien, welche, zufolge des möglichst genau geführten Memorials

den gleichnamigen krummen Linien auf dem Felde am ähnlichsten sind.

Das Abstecken rechter Winkel oder Perpendikularlinien auf dem Felde.

§. 67.

Aufgabe 1) In einem gegebenen Punkte c einer geraden Linie ab eine Normale oder Senkrechte zu fällen.

Erste Auflösung. Man stecke den einen Kettenstab in c (Fig. 66.) ein, messe nach b oder a hin 3 Fuß ab, hebe sodann die Kette vom anderen Kettenstabe ab, stecke am Ende der abgemessenen 3 Fuß, — also in α oder β — ein Zeichenstäbchen ein, und nehme hierauf von der Kette aus c noch 4' und 5' (also 9 Fuß) befestige den Ring des neunten Fußes durch das Stäbchen in α oder β in dem einem von diesen beiden Punkten, und spanne endlich diese 9 Fuß, indem man sie von c aus im Ringe zwischen dem 4ten und 5ten Fuße erfaßt, so in der Richtung nach d (Fig. 66.) aus, daß die 4 Fuße in derselben und mit ihrem Endpunkte in γ liegen, die übrigen 5 Fuße aber nach α oder β hin als Hypothenusen zu liegen kommen, so stehen die 4 Fuß, also $c\gamma$, wie auch deren Verlängerung bis d, nämlich cd, senkrecht auf ab im Punkte c.

Beweis.

Da $c\alpha = c\beta = 3'$, $c\gamma = 4'$ und $\alpha\gamma = \gamma\beta = 5'$

so ist auch $c\alpha^2 = c\beta^2 = 9\,\square'$; $c\gamma^2 = 16\,\square'$ u. $\alpha\gamma^2 = \gamma\beta^2 = 25\,\square'$.

Nun ist $\alpha c^2 = c\beta^2 = 9\,\square'$

$c\gamma^2 = c\gamma^2 = 16\,\square'$

folglich $\alpha c^2 + c\gamma^2 = c\beta^2 + c\gamma^2 = (9 + 16 = 25)\,\square'$

und $\alpha\gamma^2 = \gamma\beta^2 = 25\,\square'$

mithin $\alpha c^2 + c\gamma^2$, so wie auch $c\beta^2 + c\gamma^2 = \gamma\beta^2$

und somit $\llcorner\ \alpha c\gamma = \llcorner\ \beta c\gamma = R$ (d. h. ein rechter).

Die Zahlen 3, 4 und 5 sind es aber nicht allein, welche die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks (von denen 3 und

4 die beiden Catheten, 5 aber die Hypothenuse bezeichnet) bilden, sondern es kömmt auch dem gleich Vielfachen derselben diese Eigenschaft zu, nämlich:

2.3; 2.4, 2.5 oder 6, 8, 10,
3.3; 3.4, 3.5 „ 9, 12, 15,
4.3; 4.4, 4.5 „ 12, 16, 20,
u. s. f.

d. h. es ist auch $6^2 + 8^2 = 10^2$ oder $36 + 64 = 100$,
„ „ „ „ $9^2 + 12^2 = 15^2$ „ $81 + 144 = 225$,
und „ „ $12^2 + 16^2 = 20^2$ „ $144 + 256 = 400$,
u. s. f.

Es ist aber der Natur der Sache gemäß am zweckmäßigsten, sich anstatt der Zahlen: 3, 4 und 5, dafür der vierfachen derselben, nämlich:

12, 16 und 20

zu bedienen, und demgemäß jedesmal, anstatt 3′ dafür 12′, anstatt 4′ dafür 16′ und anstatt 5′ dafür 20′ vom gegebenen Punkte c aus nach b und d hin zu nehmen, also ganz mit diesen drei Zahlen zu verfahren, wie vorhin mit 3′, 4′ und 5′ (Fuß).

Zweite Auflösung. Man messe aus dem gegebenen Punkte c (Fig. 67.) nach b hin ein beliebig großes Stück z. B. 1^0 ab; so daß z. B. $c\alpha = 1^0$; in den Punkt α stecke man hierauf einstweilen einen Zähler, nehme sodann noch die folgende 2te Ruthe der Kette, und stecke durch den Ring am Ende der 2ten und als Anfang der dritten Ruthe die Spitze des 2ten Kettenstabes in den Punkt α ein, spanne alsdenn diese beiden Ruthenlängen am Gelenke, durch welches sie mit einander verbunden sind, also in ihrer Mitte — erfassend, gehörig in β und oberhalb ab an, stecke hierauf ein Zeichenstäbchen in dem Punkte β, wo beide Ruthenlängen zusammenstoßen ein, ziehe jetzt den Kettenstab in c heraus, und lasse denselben endlich über β hinaus nach γ hin, mit β und α in eine gerade Linie einvisiren, so ist γc die verlangte senkrechte auf ab im Punkte c.

Beweis. Da $c\alpha = \beta c = \beta\alpha$, so ist das $\triangle\ \alpha\beta c$ gleichseitig, mithin auch $\angle o = \angle m = \angle c\alpha\beta = 60^0$

Weil ferner $c\beta = \beta\gamma$

so ist auch $\angle n = \angle \beta\gamma c$

Nun ist bekanntlich $\angle m = 2\angle n = 60^0$

daher $\frac{\angle m}{2} = \frac{60^0}{2} = \frac{2\angle n}{2}$

oder $30^0 = \angle n$

hierzu addirt $60^0 = \angle o$

giebt $90^0 = \angle n + o$

Oder kürzer: Da $\beta\alpha = \beta c = \beta\gamma$ (per Constr.) so liegen die Punkte α, c und γ in der Peripherie eines und desselben Kreises; weil nun $\gamma\beta$ und $\beta\alpha$ als Radien dieses Kreises in einer geraden Linie der Construktion nach sich befinden, so bildet $\gamma\beta \times \beta\alpha = \gamma\alpha$ den Durchmesser dieses Kreises, und deßhalb muß $\angle \alpha c\gamma$ oder $\angle(n+o) = R = 90^0$ sein.

Dritte Auflösung; vermittelst des sogenannten Feldmesser- oder Diopterkreuzes (auch Kreuz- oder Winkelscheibe genannt).

Dieses in Fig. 68. in vervollkommneter Gestalt abgebildete Instrument, besteht aus einem Kreuze, wo zwei 1Fuß lange und $1\frac{1}{2}$ Zoll ins Gevierte, von ausgetrocknetem Lindenholze gefertigten Stäbe, rechtwinklicht in einander greifen. Auf jedem Ende dieser Stäbe befindet sich ein senkrecht aufgerichtetes Diopter, wovon man die vorderen beiden, nämlich d, d, die Ocular-, die anderen beiden e, e aber die Objectiv-Dioptern nennt. Die ersteren haben feine, letztere hingegen etwas größere Einschnitte, durch deren (der Objectivdioptern) senkrechte Mitte ein dünnes Pferdehaar gespannt ist, welches das Objekt (den Gegenstand, die Stange oder Fahne 2c.) worauf man visirt, decken muß. Unterhalb dieses Diopterkreuzes ist eine messingene Hülse b eingeniethet, durch welche nach außerhalb eine Schraube c geht, um mittelst ersterer das Feldmesserkreuz auf dem ein-

fußigen, mit einem eisernen Schuhe versehenen Stative a aufsetzen, und durch letztere an dasselbe festschrauben zu können.

Beim Gebrauche wird das Diopterkreuz möglichst senkrecht (mit seinem Stative) in den entsprechenden Punkt und möglichst fest, eingesetzt.

Um nun vermittelst dieses Instruments in irgend einem Punkte c der Linie ab (siehe Fig. 66) eine Normale zu setzen, stelle man den Fuß des Stativs im Punkte c ein, bringe das Winkelkreuz z. B. mit einer guten Setzwaage in eine horizontale Stellung, drehe es in dieser Stellung sanft und solange, bis man durch ein Okulardiopter den einen Endpunkt der gegebenen Linie vom Haar des gegenstehenden Objektivdiopters gedeckt findet. Hierauf begiebt man sich zum zweiten Okulardiopter, welches sich unterhalb (oder der anderen Seite) der gegebenen Linie ab befinden muß, und visirt von da aus durch das Haar des gegenüberstehenden Objektivdiopters die Meßfahne eines über ab hinaus nach d zu geschickten Gehilfen, der die Fahne mit ausgestrecktem Arme senkrecht auf die Erde hält ein, so wird die Entfernung von der so einvisirten Fahne nach dem Punkte c die Richtung der gesuchten Normale bezeichnen, welche man nun nach Erfordern auf die bekannte Weise noch verlängern oder kürzer nehmen kann. Dieses Verfahren gewährt mehr Schärfe als die ersteren beiden Methoden.

Zusatz. Um sich von der rechtwinkligten Stellung der senkrechten Diopternebenen zu überzeugen, visirt man durch zwei gegenüberstehende Diopten nach irgend einem entfernten Gegenstande, und bei unveränderter Stellung des Instruments nach einem andern wirklich vorhandenen Objekte oder ausgestecktem Signale; dann dreht man horizontal das Kreuz soweit herum, daß man durch das andere Diopternpaar den ersten Gegenstand erblickt; erscheint nun in dieser Stellung auch das zweite Objekt (oder Signal) in derselben Visirlinie des Diopternpaars, so befinden sich die vier Diopten in der richtigen Lage gegeneinander.

Vierte Auflösung; vermittelst des Meßtisch's, um die zu errichtenden Perpendikularlinien noch genauer als durch die Kreuzscheibe zu bestimmen.

Man stellt den Meßtisch vermittelst der Dosenlibelle (siehe die Beschreibung ꝛc. beider Instrumente weiter unten) horizontal über dem Punkte c auf, lege im Schneidepunkte der Diagonalen des Meßtisches das Diopterlineal an, und ziehe, nachdem man durch jedes Diopter des Diopterlineals einen Endpunkt der gegebenen Linie ab (Fig. 66) genau einvisirt hat, an der entsprechenden Kante dieses Lineals eine Bleilinie, a′ b′ welche in der Vertikalebene von ab liegt. In dem Schneidepunkte c′ errichte man nach einer der bekannten Construktionen der Elementargeometrie, oder auch vermittelst eines genauen mechanischen Instruments, z. B. eines Transporteurs, rechtwinklichten Dreiecks oder Winkelhakens, eine beliebig lange Senkrechte cγ; lege hierauf an dieselbe die Diopterkante des Diopterlineals scharf an, visire durch die Diοptern gegen d, und lasse in dieser Diopternrichtung wie vorhin beim Winkelkreuze von einem Gehilfen eine, oder (nach Erfordern) mehrere Meßstangen senkrecht in die Erde stecken, so ist das Verlangte geschehen. Dieses ist die zuverlässigste und zugleich brauchbarste Methode.

§. 68.

Aufgabe 2.) Im Endpunkte c der Linie cb (Fig. 67) auf dem Felde eine Normale zu errichten.

Auflösung. Man verlängere die gegebene Linie bc über c hinaus nach a, und bediene sich dann nach Umständen einer der vier Auflösungen des vorigen Paragraphs.

§. 69.

Aufgabe 3.) Auf eine im Felde abgesteckte Linie ab (Fig. 66) von einem außerhalb derselben liegenden Punkte γ, von welchem Punkte γ aus, man die Linie ab sehen und zu derselben kommen kann, eine Normale auf dieselbe zu fällen.

Erste Auflösung. Wenn der Abstand des Punktes γ weniger als die Kettenlänge beträgt, so steckt der eine Gehilfe einen Kettenstab in γ ein, der andere Gehilfe aber begiebt sich mit völlig ausgespannter Kette in die Richtung der Linie ab, läßt seinen Kettenstab von a aus nach b in α einvisiren, und bemerkt diesen Punkt α durch einen Zähler. Hierauf läßt der 2te Gehilfe, seinen Kettenstab (bei fest angespannter Kette) auch von b aus nach a hin in β einvisiren, so ist durch diese Operation das $\Delta\ \alpha\beta\gamma$ gleichschenklich, nämlich $\alpha\gamma = \gamma\beta = 5^0$. Mißt man nun die Entfernung von β nach α, und bemerkt deren Mittelpunkt c durch eine Meßstange, so ist die Entfernung γc normal auf ab, mithin von γ aus das Verlangte geschehen.

Zweite Auflösung; für den Fall, wo man sieht, daß die zu fällende Senkrechte γc mehr als 5^0, also länger als die Meßkette sein wird.

1.) Man nehme in der gegebenen Linie ab zwei Punkte α und β (siehe Fig. 66) so an, daß man sieht, der aus γ zu fällende Perpendikel werde zwischen diese Punkte fallen.

2.) Man messe die Linie $\alpha\beta$ genau, lasse in α und β eine Meßfahne stehen, und begebe sich

3.) Mit dem Meßtisch nach γ, stelle denselben über γ horizontal auf, lege das Diopterlinial mit seiner inneren oder Diopterkante an den Durchschnittspunkt der Diagonalen des Meßtisches und visire von diesem Punkt die Meßstange in α und β genau ein.

4.) Hierauf mißt man die Linie $\gamma\beta$ mit der Kette trägt die gefundene Länge derselben nach einem Maaßstabe aus γ auf dieselbe, und schneidet nun

5.) mit der nach demselben Maaßstabe genommenen Länge der $\beta\alpha$ den unbegrenzten Schenkel $\gamma\alpha$ in α, so muß, wenn stets richtig operirt worden, der Schneidepnnkt α genau zwischen a und b fallen.

6.) Nachdem man nun auf dem Meßtische das Dreieck $\gamma\beta\alpha$ erhalten hat, fällt man auf die bekannte Weise in der

Elementargeometrie aus γ die Senkrechte γc auf $\alpha\beta$ (auf dem Meßtische), greift

7.) die Länge βc (oder auch αc) mit dem Zirkel vom vorigen Maaßstabe ab, und mißt im ersteren Falle von β nach α die Linie βc (im anderen aber von α nach β die Linie αc), und steckt endlich

8.) in den auf diese Weise zwischen a und b gefundenen Punkt c eine Meßstange, so wird dieselbe mit der in γ stehenden den gesuchten Perpendikel γc (oder Vertikalebene) auf ab bezeichnen.

§. 70.

Größenbestimmung der Winkel auf dem Felde, vermittelst Kette und Stäbe.

Winkel werden auf dem Felde bekanntlich durch drei senkrecht eingesetzte Stäbe bezeichnet, wovon der eine den Scheitelpunkt oder die Spitze des Winkels, die beiden anderen Stäbe aber die Richtung der Schenkel des so abgesteckten Winkels andeuten. (s. Fig. 69.)

Soll nun z. B. der terrestrische Winkel BAC des Dreiecks ABC blos mittelst Kette und Stab gemessen und dessen Größe in Graden bis auf einige Minuten genau bestimmt werden, so mißt man:

1.) auf den Schenkeln AB und AC desselben mit der Kette die gleichgroßen Stücke Ab und Ac ab.

2.) mißt man den Abstand von c bis b, also die Linie bc ebenfalls mit der Kette, aber möglichst genau.

3.) Hierauf drückt man die Länge der gemessenen Sehne bc in Decimallinien aus, und multiplicirt diese Decimallinien mit dem fünften Theile der ebenfalls in dergleichen Linien ausgedrückten Kettenlänge von 5 Ruthen, und theilt das hier gefundene Product durch 10000000, schneidet also rechts von demselben sieben Stellen durch ein Komma ab.

4.) Den so erhaltenen Decimalbruch sucht man mit Hinweglassung der vor dem Komma stehender Ziffer in der

Sinuskolumne der logarithmisch=trigonometrischen Tafeln von Vega auf, so geben die links, neben den oft nur um etwas abweichenden sieben Decimalstellen stehenden Grade und Minuten die Größe des halben Winkels, die man also noch doppelt nehmen muß, um die wirkliche Größe des vermessenen Winkels zu erhalten.

Z. B. Die Sehne bc halte 3° 7′ 4″ = 3740‴, und jeder Schenkel des Winkels cAb mißt der Bedingung zufolge 5° = 5000‴, wovon $\frac{1}{5}$ = 1000 ist, daher erhält man für 3740 × 1000 = 0,3740000 = $\frac{1}{2}$ Sin. A.

Für den Decimalbruch findet man nun in den trigonometrischen Tafeln in der Sinuskolumne

21 Grad 58 Minuten (nahe) = $\frac{1}{2}$ ∟ cAb

folglich (21° 58′) × 2 = 43° 56′ (beinahe) = ∟ cAb

Genauer noch würde man den ∟ cAb finden, wenn man die Linie (hier Sehne) cb mittelst Maaßstäben bis auf Linien genau bestimmen würde, was jedoch selten nun möglich ist. Gesetzt es wäre völlig genau cb = 3° 7′ 3″ 8‴, so steht die Rechnung:

3738 × 1000 = 0,3738000 = $\frac{1}{2}$ Sin. A

und weil man in den Tafeln links neben 3738000 (in der Sinusspalte) 21 Grad 57 Minuten findet,

so ist auch $\frac{1}{2}$ Sin. A = 21° 57′

mithin Sin. A = (21° 57′) × 2 = 43° 54′,

welche der Winkel CAB des Dreiecks hält.

Auf diesem Wege erhält man also die Größe eines terrestrischen Winkels durch Kette und Stäbe annähernd, bis auf Minuten genau, was auch für die meisten Fälle hinreichend ist.

Wäre einer, oder wären beide Schenkel eines so zu bestimmenden terrestrischen Winkels keine 5 Ruthen lang, so spannt man die Kette über ihre Endpunkte — hier also über B und C — hinaus, und verfährt hierauf wie vorhin.

Nur Winkel bis zu 90° können so unmittelbar bestimmt werden.

§. 71.

Das im vorigen §. angegebene Verfahren zur Ermittelung der Größe eines Winkels auf dem Felde blos mit Kette und Stäben, beruht auf der anerkannten Wahrheit: daß, wenn man die Endpunkte eines Bogens durch eine gerade Linie verbindet — also dieses Bogens Sehne zieht — diese in demselben Verhältnisse ab- oder zunimmt, wie der Bogen es thut. Wenn nun der Bogen cb, (Fig. 69) welcher zwischen den Schenkeln eines Winkels CAB gelegt ist, von der Größe des Halbmessers Ac (oder Ab) und von der Größe des Winkels CAB selbst bedingt wird, so ist auch klar, daß die Sehne cb, welche zu diesem Bogen gehört, durch diese beiden Umstände bestimmt ist. Wenn man nun für alle zu messenden Winkel einen bestimmten Halbmesser annimmt, so kann man nach geometrischen Regeln berechnen, wie groß für denselben die Sehne eines jeden Winkels sein muß; da indeß hierzu die erforderlichen Kenntnisse nicht voraus gesetzt werden sollen, so ist hier eine Tabelle beigefügt, in welcher für jeden Winkel, wie er von 5 zu 5 Minuten wächst, für einen Radius oder Halbmesser, der eine Kettenlänge von 5 Ruthen groß ist, die Sehne nach Ruthen, Fuß, Zoll und Linien (oder Striche) berechnet ist, und zwar bis zum Winkel von 90 Grad.

In dieser Tafel findet man in der ersten Columne die Größe der Sehne eines Winkels, und in der nächst folgenden 2ten die Größe des zu dieser Sehne gehörigen Bogens in Graden ausgedrückt für den angegebenen Halbmesser von 5 Ruthen.

§. 72.

Um aber entweder nach dem im §. 70. angegebenen Verfahren, oder vermittelst nachstehender Sehnen- oder Cordentabelle auch stumpfe Winkel (also solcher, die größer als 90 Grad sind) ebenfalls möglichst genau zu messen, braucht man nur den einen Schenkel eines solchen Winkels über seine Spitze hinaus um 5 Ruthen zu verlängern, den

so entstehenden Nebenwinkel nach §. 73. (also mittelst der folgenden Sehnentafel) zu berechnen, und die Größe des so erhaltenen Neben-Winkels von 180° = 2 R abzuziehen, so giebt der bleibende Rest (das Suplement) die Größe des stumpfen Winkels genau an. Gesetzt man sollte die Größe des terrestrischen Winkels abc (Fig. 70.) welcher größer als 90 Grade ist, in Graden und Minuten bestimmen; so verlängert man, je nachdem es die Oertlichkeit am besten gestattet, entweder den Schenkel cb über b hinaus nach a, (oder ab über b hinaus nach β) mißt aus b nach a die Linie bd = 5 Ruthen ab, und ebenso nach α die Linie be = 5 Ruthen; sodann sucht man die Länge der Sehne de möglichst genau (indem man dieselbe z. B. zweimal mißt, einmal von e nach d, das zweimal von d nach e, und von beiden gefundenen Längen die Hälfte nimmt). Findet man nun z. B. für die Sehne de (oder fg) $2^0\ 9'\ 8''\ 6'''$, so ist der Winkel dbe (so wie $\llcorner$fbg) nach der Sehnentafel $=34^0 45'$, mithin sein Nebenwinkel abc (also der eigentlich zu bestimmende) $= 180^0 - 34^0\ 45' = 145^0\ 15'$.

Ebenso einleuchtend ist es, daß, wenn man durch Hindernisse gezwungen wäre, einen auf dem Felde abgesteckten spitzen Winkel nicht unmittelbar messen zu können, man sich dadurch hilft, daß man die Schenkel desselben über seine Spitze hinaus verlängert, und dafür den so entstehenden gleich großen Vertikal- oder Scheitelwinkel nach dem in diesem §. angegebenen Verfahren, mißt. Könnte man also z. B. den gegebenen terrestrischen Winkel abα (Fig. 70.) wegen eines sich über seine Schenkel verbreitenden Sumpfes oder dergleichen, nicht unmittelbar bestimmten, so sucht man dafür die Größe seines Scheitelwinkels cbβ, welcher bekanntlich = abα ist.

Um nachstehende Tabelle mit Vortheil gebrauchen zu können, ist es nöthig, daß man die Sehne eines Winkels auf dem Felde mittelst richtig eingetheilter Maaßstäbe, an einer straff gespannten Schnur bis auf Linien genau bestimmt.

Tabelle

für die Sehnen aller Winkel von 15 zu 15 Minuten, von 5 Grad (anfangend) bis zu 90 Grad; bei Annahmen eines Halbmessers von 5 Ruthen Länge.

Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel		Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel	
Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.	Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.
-	4	3	6	5	—	1	-	6	7	12	15
-	4	5	8	5	15	1	-	8	9	12	30
-	4	8	-	5	30	1	1	1	-	12	45
-	5	-	2	5	45	1	1	3	2	13	—
-	5	2	3	6	—	1	1	5	4	13	15
-	5	4	5	6	15	1	1	7	5	13	30
-	5	6	7	6	30	1	1	9	7	13	45
-	5	8	9	6	45	1	2	1	9	14	—
-	6	1	-	7	—	1	2	4	-	14	15
-	6	3	1	7	15	1	2	6	2	14	30
-	6	5	4	7	30	1	2	8	4	14	45
-	6	7	6	7	45	1	3	-	5	15	—
-	6	9	8	8	—	1	3	2	7	15	15
-	7	1	9	8	15	1	3	4	9	15	30
-	7	4	1	8	30	1	3	7	-	15	45
-	7	6	3	8	45	1	3	9	2	16	—
-	7	8	5	9	—	1	4	1	3	16	15
-	8	-	6	9	15	1	4	3	5	16	30
-	8	2	8	9	30	1	4	5	7	16	45
-	8	5	-	9	45	1	4	7	8	17	—
-	8	7	2	10	—	1	5	-	-	17	15
-	8	9	3	10	15	1	5	2	1	17	30
-	9	1	5	10	30	1	5	4	3	17	45
-	9	3	7	10	45	1	5	6	4	18	—
-	9	5	8	11	—	1	5	8	6	18	15
-	9	8	-	11	15	1	6	-	7	18	30
1	"	-	2	11	30	1	6	2	9	18	45
1	"	2	4	11	45	1	6	5	-	19	—
1	"	4	5	12	—	1	6	7	2	19	15

Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel		Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel	
Ruth.	Fuß	Zoll	Lin	Grad	Min	Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.
1	6	9	3	19	30	2	5	-	4	29	—
1	7	1	5	19	45	2	5	2	5	29	15
1	7	3	6	20	—	2	5	4	6	29	30
1	7	5	8	20	15	2	5	6	7	29	45
1	7	7	9	20	30	2	5	8	8	30	—
1	8	-	1	20	45	2	6	-	9	30	15
1	8	2	2	21	—	2	6	3	-	30	30
1	8	4	4	21	15	2	6	5	1	30	45
1	8	6	5	21	30	2	6	7	2	31	—
1	8	8	7	21	45	2	6	9	3	31	15
1	9	-	8	22	—	2	7	1	4	31	30
1	9	3	-	22	15	2	7	3	5	31	45
1	9	5	1	22	30	2	7	5	6	32	—
1	9	7	2	22	45	2	7	7	7	32	15
1	9	9	4	23	—	2	7	9	8	32	30
2	-	1	5	23	15	2	8	1	9	32	45
2	-	3	6	23	30	2	8	4	-	33	—
2	-	5	8	23	45	2	8	6	1	33	15
2	-	7	9	24	—	2	8	8	1	33	30
2	1	-	-	24	15	2	9	-	3	33	45
2	1	2	2	24	30	2	9	2	4	34	—
2	1	4	3	24	45	2	9	4	5	34	15
2	1	6	4	25	—	2	9	6	5	34	30
2	1	8	6	25	15	2	9	8	6	34	45
2	2	-	7	25	30	3	-	-	7	35	—
2	2	2	8	25	45	3	-	2	8	35	15
2	2	5	-	26	—	3	-	4	9	35	30
2	2	7	1	26	15	3	-	6	9	35	45
2	2	9	2	26	30	3	-	9	-	36	—
2	3	1	3	26	45	3	1	1	1	36	15
2	3	3	4	27	—	3	1	3	2	36	30
2	3	5	6	27	15	3	1	5	2	36	45
2	3	7	7	27	30	3	1	7	3	37	—
2	3	9	8	27	45	3	1	9	4	37	15
2	4	1	9	28	—	3	2	1	4	37	30
2	4	4	-	28	15	3	2	3	5	37	45
2	4	6	2	28	30	3	2	5	6	38	—
2	4	8	3	28	45	3	2	7	6	38	15

Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel	
Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.
3	2	9	7	38	30
3	3	1	8	38	45
3	3	3	8	39	—
3	3	5	9	39	15
3	3	7	9	39	30
3	4	-	-	39	45
3	4	2	-	40	—
3	4	4	1	40	15
3	4	6	1	40	30
3	4	8	2	40	45
3	5	-	2	41	—
3	5	2	3	41	15
3	5	4	3	41	30
3	5	6	3	41	45
3	5	8	4	42	—
3	6	-	4	42	15
3	6	2	4	42	30
3	6	4	5	42	45
3	6	6	5	43	—
3	6	8	5	43	15
3	7	-	6	43	30
3	7	2	6	43	45
3	7	4	6	44	—
3	7	6	6	44	15
3	7	8	7	44	30
3	8	-	7	44	45
3	8	2	7	45	—
3	8	4	7	45	15
3	8	6	7	45	30
3	8	8	7	45	45
3	9	-	7	46	—
3	9	2	7	46	15
3	9	4	7	46	30
3	9	6	8	46	45
3	9	8	7	47	—
4	-	-	8	47	15
4	-	2	8	47	30
4	-	4	7	47	45

Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel	
Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.
4	-	6	7	48	—
4	-	8	7	48	15
4	1	-	7	48	30
4	1	2	7	48	45
4	1	4	7	49	—
4	1	6	7	49	15
4	1	8	7	49	30
4	2	-	6	49	45
4	2	2	6	50	—
4	2	4	6	50	15
4	2	6	6	50	30
4	2	8	5	50	45
4	3	-	5	51	—
4	3	2	2	51	15
4	3	4	5	51	30
4	3	6	4	51	45
4	3	8	4	52	—
4	4	-	3	52	15
4	4	2	3	52	30
4	4	4	3	52	45
4	4	6	2	53	—
4	4	8	2	53	15
4	4	-	1	53	30
4	5	2	1	53	45
4	5	4	-	54	—
4	5	5	9	54	15
4	5	7	9	54	30
4	5	9	8	54	45
4	6	1	8	55	—
4	6	3	7	55	15
4	6	5	6	55	30
4	6	7	6	55	45
4	6	9	5	56	—
4	7	1	4	56	15
4	7	3	3	56	30
4	7	5	2	56	45
4	7	7	2	57	—
4	7	9	1	57	15

Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel		Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel	
Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min	Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.
4	8	1	-	57	30	5	5	1	9	67	—
4	8	2	9	57	45	5	5	3	8	67	15
4	8	4	8	58	—	5	5	5	6	67	30
4	8	6	7	58	15	5	5	7	4	67	45
4	8	8	6	58	30	5	5	9	2	68	—
4	9	-	5	58	45	5	6	1	-	68	15
4	9	2	4	59	—	5	6	2	8	68	30
4	9	4	3	59	15	5	6	4	6	68	45
4	9	6	2	59	30	5	6	6	4	69	—
4	9	8	1	59	45	5	6	8	2	69	15
5	-	-	-	60	—	5	7	-	-	69	30
5	-	1	9	60	15	5	7	1	8	69	45
5	-	3	8	60	30	5	7	3	6	70	—
5	-	5	7	60	45	5	7	5	4	70	15
5	-	7	5	61	—	5	7	7	2	70	30
5	-	9	4	61	15	5	7	8	9	70	45
5	1	1	3	61	30	5	8	-	7	71	—
5	1	3	2	61	45	5	8	2	5	71	15
5	1	5	-	62	—	5	8	4	3	71	30
5	1	6	9	62	15	5	8	6	-	71	45
5	1	8	8	62	30	5	8	7	8	72	—
5	2	-	6	62	45	5	8	9	6	72	15
5	2	2	5	63	—	5	9	1	3	72	30
5	2	4	4	63	15	5	9	3	1	72	45
5	2	6	2	63	30	5	9	4	8	73	—
5	2	8	1	63	45	5	9	6	6	73	15
5	2	9	9	64	—	5	9	8	3	73	30
5	3	1	8	64	15	6	-	-	1	73	45
5	3	3	6	64	30	6	-	1	8	74	—
5	3	5	5	64	45	6	-	3	6	74	15
5	3	7	3	65	—	6	-	5	3	74	30
5	3	9	1	65	15	6	-	7	-	74	45
5	4	1	-	65	30	6	-	8	8	75	—
5	4	2	8	65	45	6	1	-	5	75	15
5	4	4	6	66	—	6	1	2	2	75	30
5	4	6	5	66	15	6	1	3	9	75	45
5	4	8	3	66	30	6	1	5	7	76	—
5	5	-	1	66	45	6	1	7	4	76	15

Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel		Wenn die Sehne lang ist:				so enthält ihr Winkel	
Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.	Ruth.	Fuß	Zoll	Lin.	Grad	Min.
6	1	9	1	76	30	6	6	5	9	83	30
6	2	-	8	76	45	6	6	7	5	83	45
6	2	2	5	77	—	6	6	9	1	84	—
6	2	4	2	77	15	6	7	-	8	84	15
6	2	5	9	77	30	6	7	2	4	84	30
6	2	7	6	77	45	6	7	4	-	84	45
6	2	9	3	78	—	6	7	5	6	85	—
6	3	1	-	78	15	6	7	7	2	85	15
6	3	2	7	78	30	6	7	8	8	85	30
6	3	4	4	78	45	6	8	-	4	85	45
6	3	6	1	79	—	6	8	2	-	86	—
6	3	7	8	79	15	6	8	3	6	86	15
6	3	9	4	79	30	6	8	5	2	86	30
6	4	1	1	79	45	6	8	6	8	86	45
6	4	2	8	80	—	6	8	8	4	87	—
6	4	4	5	80	15	6	9	-	-	87	15
6	4	6	1	80	30	6	9	1	5	87	30
6	4	7	8	80	45	6	9	3	1	87	45
6	4	9	5	81	—	6	9	4	7	88	—
6	5	1	1	81	15	6	9	6	3	88	15
6	5	2	8	81	30	6	9	7	8	88	30
6	5	4	4	81	45	6	9	9	4	88	45
6	5	6	1	82	—	7	-	-	9	89	—
6	5	7	7	82	15	7	-	2	5	89	15
6	5	9	4	82	30	7	-	4	-	89	30
6	6	1	-	82	45	7	-	5	6	89	45
6	6	2	6	83	—	7	-	7	1	90	—
6	6	4	3	83	15						

§. 73.

Gebrauch vorstehender Tabelle.

1) Muß man auf dem Felde in Ermangelung eines gut und richtig eingetheilten Maaßstabes die Sehne des zu bestimmenden Winkels mit der Kette messen, bei welcher es nicht wohl möglich ist die mit derselben gemessene Linie bis auf Striche (oder Linien) genau zu bestimmen, so sucht man

in vorstehender Tabelle blos die gefundenen Ruthen, Fuße und Zolle auf, läßt die in der Tabelle bei der gefundenen Länge etwa noch stehenden Linien (oder Striche) gänzlich außer Acht, und nimmt die rechts neben den Ruthen, Fußen und Zollen stehenden Grade und Minuten für die Größe des zu bestimmenden Winkels. Findet man z. B. die Länge einer zweimal mit der Kette gemessenen Sehne = 5° 9′ 1″, so erhält man bei dieser Sehnen-Länge für den derselben entsprechenden Winkel 72 Grad und 30 Minuten = 72½°, welche man recht gut vermittelst eines Transporteurs zu Papiere bringen kann. Die in der Tabelle außer den 5° 9′ 1″ noch vorkommenden 3‴ bleiben unberücksichtigt. So verfährt man in allen ähnlichen Fällen.

2) Trifft es, das man für die Sehne eine Länge findet, welche man in ihren untersten Abtheilungen nicht genau in der Sehnentabelle vorfindet, so wird diejenige Anzahl von Graden und Minuten als die Größe ihres entsprechenden Winkels genommen, welche rechts neben der Zahl von Ruthen, Fußen und Zollen steht, die der gefundenen Sehnen-Länge am nächsten liegt. Gesetzt, die Sehne, die man mit derselben Kette gemessen, halte genau 3 Ruthen 1 Fuß und 8 Zoll, so ist der dieser Sehne entsprechende Winkel = 37 Grad 15 Minuten; und fände man für die Länge einer mit dem Maaßstabe gemessenene Sehne z. B. 4 Ruthen, 8 Fuß, 6 Zoll und 8 Linien, so nimmt man den Winkel dieser Sehne nicht = 58 Grad 30 Minuten, sondern 58° 15′ = 58¼ Grad, weil 58¼ Grad neben 4 Ruthen, 8 Fuß, 6 Zoll und 7 Linien steht, einer Länge, welche der von 4° 8′ 6″ 8‴ näher steht, als 4° 8′ 8″ 6‴ u. s. f.

§. 74.

Wie schon bemerkt, ist vorstehende Sehnentafel für einen Radius von 5 Ruthen berechnet; es können jedoch Fälle eintreten, wo Umstände die Annahme eines kleineren Radius nothwendig machen, für welchen dann auch die Sehne eine

geringere Größe erhalten muß. Da aber bekanntlich die Sehnen gleicher Winkel in demselben Verhältniß zu- oder abnehmen wie die Halbmesser der ihnen entsprechenden Bogen, so giebt uns dieses ein Mittel, aus obiger Chordentabelle durch eine einfache Rechnung die Längen der Sehnen für jeden beliebig angenommenen Halbmesser zu bestimmen. Hat man z. B. aus dem Scheitelpunkte eines, mittelst Kette und Stab zu bestimmenden Winkels, auf seinen Schenkeln anstatt 5°, dafür nur 2° abgesteckt, so schließt man um die Sehne dieses Winkels zu finden:

„Wie sich 2 Ruthen zur Länge der gemessenen „Sehne verhalten, so verhalten sich 5 Ruthen zu der „dem gleichen Winkel zugehörigen Sehne in der Ta- „belle."

Ergiebt sich z. B. bei einem Halbmesser von 2 Ruthen eine Sehne von 2° 1′ 8″ 6‴ Länge, so steht der entsprechende Proportionssatz: $\underline{2^0 : 2^0\ 1'\ 8''\ 6''' = 5^0 : x}$

oder $\underline{2^0 : 2{,}186^0 = 5^0 : x}$

und findet hieraus für $x = \frac{2{,}186 \times 5}{2} = \frac{10{,}930^0}{2} = 5{,}465^0$ $= 5^0\ 4'\ 6''\ 5'''$, welches die Länge einer Sehne für einen solchen Winkel ist, dessen Halbmesser 5° beträgt. Sucht man nun die durch Rechnung gefundene Sehne in der Sehnentabelle auf, so findet man rechts neben diesen 5° 4′ 6″ 5‴ die Größe des derselben entsprechenden Winkels, nämlich daß derselbe $66\frac{1}{4}$ Grad oder 66 Grad und 15 Minuten enthält, und welches zugleich die Größe des gesuchten Winkels für einen Radius von 2 Ruthen ist.

§. 75.

Das Auftragen gemessener Winkel auf's Papier.

Soll irgendwo ein gemessener Winkel aufgetragen werden, so muß man um den bestimmten Scheitelpunkt nach dem verjüngten Maaßstabe einen Kreisbogen von 5 Ruthen Radius schlagen, wo dieser den bereits der Lage nach bekannten

Schenkel schneidet, den Zirkel, mit welchem man das Maaß der Sehne abgenommen hat, einsetzen, und da, wo die andere Zirkelspitze den Bogen trifft, den Punkt bemerken, an welchen man nun und an den Scheitelpunkt das Linial legt, und an demselben entlang den anderen Schenkel seiner Lage nach zieht. Da indeß die nach der beschriebenen Art eingerichteten Maaßstäbe selten Striche und Zolle angeben, so ist sehr anzurathen, die aufzutragenden Maaße des Halbmessers und der Sehne 10mal größer zu nehmen, und mit der vom Maaßstabe abgenommenen 10fachen Länge nun das hier vorgeschriebene zu befolgen. Durch diese Multiplikation mit 10 werden nämlich die 5 Ruthen des Halbmessers zu 10×5 oder 50 Ruthen, mit denen man nun einen Zirkelbogen aus dem Scheitelpunkte schlägt, und wenn man den im obigen Beispiele enthaltenen Winkel von 34 Grad 45 Minuten ($= 34\frac{3}{4}^{0}$) auftragen wollte, erhält man für die aufzutragende Sehne nunmehr $2{,}186^{0} \times 10 = 21{,}86^{0} = 21^{0}\,8'\,6''$, welche offenbar leichter abzunehmen sind, als $2^{0}\,1'\,8''\,6'''$, die man nicht wohl vom Maaßstabe abnehmen kann.

§. 76.

Einen in Graden gegebenen Winkel auf dem Felde abzustecken.

Erste Auflösung, mittelst eines Winkelmesser-Instruments. — In Graden gegebene Winkel werden am sichersten und mit den wenigsten Schwierigkeiten auf dem Felde abgesteckt, wenn man hierzu einen in Grade und Minuten eingetheilten, und mit einer um sein Centrum (Mittelpunkt) beweglichen Alhidate (Abseh- oder Diopterlinial) versehenen Kreis gebraucht. Dieses Winkelmesserinstrument wird so gestellt, daß der Nullpunkt der Eintheilung desselben (siehe Fig. 71) genau längs des einen Schenkels des abzusteckenden Winkels liegt; hierauf wird der Alhidate die Richtung gegeben, daß sie die verlangte Anzahl von Graden abschneidet welche der

abzusteckende Winkel fassen soll, und dann wird in dieser verlängerten Richtung ein Absteckstab eingesteckt, welcher so die Lage des anderen Schenkels des Winkels bestimmt.

Ist man aber nicht im Besitz eines solchen Winkelmesserinstruments, so ist diese Aufgabe am bequemsten noch dadurch zu lösen, wenn man auf dem mit Papier überspannten Meßtische einen zarten Kreis beschreibt, auf diesen die gegebene Anzahl Grade, welche der abzusteckende Winkel halten soll, vermittelst eines gut eingetheilten Transporteurs trägt, und sodann mittelst eines Diopterlinials, (welches weiter unten näher beschrieben wird), beide Schenkel des abzusteckenden Winkels vom Mittelpunkt des Kreises aus, einvisirt, und Stäbe in diese Visirlinien einstecken läßt.

Zweite Auflösung, mittelst der auf Seite 135 stehenden Chordentabelle. — Ist nämlich die Größe des abzusteckenden Winkels bekannt — also gegeben — so entnimmt man aus obiger Sehnentabelle die dem gegebenen Winkel entsprechende Sehne, steckt auf dem Felde eine Linie von genau 5 Ruthen ab, welche die Lage des einen Schenkels bezeichnet. Aus dem einen Endpunkte dieses Schenkels beschreibt nun der andere Gehilfe, wie auf dem Papiere mit dem Zirkel hier mit des anderen Kettenstabes Spitze einen sichtbaren Kreis-Bogen in die Erde, während der erste Kettenstab in demjenigen Endpunkte der Linie, in welchem der Scheitelpunkt des abzusteckenden Winkels sich befinden soll, vom ersten Gehilfen mit angestemmten Knie festgehalten wird. Jetzt setzt man den einen Kettenstab in den anderen Endpunkt der schon als Schenkel abgesteckten Linie, befestigt eine 8 Ruthen lange, eines kleinen Fingers starke hanfene Schnur (die man zu dergleichen Operationen ein für allemal vorher in Oel hat sieden lassen) dicht anschließend an die Stelle des Kettenstabes, wo der Ring der Meßkette zu ruhen pflegt, mißt auf dieser Schnur die Länge der gegebenen Sehne ab, markirt mit Kreide den Endpunkt der Sehne auf der Schnur, spannt

sie sodann als Radius aus bis der auf derselben befindliche Kreidestrich den Kreisbogen trifft, in welchem Schneidepunkte man dann, sowie in die beiden Entpunkte des ersten Schenkels eine Meßfahne steckt, so ist das Verlangte geschehen.

Will man aber beim Abstecken nicht 5, sondern etwa 2^0 als Radius annehmen, so muß man aus der Größe des gegebenen Winkels die für 2^0 Radius entsprechende Sehne berechnen. Um dieß zu können, schließt man wie folgt:

„Wie sich 5 Ruthen zu der dem gegebenen Winkel in „der Sehnentabelle entsprechenden Sehne verhalten, ebenso „verhält sich ein Radius von 2^0 zu der demselben zu„gehörigen und gesuchten Sehne."

Wäre z. B. ein Winkel von $43\frac{1}{4}^0 = 43^0\ 15'$ auf dem Felde abzustecken, so entspricht demselben nach obiger Chordentabelle eine Sehne von 3 Ruthen 6 Fuß 8 Zoll und 5 Linien, und es ist sonach der entsprechende Proportionssatz:

$$5^0 : 3^0\ 6'\ 8''\ 5''' = 2^0 : x$$

oder $$5^0 : 3{,}685^0 = 2^0 : x$$

folglich $$x = \frac{3{,}685 \times 2}{5} = \frac{7{,}370^0}{5} = 1{,}474^0 = 1^0\ 4'\ 7''\ 4'''$$

und so lang muß die einem Radius von 2^0 entsprechende Sehne genommen werden.

Zusatz. Es leuchtet ein, daß das Abstecken eines stumpfen Winkels entweder durch seinen spitzen Nebenwinkel oder durch die Theilung desselben geschehen kann; nur ist noch zu bemerken, daß man sich beim Auftragen des spitzen Nebenwinkels vorsehe, damit der aufzutragende Winkel auch die verlangte Lage erhalte.

Aufgabe. Man soll auf der im Felde abgesteckten Linie bc, im Endpunkte c, einen gegebenen Winkel m legen.

Auflösung. Ist der gegebene Winkel m blos geometrisch construirt, z. B. auf einem Plane gegeben, so zeichne man ihn möglichst genau auf einen Meßtische ab, falls er sich nicht schon darauf befindet.

Hierauf stellt man den Meßtisch horizontal über dem bestimmten Endpunkt der Linie bc auf, und richte ihn, (wie weiterhin gelehrt wird), daselbst gehörig ein, daß der Scheitelpunkt c des construirten Winkels senkrecht über dem gleichnamigen Punkte c auf dem Boden stehe, und der Schenkel cd in die Vertikalebene von cb falle. Sodann lege man das Diopterlinial genau an den zweiten Schenkel ce, und lasse, indem man durch die Dioptern nach der Vertikalebene cα visirt, einen Gehilfen durch allmähliches Fortschreiten, etwa von b gegen α hin, seine Absteckstange in die Ebene ce einrichten, welches geschehen sein wird, sobald der Geometer beim Visiren des Gehilfen Stab in der Diopternebene ce, z. B. in α oder γ 2c. erblickt. Der Gehilfe setzt dann in α oder γ seine Absteckstange ein, und verbessert ihre Stellung auf verabredete Zeichen des Geometers in c, so ist der Forderung ein Genüge geschehen, nämlich es ist Winkel bcα = Winkel m.

§. 77.

Aufgabe. Vermittelst des Sehnenmaaßstabes oder geradlinigten Transporteurs (siehe Fig. 72) die Größe eines jeden auf dem Papiere verzeichneten Winkels zu ermitteln.

Auflösung. Um mittelst dieses Maaßstabes die Anzahl Grade welche ein gegebener Winkel (auf dem Papiere) faßt, verlängert man seine Schenkel möglichst weit, nimmt sodann von diesem Maaßstabe die Länge von 0 bis 60 in den Zirkel, (welches nach obiger Cordentabelle die Sehnen-Längen von 5 Ruthen für einen Winkel von 60 Graden ist), und schlägt mit dieser Zirkelöffnung aus der Spitze des gegebenen Winkels einen Bogen, welcher beide Schenkel schneiden muß. Hierauf mißt man die Entfernung von da, wo der eine Schenkel vom Bogen geschnitten wird, bis dahin, wo der andere Schenkel vom Bogen getroffen wird auf dem Sehnenmaaßstabe (Fig. 72) von der Linken zur Rechten ab, so giebt die Zahl, welche neben der Rechten Zirkelspitze steht, die Grade an, welche der vorgegebene Winkel enthält.

Aufgabe. Vermittelst des Sehnenmaaßstabes (Fig. 72) einen Winkel von einer bestimmten Anzahl Graden auf dem Papiere zu verzeichnen.

Auflösung. Gesetzt man sollte einen Winkel von $69\frac{1}{2}$ Graden oder 69 Grad 30 Minuten construiren, so entspricht demselben nach der Sehnentabelle eine Sehne von 5 Ruthen 7 Fuß; diese Länge trägt man in einen Bogen ein, dessen Radius die Länge von 0 bis 60 (auf dem Sehnenmaaßstabe genommen) ist, und verbindet hierauf den Mittelpunkt dieses Kreisbogens mit den beiden in denselben so eben eingetragenen Endpunkten der Sehne, so giebt der so entstehende Mittelpunktswinkel den verlangten.

§. 78.

Das Abstecken paralleler Linien auf dem Felde.

Aufgabe 1.) Man soll zu der auf dem Felde, durch die Signale A und B markirten geraden Linie AB, in einer bestimmten Entfernung eine parallele Linie abstecken (siehe Fig 74.)

Auflösung 1.) Gesetzt, die zur gegebenen Linie AB abzusteckende gleichlaufende Linie soll 15 Ruthen von ersterer entfernt sein, so braucht man nur in zwei, nicht zu nahe an einander liegenden Punkten a und b der gegebenen Linie AB, Perpendikel $a\alpha$ und $b\beta$ von der bestimmten Entfernung zu errichten, deren Endpunkte α und β die gesuchte parallele Richtung zur gegebenen Linie AB angeben, welche (Richtung) durch Signale markirt, zu beiden Seiten, soviel als nöthig, noch beliebig verlängert werden können. Es ist also die zu beiden Seiten verlängerte $\alpha\beta \# AB$.

Auflösung 2.) Man brauchte auch nur die eine Senkrechte $a\alpha$ von der bestimmten Länge oder Entfernung auf der gegebenen Linie AB in a zu errichten, und auf den Endpunkt α dieser Normale die Senkrechte $\alpha\beta$ zu fällen, so ist diese letztere, wie auch ihre Verlängerung zu beiden Seiten, aus bekannten Gründen ebenfalls zu AB parallel. (Siehe Fig. 74).

Aufgabe 2.) Man soll außerhalb einer geraden Linie AB durch den gegebenen Punkt a (Fig. 75) zu AB eine Parallele ab legen.

Auflösung 1.) Man messe die Linie Ba, stecke in ihrer Mitte C eine Signalstange ein; verlängere hierauf die Linie AC nach b, mache die Verlängerung Cb = AC, so wird die Richtung ab, welche man noch zu beiden Seiten beliebig verlängern kann, zu AB parallel sein.

Beweis. Da AC = Cb

BC = Ca

und $\angle\alpha = \angle\beta$

so ist $\triangle ABC \cong \triangle Cab$

mithin auch $\angle m = \angle n$, und daher AB $\#$ ab.

Auflösung 2.) Man setze in der Richtung der Linie Ba (Fig. 75) beliebig ein Signal, z. B. in C ein, messe hierauf die Linien AC, BC und aC, und suche zu denselben die 4te geometrische Proportionallinie, deren Länge man dann in die Verlängerung von AC, und zwar von C nach b trägt, so wird ab parallel AB sein.

Gesetzt die Linie AC messen 20°, BC = 18° und Ca = 15°, so ist der entsprechende Proportionssatz:

$$BC : aC = AC : x$$

oder $18^0 : 15^0 = 20^0 : x$

und findet hieraus für x oder $Cb = \frac{5.10}{3} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}^0$ $= 16^0\ 6'\ 6''$ ꝛc. welche Länge man von C nach b, in der Verlängerung von AC abmißt, und in b eine Signalstange einsetzt, so ist der Forderung ein Genüge geschehen, nämlich ab parallel AB.

Zusatz. Bedient man sich des Winkelkreuzes, so kann die vorige Aufgabe No. 1. noch einfacher schneller und zuverlässiger gelös't werden:

Aufgabe 3.) Zwischen den Endpunkten der durch Signale markirten Linie AB befinde sich ein Sumpf oder kleines Gehölz ꝛc. so, daß man zwischen diese Linie (Fig. 76) nicht gelangen kann. Es soll zu dieser Linie durch einen

nicht weit außerhalb derselben befindlichen Punkt P eine Parallellinie abgesteckt werden.

Auflösung. Man lege an die Visirlinie PA nach Paragraph 80. die Linie PC unter einem Winkel von $45^\circ = \frac{R}{2}$, gehe in der Richtung PC soweit vor, bis in C die gerade Linie AC senkrecht auf PC, also $\angle ACP = 90^\circ$ ist, folglich auch $AC = CP$ wird. Ferner lege man an die Visirlinie CB auf C die Senkrechte CE, und mache diese $EC = CB$, wodurch $\angle(n+k) = \angle CEB = \angle h = \frac{R}{2} = 45^\circ$ wird. Auf die so fixirte Linie EP errichte man irgendwie eine Normale PR in P, so wird dieselbe mit der AB parallel laufen; denn

Beweis. Denkt man sich die fixirte Linie EP bis in D verlängert, so ist weil:

$$\angle(\alpha + \beta) = \angle(\beta + \gamma) = R$$

und $\angle \beta = \angle \beta$

auch $\angle \alpha = \angle \gamma$

$AC = CP$

und $CB = CE$

folglich $\triangle ACB \cong \triangle CPE$

und somit auch $\angle m = \angle n$

Nun ist $\angle r = \angle m + \angle h + \angle k = (\angle h + \angle k + \angle n$

mithin $\angle r = R = 90^\circ$ (denn $\angle(h + k + n) = R$)

und demnach steht ED oder PD senkrecht auf AB;

Da nun auch PR senkrecht auf ED (in P) steht, so muß natürlich auch PR parallel AB sein.

In Fällen, wo der Punkt P nicht zu weit von AB liegt, auch die Endpunkte A und B nicht sehr entfernt von einander sind, kann die so eben beschriebene Methode mit Nutzen angewendet werden. Bequemer und leichter bleibt jedoch immer der Gebrauch des Meßtisches zu diesem Behufe, weil man mittelst desselben nur zwei Standpunkte, nämlich P und C, nöthig hat, und also auch nicht so beträchtlichen

Fehlern bei der Construktion der erforderlichen Winkel ausgesetzt ist.

Zusatz.

In Gegenden, wo man eine sehr weite Aussicht hat, lassen sich Parallellinien mittelst weit sichtbarer Gegenstände, als z. B. Kirchthürme, hohe Bäume und dergleichen sind, ziehen.

Setzt man nämlich Stäbe a und c (siehe Fig. 77) dergestalt ein, daß sie auf einen stundenweit entfernten Gegenstand, z. B. eine Thurmspitze e hinweisen, und zwei andere Stäbe b und d in einiger Entfernung davon, welche ebenfalls wie die vorigen beiden (a und c) mit der Thurmspitze e in einerlei Vertikalebene liegen, so werden die so abgesteckten Linien ac und bd in Betracht, daß sie nur kleine Theile von den Entfernungen ae und be sind, und der Winkel bei e sehr spitz ist, als parallellaufend angesehen werden können, wenn auch nur näherungsweise.

Dieses so einfache Verfahren, verursacht aber um so beträchtlichere Fehler, je weiter die so annähernd parallel abgesteckten Linien ac und bd von einander entfernt sind; und man thut bei einer Entfernung von 5 bis 8 Ruthen schon besser, wenn man, um eine größere Genauigkeit zu erhalten, eine der vorigen Methoden anwendet.

§. 79.

Selten nur kömmt es in der praktischen Geometrie vor, ganze oder Theile von Kreisen auf der Erde zu beschreiben, sollte es aber je einmal eine Forderung erheischen, so wird aus dem gegebenen Mittelpunkte mit der Meßkette von bestimmter Radiuslänge und bei gleichförmiger Anspannung derselben, mittelst des Stachels (oder des Spitze des Kettenstabes), die Kreislinie in das Erdreich gerissen. Daß bei diesem Verfahren keine mathematische Genauigkeit zu erreichen ist, leuchtet ein.

Um z. B. auf dem Felde oder wie es öfters der Fall ist, in einem Garten ein Oval oder länglichte Rundung zu beschreiben, verfährt man wie folgt:

Gesetzt man sollte einen länglicht=runden Rasenplatz von z. B., 15 Ruthen Länge abstecken, so mißt man auf einer langen Linie die ab = 15° ab, und schlägt am Ende der ersten 5° (= $\frac{1}{3}$ von 15°), also in c, so wie am Ende der zweiten 5°, hier in m einen Pflock ein. Hierauf beschreibt man, wie vorhin erwähnt, aus den Punkten c und m mit der 5° langen Meßkette oder Schnur die beiden Kreise A und B in den Erdboden und bemerkt die Punkte d und e, wo sich diese beiden Kreise schneiden; setzt sodann den einen Kettenstab in d ein, befestigt um denselben eine Schnur von der Länge des Durchmessers einer der beiden Kreise A oder B, steckt durch das andere Ende dieser Schnur den zweiten Kettenstab, und beschreibt mit der Spitze dieses letzteren den Bogen rf worauf dieser Kettenstab im Punkte e festgehalten, und mit dem in d steckenden Kettenstabe der Bogen gh in die Erde gerissen wird, so giebt die so entstandene Linie arfbhg das verlangte Oval.

Beschreibung der Winkel=Meßinstrumente rc.

§. 80.

I. Der Meßtisch (Mensula, Planchette.)

Der Meßtisch ist unstreitig das nützlichste und bequemste Meßwerkzeug welches in der niederen Meßkunde zu gebrauchen ist, weil er die Einrichtung hat, Linien und Winkel vom Felde unmittelbar, und zwar erstere verjüngt, auf einer horizontalen Fläche darzustellen. Er besteht

1) aus der eigentlichen Mensel (dem Reißbrette oder der Planchette) A (Fig. 79.) von trocknem, weichem, aber zähen Linden= oder Ahorn=Holze, und gegen das sogenannte Werfen oder Verziehen auf mancherlei Weise geschützt, am besten dadurch, daß man mehrere schwache Breter mit den Holzfasern über's Kreuz zusammenleimt. Die gewöhnlichste und bequemste Form, die man der Mensel giebt, ist die Figur eines Quadrates, von 12 bis 20 Zoll ins Gevierte, und 1 bis 1½ Zoll Särke. Die Oberfläche dieses Reißbret-

tes wird mit gutem Zeichnenpapiere zur Auftragung der gemessenen Linien und Winkel überspannt.

Auf der Rück- oder unteren Seite der Mensel, und genau in deren Mitte, ist mit messingenen Kopf- oder Planchettschrauben, deren Köpfe oben nicht im mindesten heraus stehen dürfen, ein 3 bis 4 Zoll im Durchmesser haltender messingener Ring a eingelassen, durch welchen mittelst der Planchettschrauben b das Reißbrett auf die horizontale Messingplatte des Stativs B befestigt wird. Beide Flächen des Planchetts müssen ganz eben und unter sich parallel sein.

Ferner besteht der Meßtisch

2) aus dem Gestelle oder Stativ, welches wiederum aus zwei Theilen besteht; diese sind:

a) der Cylinder, woran sich die Füße befinden, und

b) das Einsatzstück, an welchem der Mechanismus zur feinen Bewegung des Meßtischblattes angebracht ist.

Figur C zeigt die einzelnen Theile, welche wegen des Gebrauchs der Magnetnadel sämmtlich aus Messing gefertigt sein müssen; in Figur B sind die einzelnen Theile mit dem Stative verbunden dargestellt, wo d nämlich der röhrenförmige Cylinder, an welchem drei sogenannte Lappen e angegossen sind, welche vermittelst der Lappenschrauben zur Befestigung der oben mit Einschnitten versehenen Füße an den Cylinder dienen. f ist eine Schraube, durch welche der untere Theil l des Einsatzstücks in dem Cylinder festgehalten wird. An der mit l aus einem Stücke bestehenden Scheibe befindet sich eine Schraube c, durch welche, wenn der obere Theil n des Einsatzstücks in den hohlen Cylinder m gesteckt wird, sich die Schraube ohne Ende s in das gezahnte Rad fest drücken läßt, wodurch also bei Umdrehung der Schraube s der Cylinder m, und mit ihm das an die obere Scheibe befestigte Planchett (Meßtischblatt) eine feine horizontale Bewegung um den Zapfen n machen muß. Die unteren Enden der Füße sind mit eisernen Schuhen versehen, und ein Paar Zoll darüber läßt man gern einen Absatz,

um vermittelst desselben die Füße des Stativs bequem in die Erde treten zu können.

Bei der Aufstellung des Meßtisches werden zuerst zwei Füße h, h desselben festgestellt, und durch die mögliche Drehung und Wendung des dritten Fußes vor seiner Feststellung, wird die horizontale Stellung des Meßtischblattes A bewirkt.

Bei sorgfältig gearbeiteten Instrumenten, befindet sich im Zapfen des Stativs eine Nuß o angebracht, in welche das konische Stück des oberen Theils des Stativs ausgeht. Fig. 80. zeigt die Einrichtung eines solchen Stativs. Mittelst vier Stellschrauben r. r, von denen aber nur zwei in der Zeichnung zu sehen sind, und die in dem darunter befindlichen Theile des Stativs eingehen, wird die obere messingene Platte p (Fig. 79.) und dadurch die damit in Verbindung stehende Planchette A sanft gehoben, und ohne die Füße h, h zu rücken, die Horizontalstellung des Meßtisches bewirkt. — Anfängern fällt es schwer die Einrichtung der Nuß sammt den Stellschrauben schnell und zweckmäßig zu gebrauchen, jedoch erlangt sich nach einiger Uebung bald die erforderliche Fertigkeit.

Das Meßtischblatt (Reißbrett oder Planchette) wird — wie schon bemerkt — vor dem Gebrauche mit Zeichnenpapier bespannt, welches mit zu Schaume geschlagenem oder gequirltem Eyweiß auf der einen Seite gleichförmig angefeuchtet, am Rande mit gutem Mundleime (aus der Apotheke) bestrichen, das Papier überall gleichförmig angezogen, und die vier Papierränder dann gehörigen Orts auf der Planchette sorgfältig auf- oder angedrückt. Alle entstehenden oder vorfindlichen Ungleichheiten im Papiere, als Knötchen, Falten, sind hierbei möglichst zu vermeiden. Das Abspannen des Papieres nach vollendeter Arbeit muß mit möglichster Vorsicht geschehen, und wo ja das Eyweiß zu fest an dem Brete haften sollte, darf es nur durch allmähliches Lüften abgelös't werden.

§. 81.

Zur Erlangung des horizontalen Standes des Meßtischblattes wird am besten eine dosenförmige

II. Niville oder Wasserwaage

gebraucht. Dieses Instrument, welches sich zur Horizontirung (oder Horizontalstellung) einer jeden ebenen Fläche eignet, beruht auf dem bekannten Naturgesetze, das die Oberfläche eines stillstehenden Wassers, sowie auch jedes anderen völligen Fluidums für nicht zu große Flächen, eine horizontale Ebene bildet.

Die zur Horizontalstellung des Meßtisches gebräuchliche Nivelle besteht — wie Fig. 81. A zeigt, und deren Profil B ist — aus einer messingenen ¾ Zoll hohen und 3 bis 4 Zoll im Durchmesser haltenden Dose, deren reifförmige Grundfläche ab (siehe das Profil B), welche auf das Meßtischblatt zu stehen kömmt, völlig eben abgedreht sein muß. Der bis auf einen kleinen Raum, am besten mit Spiritus, durch die vermittelst einer Schraube verschließbaren Oeffnung e im Boden der Dose angefüllte innere Raum derselben ist mit einer nach innen etwas holen Glastafel cd verkittet, auf deren äußeren ebenen Fläche in ihrer Mitte ein etwa ¼ Zoll im Durchmesser haltender Kreis, sich eingerissen befindet. Sobald die Meßtischplatte durch die Stellschrauben in den horizontalen Stand kömmt, begiebt sich die Luftblase innerhalb der Nivelle unter dem in Glasdeckel eingerissenen Kreisring.

Der Gebrauch dieses Instruments ist nun sehr leicht zu begreifen; es wird nämlich auf die Meßtischplatte gestellt, und der Meßtisch entweder mittelst seiner Füße oder wenn das Stativ mit einer Nuß versehen ist, mittelst der Stellschrauben so weit von einer Seite herauf oder herunter gestellt, bis die Luftblase m innerhalb der Nivelle sich genau unter dem eingerissenen Ring des Glasdeckels befindet.

Auch muß der Geometer darauf sehen, das der Spiritus in der Nivelle durch die im Boden derselben befindliche

Schraube e stets gut verschlossen ist, weil sonst durch das Aussickern desselben die Blutblase nach und nach ungebührlich vergrößert und dadurch ihr eigentlicher Zweck verfehlt wird.

§. 82.

Ein höchst willkürliches und unentbehrliches Werkzeug beim Gebrauch des Meßtisches, ist

III. Das Diopter-, Visir- oder Absehelinial.
(auch Alhidatenregel genannt).

Dieses Instrument besteht aus einem 1 bis $1\frac{1}{4}$ Fuß langen messingenen Liniale, an dessen jedem Ende in einer Vertikalfläche 1 bis $1\frac{1}{4}$ Zoll breite messingene Diopterplatten ab und cd (Fig. 82) entweder fest oder durch Charniere (bei a und c) zum Senkrechtaufrichten und Niederlegen angebracht sind. Die in der Mitte zum Visiren dienenden Einschnitte α, α, oder an deren Statt senkrecht übereinander stehenden kleinen Löcher, sowie die in derselben Horizontallinie im anderen Diopter senkrecht eingespannten Fäden β, β müssen genau in der Vertikalebene der einen Linialkante, (z. B. von ac, an welcher entlang die Visirlinien sanft mit Bleistift gezogen werden liegen. — Man nennt dasjenige Diopter, durch welches hindurch man sieht, das Ocular- (oder Augen-) Diopter, das Gegenüberstehende; dem einzuvisirenden Gegenstande zugerichtete aber, das Objektivdiopter; und es kann demnach jedes der beiden Diopter ab und bc als Oculardiopter dienen, wenn das Instrument wie das Fig 82, dargestellte eingerichtet ist, wo man bei jedem Diopter von α nach β hindurch visiren kann.

Das Diopterlinial dient, um die Richtung nach einem gewissen Gegenstande durch die nach nnd nach eingerichtete Lage des Linials zu bestimmen. Erblickt nämlich das Auge durch eine der Oeffnungen des Okulardiopters α, einen entfernten Gegenstand dergestalt, daß der Faden (oder das eingespannte Haar) im gegenüberliegenden Objektivdiopter β ihn völlig deckt, so befindet sich die eine Kante des Linials

in der Richtung vor dem Auge nach dem entfernten einvisirten Gegenstande, und eine an dieser Kante entlang gezogene Linie würde, genugsam verlängert den einvisirten Gegenstand treffen.

Die Richtigkeit dieses Instruments prüft man vor seinem Gebrauche dadurch, daß man ein Loth (ein an einem dünnen Faden hängende Bleikugel) in der oberen Fenster- oder Thürwand eines Zimmers befestigt, hierauf möglichst weit davon einen genau horizontirten Meßtisch aufstellt, sodann das Visirlinial auf die Fläche des Planchettes legt, und durch das eine Oculardiopter α das gegenüberstehende Objektivdiopter β auf das ruhig hängende Loth genau einvisirt.

Der Faden (oder das Haar) im Objektivdiopter β muß dann genau mit dem Faden des freihängenden Lothes zusammenfallen; und zieht man an der einen Kante des Liniales eine zarte Linie auf die Meßtisch-Platte, kehrt hierauf das Diopter um, und legt dieselbe Linialkante wieder genau an, so muß, wenn das Instrument brauchbar sein soll, beim abermaligen Visiren nach dem Faden des Lothes, derselbe vom Faden des Diopters β vollkommen gedeckt.

§. 83.

Bei Aufnahmen nach kleinem Maaßstabe, die aber ein bedeutendes Terrain umfassen, weil in einem solchen oft weit entfernte Objekte einvisirt werden müssen, bedient man sich eines Diopterlinials mit Fernrohr. In der Mitte eines solchen Linials (Fig. 83.) erhebt sich ein 6 bis 8 Zoll hoher Fuß f an dessen oberem Ende sich um ein Gewinde, ein achromatisches Fernrohr herauf und herab bewegen läßt. Unerläßliche Bedingung ist, daß die Axe des Fernrohrs sich genau vertikal über der Kante des Linials befindet; auch muß das Fernrohr völlig um das Gewinde gedreht werden können, so, daß zur Rectification des Instruments, bei unverrücktem Stande des Linials, das Objektivglas o dahin zu stehen kommt, wo vorher das Ocularglas a sich befand. In einem solchen Fernrohre befindet sich statt des Objektivfadens

am Objektivglase o, innerhalb des Fernrohrs ein von Spinnewebenfaden senkrecht ausgespanntes Fadenkreuz, (oder es sind zwei sich senkrecht schneidende äußerst zarte Linien im Objektivglase eingerissen), deren Durchschnittspunkt in der Axe des Fernrohrs liegt, und beim Visiren auf den einzurichtenden Gegenstand gerichtet wird.

Auch ist mit dem Fernrohre ein, zum Messen der Vertikalwinkel zu benutzender Quadrat oder Halbkreis nebst Regel und Nonius verbunden.

§. 84.

IV. **Die Einlothzange oder Gabel** (Fig. 84.) dient, um einen Punkt auf der Meßtischblatte genau senkrecht über einen Punkt im Felde zu bringen. Dieses Instrument ist gemeiniglich von starkem Messingblech gefertigt, und hat die Form einer Gabel oder Klammer. Um nun mittelst derselben irgend einen Punkt auf dem Meßtischblatte senkrecht über den gleichnamigen in der Erde zu stellen, schiebt man die obere Spitze c der Gabel genau an den bestimmten Punkt auf dem Planchette so, daß der andere Theil der Gabel sich unterhalb des Meßtischblattes vermittelst der Schraube a (Fig. 84) festgestellt werden kann; rückt oder stellt hierauf die Füße des Meßtischs, oder nach Befinden auch die Planchette selbst so lange, bis das Bleiloth b, welches sich unter der Spitze am unteren Ende e der Gabel befindet, genau über dem entsprechenden Punkte in der Erde schwebt. Bei ökonomischen Meßtischaufnahmen ist der Gebrauch der Einlothzange unentbehrlich.

§. 85.

Die Boussole (oder der Seekompaß.) Fig. 85.

Dies seiner Natur nach sehr unvollkommene Werkzeug sollte man nur in den unvermeidlichsten Fällen bei ökonomischen Messungen zu Rathe ziehen, allein jeder warnenden Vorstellung und gründlichen Belehrung erfahrner Geometer ungeachtet, bedienen sich desselben die meisten Feldmesser noch immer fast ausschließlich zu Aufnahmen und Winkel-

bestimmungen überhaupt, ohne Noth, und noch dazu ohne Zeit- und Kostenersparung.

Bousole nennt man überhaupt jedes Gefäß, in dessen Mitte sich eine Magnetnadel auf einem senkrecht stehenden Stifte frei herumbewegt.

Die Magnetnadel besteht aus einem pfeilförmigen, besser aber (zufolge der Erfahrung) aus einem ganz einfachen dünnen parallelepipedischen Stäbchen von Stahl, welches durch wiederholtes Bestreichen mit einem natürlichen Magnetsteine von seiner Mitte aus nach beiden Enden zu, seine magnetische Kraft erhält, nämlich die Eigenschaft, sich mit dem einen Ende nach Mitternacht (oder Norden) mit dem anderen Ende aber nach Süden (oder Mittag) zu wenden.

Man unterscheidet die Orientir-Boussole (auch Declinatorium genannt), von der größeren Boussole zum Winkelmessen, welche noch mit zwei einander gegenüber stehenden Diopteru bei N und S in Charniren, zum Aufrichten und Niederlegen versehen sein muß.

Diese letztere hier gemeinte Boussole besteht aus einer 6 bis 7 Zoll im Durchmesser haltenden, runden messingenen Dose, welche auf einer völlig ebenen und rechtwinklicht- vier, eckigten Platte a b c d, befestigt ist. Der gewöhnlich silberplattirte Boden der Boussole ist in 360 Grade, und bei den besseren Instrumente, noch bis auf ¼ Grade genau eingetheilt. Im Mittelpunkte des eingetheilten Kreises befindet sich ein scharf zugespitzer stählerner Stift, worauf vermittelst eines Hütchens von Achat die bis aufs Höchste magnetisirte und richtig equilibirte Magnetnadel so lange ihre Horizontalbewegnngen macht, (oder so lange hin und her spielt), bis sie endlich mit dem mit N (Nord) bezeichneten Ende in die nördliche oder mitternächtliche Gegend tritt, und daselbst still steht.

Das Nordpol-Ende, welches zum Inder dient, läuft bei der pfeilförmigen Nadel in eine schmale Spitze aus, oder es ist bei den parallelepipedisch geformten Nadeln auf der oberen Fläche derselben und längs ihrer Mitte hin, eine zarte Linie

eingerissen, deren Endpunkt an dem mit N bezeichneten Ende die Richtung des magnetischen Meridians bezeichnet. — Je leichter die Nadel gearbeitet ist desto empfindlicher ist, und desto richtiger zeigt sie. Die aus den stählernen Taschenuhrfedern gefertigten, sind die besten; sie leisten vollkommen gute Dienste, und machen insgemein bei einer Länge von $4\frac{1}{4}$ bis 5 Zoll, 40 bis 45 Vibrationen oder Hin- und Herbewegungen.

Diese Compaßdose (Boussole im weitesten Sinne) ist durch eine Glasscheibe horizontal über der Nadel, ohne letztere zu berühren, verschlossen, und diese Glasscheibe durch einen fest- und luftdicht anschließenden messingenen Ring über ihrem äußersten Rande festgehalten, damit die Nadel nicht durch die Luft ihrer Leichtigkeit wegen, getrieben werden kann.

Da die Nadel nicht ganz nach Mitternacht (Norden) zeigt, die Abweichung der Nadel von dieser Himmelsgegend auch nicht überall dieselbe ist, so muß die Abweichung der Nadel von Norden vor jeder Messung in einer Gegend, vorher observirt werden.

Vermittelst eines Drückers oder Schiebers g (die Arretirung genannt) zur Rechten des Instruments, muß die Nadel an die innere Fläche der Glasscheibe angeschoben werden können, damit sie nicht, während das Instrument von einem Orte zum andern getragen werden muß, auf ihrem Stifte hin und her zittern kann, wodurch im Achathütchen leicht Unebenheiten entstehen können. Findet man aber, daß bei aller Behutsamkeit, doch nach und nach eine Friction (oder Reibung) der Nadel, und durch diese eine Trägheit der letztern entsteht, so schraube man den Centralstift der Boussole aus, und schleife ihn auf einem Schleifsteine wieder recht spitz, so wird sich die Trägheit dadurch verlieren, wo nicht, so muß man auf eine andere Nadel, oder wenigstens auf ein anderes Hütchen bedacht sein. Am besten aber ist's, wenn man einige, gleich vorzüglich gute und passende Magnetnadeln vorräthig hat, um die kranke Nadel gleich durch eine gesunde ersetzen zu können. Alle Verzie-

rungen in der Bousole, sind unnöthig nnd kostspilig, und müssen also vermieden werden.

Um Irrthümmern vorzubeugen, muß hier noch bemerkt werden, daß von der Magnetnadel nur alsdann angenommen werden darf, daß sie unverändert nach ein und eben demselben Punkte des Horizonts gerichtet sei, wenn der Raum, innerhalb welchem sie gebraucht wird, keine zu große Ausdehnung hat, und die Messung höchstens nur einige Monate lang, dauert, weil an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten bekanntlich die Richtung der Magnetnadel sich ändert, Nächst diesem ist noch zu bemerken, daß die Richtung der Magnetnadel nicht mit der Lage der wahren Mittagslinie verwechselt werden darf.

Unter diesen Einschränkungen kann man annehmen, daß die Richtung der Magnetnadel, wenn sie in verschiedenen Punkten aufgestellt wird, immer unter sich parallel ist.

§. 86.

Bei dem Gebrauch der Boussole, (welche man auf ein gewöhnliches Meßtischstativ setzt, sie daselbst vermittelst einer Dosenlibelle horizontirt, und die feineren Drehungen — Azimuthalbewegungen genannt — derselben jetzt vermittelst einer Schraube ohne Ende bewirkt) muß man alles Eisen aus der Umgebung bis auf 10 Schritte von derselben entfernen, nämlich die Meßkette und deren Stäbe, alle bei sich führenden eisernen Geräthschaften, als Messer, Schlösser, Zirkel ꝛc., ja sogar die mit eisernen Schnallen versehen Hosenträger müssen so lange abgelegt werden, als man mit der Boussole operirt. Die Nähe eines Gewitters macht die Nadel derselben ebenfalls unruhig, und in Eisenbergwerken ist sie völlig unbrauchbar; auch geht die Richtung der Nadel nicht immer nach Norden, sondern weicht mehr oder weniger vom Meridian des Stiftes ab. Der Winkel, welchen die Richtung der Magnetnadel mit dem Meridiane macht, heißt die östliche oder westliche Declination der Nadel; sie beträgt in Erfurt beinahe 20 Grad westlich.

Um diesen Declinationswinkel der Magnetnadel für jeden anderen Ort zu finden, beschreibe man auf dem horizontirten Meßtischblatte, in einer von der Sonne beschienenen Stelle mehrere concentrische Kreise (siehe Fig. 86.), und stecke in den Mittelpunkt c senkrecht einen nicht zu kurzen, nach oben hin spitz zulaufenden Stift ein. Der Endpunkt vom Schatten des Stifts muß nothwendig täglich zweimal durch die Peripherie mehrerer der gezogenen Kreise gehen, falls dieselben nicht zu groß und weit von einander abstehen, und der im gemeinschaftlichen Mittelpunkte derselben senkrecht stehende Stift c nicht zu kurz ist. Hat man nun z. B. zwei Pnnkte a und b eines und desselben Kreises, wo derselbe vom Endpunkte des Schattens vom Stifte c getroffen wurde, bemerkt, so verbinde man diese Punkte mit dem Mittelpunkte c durch eine gerade Linie, und halbire hierauf den so entstandenen Mittelpunktswinkel abc, so ist die zu beiden Seiten über sämmtliche Kreise hinausgezogene Halbirnngslinie N S der Meridian für die Stelle des Punktes c, welche Mittagslinie aber noch genauer gefunden wird, wenn man das so eben beschriebene Verfahren bei mehreren Kreisen vornimmt, wo alsdan die mittelste von allen Halbirungslinien als der wahre Meridian (oder Mittagslinie) angesehen werden kann. Legt man nun die Boussole mit derjenigen Kante, welche mit dem im Boden des Instruments gezogenen Meridiane ns (Fig. 86.) parallel läuft, an die Linie NS, so ist der Bogen ne das Maaß für den Declinationswinkel des Ortes odes Punktes c.

§. 87.

Die wirkliche Operation mit der Boussole besteht nun darin, durch die Magnetnadel die Abweichung derselben von einer jeden im Felde abgesteckten Linie anzugeben, d. i. den Declinationswinkel derselben zu finden; zu welchem Behufe man das Instrument auf einem Stative senkrecht mit seinem Centralpunkte über den Endpunkt der Linie (im Felde) aufstellt, es horizontirt, durch dessen Dioptern die

Linie einvisirt, sodann die Nadel bis zur Ruhe spielen läßt, und nun die Grade auf dem inneren getheilten Rande vom Nullpunkte desselben bis zu derjenigen Gradzahl ablies't, vor welcher die Nordspitze der Magnetnadel steht.

Zu bemerken ist hierbei noch: daß wenn der in Grade eingetheilte innere Rand vom Nullpunkte (d. h. von 0^{o}) an rechts herumgetheilt ist, die Grade, welche die Magnetnadel zeigt, die östliche Abweichung derselben von der einvisirten Linie ausdrücken; und es geben dieselben also die westliche Abweichung der Magnetnadel an, wenn die Boussole vom Nullpunkte an, links herum getheilt ist. Da nun mit der östlichen Abweichung der Magnetnadel während des Visirens nothwendig eine westliche Abweichung der einvisirten Linie verbunden ist, so folgt, daß der Winkel, welchen die Magnetnadel und die Visirlinie mit einander bilden, links von der Linie liegt, durch welche die Richtung der Magnetnadel angezeigt wird, wenn der Grad-Rand rechts herum getheilt ist, und umgekehrt. Dieses giebt die Regel: „wenn auf „dem Papiere, worauf der Plan gezeichnet „werden soll, die Richtungslinie der Magnet„nadel gezogen ist, so muß man von dieser Linie „alle, mittelst der Boussole erhaltenen Ab„weichungen, links auftragen, wenn der Grad„rand der Boussole rechts herum getheilt ist, „und umgekehrt".

Um übrigens bei dem Gebrauche der Boussole alle Fehler zu vermeiden, muß man immer ein und eben denselben Endpunkt der Alhidade nach den zu visirenden Gegenstand richten; indem man hierzu natürlich immer durch dasjenige Diopter sieht, welches nach dem Nullpunkte der Gradeintheilung errichtet ist.

§. 88.

Prüfung der Güte einer Boussole.

Eine der sichersten Proben für die Güte einer Boussole ist die, daß man sie auf's Stativ im Freien aufsetzt, horizontirt,

nach irgend einem Gegenstande genau durch ihre Dioptern visirt, sie hierauf rasch herumschnellt, wieder nach dem vorigen Gegenstande visirt, und dieses Herumschnellen mehrere Male wiederholt. Bleibt sie dann immer auf demselben Punkte stehen und zeigt die nämlichen Grade, (welches aber kaum $\frac{1}{4}$ Grad Unterschied betragen darf), so ist dieß ein Zeichen von einer vortrefflichen Güte. 2.) Wenn die Nadel, wie schon oben gedacht, 40 — 50, wohl auch noch mehr Vibrationen macht, so ist dieses auch schon ein Kennzeichen von der Güte der Boussole. 3.) Wenn man sie horizontal aufstellt, so muß die Nadel an ihren beiden Enden genau in den eingetheilten Ring einspielen, wozu gehört, daß der Centralstift seine gehörige Höhe habe. Auch muß 4.) bei einer ganz genau gearbeiteten Boussole der Drücker oder Schieber, g, womit die Nadel an der Glasscheibe befestigt oder arretirt wird, dieselbe auf der einen Seite nicht höher als auf der anderen heben.

§. 89.

Das Astrolabium.

Die älteren Astrolabien bestehen entweder aus einem in halbe, mitunter auch bis auf Viertelgrade eingetheilten messingenen Halbkreis, oder was auf jeden Fall vorzüglicher ist, aus einem Vollkreis. Um das Centrum m (siehe Fig. 87) läßt sich eine bewegliche Alhidade mit ihren gegenstehenden senkrecht aufgerichteten Diopten c und d bewegen, und sind bei den besseren Instrumenten an jedem äußeren zugeschliffenen Ende no und pq noch mit Nonien versehen. Außer den Diop- tern der Alhidade sind noch zwei andere Diopten a und b am äußersten Rande des Kreises befestigt. Alle vier Diopten sind doppelt durchbrochen zum Behuf des Vor- und Rück- wärts-Visirens. Die Diopternebenen von a, b und c, d müssen nicht allein vollkommen senkrecht auf der Ebene des einge- theilten Kreisrandes stehen, sondern auch genau durch den Mittelpunkt desselben gehen, und der Bequemlichkeit des Transportirens willen vermittelst Scharniere zum Aufrichten und Niederlegen eingerichtet sein.

Die feststehenden Diopternebenen a und b gehen gewöhnlich durch 0° und 180° des eingetheilten Kreisrandes. Bei einer einfachen Winkelmessung wird dann der Kreis so gedreht, daß die Visirlinie durch die unbeweglichen Dioptern a, b, nach dem einem der entfernten Zielpunkte geht, (nachdem vorher das Astrolabium vermittelst einer Dosenlibelle genau horizontirt ist), sodann wird der Kreis festgestellt, und die bewegliche Alhidade cd um ihren Mittelpunkt m soweit herumgedreht, bis die Visirlinie durch die Dioptern c, d, nach dem zweiten entfernten Zielpunkte geht. In diesem Falle giebt die Bogengradzahl, worauf der Noniusindex zeigt, gleich unmittelbar die Anzahl der Grade, welche der gesuchte Winkel faßt. Ist nun an jedem der beiden äußeren scharfen Enden der beweglichen Alhidade cd ein Nonius angebracht, so kann der zwischen beiden Visirebenen liegende Winkel auf den beiden entgegengesetzten Seiten des Instruments abgelesen werden.

Das Astrolabium wird auf ein gewöhnliches Meßtischstativ befestigt, sobald nur horizontal- oder terrestrische Winkel mit demselben gemessen werden sollen; zum Messen der Vertikal- oder Höhenwinkel hingegen muß das Meßtischstativ mit einer Nuß versehen sein, um durch Beugung derselben dem Astrolabium die nöthige vertikale Stellung geben zu können.

§. 90.

Nähere Beschreibung der Winkelmeß-Instrumente.

1.) Früher hatte man Raum- und Kostenersparniß halber den Graphometer (oder das Astrolabium) durch einen Halbkreis, wie man noch an alten Instrumenten sehen kann — dargestellt, welche Vorrichtung aber keineswegs zweckmäßig ist; denn einmal schwankt der bewegliche Theil der Alhidade, welcher nicht auf dem getheilten Rande des Instruments, den man bekanntlich Limbus nennt, aufliegt, und es entstehen hierdurch natürlich Fehler, welche bei einem Vollkreise nicht vorkommen können, weil bei einem solchen die Alhidade (d. h. das bewegliche Diopterlinial) stets an seinen beiden Enden vom Limbus unterstützt ist.

2.) Ferner kann man bei einem Halbkreise nicht so leicht wie bei einem Vollkreise, sich überzeugen, ob der Limbus richtig construirt sei oder nicht; nämlich ob die Linien, welche durch die beiden Alhidaden den Winkel bilden, sich auch genau im Mittelpunkte des Instruments schneiden. Bei einem Vollkreise (also ganzen Kreise) läßt sich dieß augenblicklich erkennen, weil die beiden Scheitelwinkel nicht gleiche Bogen fassen können, sobald ihr gemeinschaftlicher Scheitelpunkt nicht im Mittelpunkt des Kreises liegt. Auch läßt sich ein vorkommender Fehler dieser Art bei einem Vollkreise dadurch leicht redressiren oder verbessern, daß man nur die halbe Summe der beiden ungleichen Bogen als das richtige Maaß des gesuchten Winkels annimmt, weil bekanntlich ein Winkel, dessen Spitze zwischen dem Mittelpunkte und dem Kreisumringe liegt, die Hälfte der Summe der Bogen zu seinem Maaße hat, welche seine Schenkel und deren Verlängerungen einschließen. Es ist leicht einzusehen, daß hiernach bei einem Vollkreise auch die etwa vorkommenden Fehler in der Eintheilung sich leicht erkennen und berichtigen lassen.

3.) Um die Visirpunkte sicherer zu bekommen, und überhaupt, um entferntere Gegenstände deutlicher sehen zu können, hat man jetzt Fernröhre an die Stelle der Dioptern angebracht. Im Innern dieser Fernröhre sind zwei senkrecht auf einander stehende, äußerst dünne Fäden gespannt, deren Durchschnittspunkt in der Axe des Fernrohres liegt.

4.) Bei den meisten mit Fernröhren versehenen Meßinstrumenten ist dasselbe auf der beweglichen Alhidade, über der Ebene des Instruments erhoben befindlich, und so angebracht, daß es in einer Ebene, welche senkrecht gegen die des Instruments ist, gedreht werden kann. Hat daher der Kreis selbst genau eine horizontale Lage, so läßt sich das Fernrohr in einer vertikalen Ebene beliebig erheben oder senken, und es ist sonach der durch das Instrument angegebene Winkel immer der, welchen die vertikalen Ebenen mit einander machen, die durch den Mittelpunkt des Kreises und durch

die Gegenstände, nach welchen man visirt, gelegt werden können. Man erhält daher auch immer, ohne daß eine Reduktion nöthig wäre, den horizontalen Winkel, wie er auf dem anzufertigenden Plane verzeichnet werden muß. Wäre statt dessen das Fernrohr unbeweglich an der Alhidade befestigt, so könnte man nur solche Winkel messen, welche in der Ebene liegen, die durch den Mittelpunkt des Kreises und durch die Objekte nach welchen man visirt, gelegt werden kann. Diese Ebene ist aber fast nie horizontal, und ändert ihre Lage, so oft man von einem Objekte zu einem andern übergeht.

5.) In demselben Maaße wie man die Visirlinie der Instrumente durch das Anbringen der Fernröhre vollkommener gemacht hat, wurde es auch nothwendig die Eintheilung des Kreisrandes (oder Limbus) genauer und feiner zu arbeiten, um die kleinen Differenzen wieder auszugleichen, welche in der Richtung der Linien dadurch entstehen können, daß die Fernröhre die Objekte vergrößern. Dieses nun hat man dadurch erreicht, daß man einen Bogen anwendet, welcher — wie schon erwähnt — der Nonius, oder auch wohl nach seinem Erfinder, der Vernier genannt wird. Die nachstehende Erklärung der Figur 88. wird die Einrichtung desselben deutlicher machen.

AB stellt in Fig. 88. einen Theil des Limbus, also des eingetheilten Kreisrandes des Instruments vor, und ab ist ein concentrischer mit der beweglichen Alhidade so verbundener ebenfalls eingetheilter Bogen, daß er, wenn die Alhidade gedreht wird, sich mit derselben an dem getheilten Rande hinbewegt. Dieser in 6 gleiche Theile eingetheilte Bogen ab der Alhidade mißt hier genau nur 5 gleiche Theile des Limbus. Bedeuten nun, wie hier, die Theile des Limbus ganze Grade, so betragen deren 5 zusammen $5 . 60 = 300$ Minuten, wovon der 6te Theil $\frac{300}{6} = 50$ Minuten den Werth eines Theils des concentrischen Bogens ab an der Alhidade (also dem Nonius) ist. (siehe Fig. 88).

Fällt der Anfangspunkt oder der erste Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche des Limbus zusammen, so wird der folgende Theilstrich auf dem Nonius $\frac{50}{5} = 10$ Minuten zurück von dem nächsten Theilstriche auf dem Limbus abstehen. Der 3te Theil des Nonius steht nun doppelt so weit, also $10 . 2 = 20$ Minuten von dem nächst folgenden oder 3ten Theilstriche des Limbus ab, und diese Abstands-differenzen wachsen immer um 10 Minuten bei jedem nächst-folgenden Theilstriche, bis endlich der 7te Theilstrich des Nonius, welcher um 60 Minuten von dem 7ten Theilstriche des Limbus absteht mit dem 6ten Theilstriche des Limbus zusammenfällt, und somit 5 Grade anzeigt. Um einem Irrthume vorzubeugen wird hier noch bemerkt, daß wenn wie in Fig. 88 der Nonius in 6 Theile getheilt ist, derselbe den ersten Theilstrich bei o mit gerechnet, $6 + 1 = 7$ Theilstriche enthält. — Es geht hieraus hervor, daß wenn die Alhidade um 10 Minuten vorgerückt wird, der 2te Theilstrich des Nonius mit dem 2ten Theilstriche des Limbus zusammenfällt; und wird die Alhidade um 20 Minuten vorgerückt, so muß der 3te Theilstrich des Nonius mit dem 3ten Theilstriche des Limbus zusammenfallen, u. s. f. von 10 zu 10 Minuten.

Ist der Limbus in halbe Grade getheilt, und nimmt man auf dem Nonius 14 dieser Theile und theilt sie in 15 gleiche Theile, so hat jeder dieser Theile einen Werth von $30 - 2 = 28$ Minuten, und ist also nur um 2 Minuten kleiner als der Werth eines Theils des Limbus von $\frac{1}{2}^0 = 30$ Minuten. Bei dieser Vorrichtung erhält man daher auch durch das Zusammentreffen der verschiedenen Theilstriche des Limbus und des Nonius Werthe, die immer nur um 2 Minuten von einander verschieden sind. Man kann jetzt selbst bei einiger Aufmerksamkeit auch jede ungerade Anzahl von Minuten unterscheiden, weil, wenn der gemessene Bogen eine ungerade Anzahl von Minuten hält, kein Strich des Nonius mit irgend einem Theilstriche des Limbus zusammen fallen kann, wohl aber in diesem Falle ein Theil des Nonius ganz innerhalb eines Theils des Limbus liegen muß.

Aus dem bisher über den Limbus und Nonius Gesagten geht hervor, daß die unter dem Namen des Nonius bei den Winkelmeßinstrumenten (besonders dem Astrolabium) vorkommende Vorrichtung blos in einem concentrischen außerhalb an der beweglichen Alhidade verbundenen Kreisbogen besteht, welcher eine bestimmte Anzahl Theile des Limbus in einen Theil mehr getheilt enthält. Die Theile des Nonius sind also kleiner als die Theile des Limbus, und der Unterschied beider ist der kleinste Theil, welcher durch den Nonius angegeben wird. Ist die Theilung wie sie Fig. 88. in vergrößertem Maaßstabe dargestellt ist, so kann man mit Hülfe des Nonius den Winkel von 10 zu 10 Minuten genau messen. Der einvisirte Winkel hält nämlich außer der Anzahl Grade, welche die bewegliche Alhidade auf dem Limbus abschneidet, noch soviel Minuten, als bei dem Theilstriche des Nonius angegeben sind, der mit einem Theilstriche des Limbus, (nachdem die Visirlinie gehörig eingerichtet ist) zusammen fällt. Die auf dem Nonius angegebenen Zahlen wachsen hier übrigens nach derselben Richtung, nach welcher die Grade auf dem Limbus gezählt werden, also in Fig. 88. von der Linken zur Rechten.

6) Dieses mußte hier vorzüglich deswegen erwähnt werden, weil öfters auch noch eine andere Eintheilung des Nonius vorkömmt. Man kann nämlich auf demselben eine gewisse Anzahl Theile des Limbus auch in einen Theil weniger theilen, wo alsdann die Theile des Nonius die größeren sind. Für diesen Fall aber fällt bei dem Fortschieben der Alhidade, wenn anfänglich der letzte Theilstrich des Nonius mit einem des Limbus zusammen fiel, zuerst der vorletzte Theilstrich des Nonius mit einem solchen des Limbus zusammen, und so immer weiter rückwärts. Bei einer solchen Vorrichtung müssen daher die Zahlen des Nonius nach der entgegengesetzten Richtung wachsend aufgetragen sein. Gehen also die Zahlen des Limbus von der Linken zur Rechten fort, so müssen die des Nonius von der Rechten zur Linken wachsen. Außerdem aber findet zwischen dieser und

der vorhin in No. 5. beschriebenen Vorrichtung kein Unterschied ter statt.

Um die gegenseitige Lage der Theilstriche richtig beurtheilen zu können, beobachtet man sie mittelst eines Vergrößerungsglases. Sorgfältig gearbeitete Instrumente sind zu dieser Absicht mit einem Mikroskope versehen.

Aufnahme der Figuren mit dem Meßtische.

§. 91.

Bevor wir die Lösung der nachstehenden Elementaraufgaben mit Hilfe des Meßtisches angeben, ist es nöthig vorher zu zeigen, wie man einen terrestrischen Winkel mit der Mensel (dem Meßtische) aufnimmt.

Gesetzt man habe den Winkel ACB (Fig. 89.) mit dem Meßtische aufzunehmen, und also auch auf dem mit Papier überspannten Planchette zu verzeichnen, so stellt man

1) die drei Füße des Stativs um den Scheitelpunkt c des aufzunehmenden Winkels herum, setzt sodann das Planchett wie bekannt auf das Stativ, bringt hierauf vermittelst der Einlothzange den auf dem Planchette bestimmten Winkelpunkt C genau senkrecht über C auf den Felde, und horizontirt dann das Meßtischblatt mit der Dosenlibelle,

2) Jetzt legt man das Diopterlinial scharf mit einer seiner Kanten an eine im Punkte C senkrecht eingesteckten äußerst dünnen Nadel auf dem Planchette an, und zwar möglichst genau in die Richtung des Winkelschenkels CA, visirt von C aus nach A (dem Endpunkt des Schenkels CA), und bringt visirend die Diopternebenen durch eine sanfte Bewegung des Meßtischblattes, vermittelst Drehung der Mikrometerschraube nach und nach in die Vertikalebene von CA, und zieht sodann an derselben Kante des Diopterlinials eine zarte Bleistiftlinie Ca.

3) Hierauf läßt man den Meßtisch unberührt in seiner Stellung, legt aber das Diopterlinial in die ungefähre Richtung des Schenkels CB, an die in C senkrecht einge-

steckten äußerst feinen Nadel an, und verschiebt das Diopterlinial an das Objektivdiopter so lange, bis der Faden des letzteren den bezeichneten Endpunkt B des Schenkels CB deckt, und somit die Virsirlinie genau in der Vertikalebene von CB auf dem Felde liegt. Zieht man nun

4) an derselben Kante des Visir- oder Diopterlinials die Linie Cb, (wie vorhin Ca) entlang, so ist der auf dem Meßtische erhaltene Winkel aCb genau dem auf dem Felde abgesteckten ACB gleich. — Auf diese Weise werden alle Winkel einer aufzunehmenden Figur im Felde auf dem Meßtische bestimmt, wie man aus den folgenden Aufgaben näher ersehen wird.

I.) Messung unzugänglicher Linien.

§. 92.

Aufgabe 1.) Vermittelst des Meßtisches die horizontale Entfernung AB (Fig. 90) von einem einzigen Standpunkte C aus zu bestimmen, da man diese Linie eines zwischenliegenden Hindernisses (z. B. eines Teiches oder See's ꝛc.) halber, nicht unmittelbar messen kann.

Auflösung 1.) Man stelle wie im vorigen Paragraph den Meßtisch über dem gewählten Standpunkte C horizontal auf; stecke die äußerst dünne Nadel normal in c, (über dem Punkte C im Felde) ein, lege an selbige das Diopterlinial, visire durch dasselbe nach A und ziehe auf dem Planchette die Visirlinie ca; desgleichen visire man von c nach B, und ziehe die Visirlinie cb. Jetzt wird der Meßtisch von dem Standpunkte C hinweggehoben und zur Seite gestellt, die Linien CA und CB aber unmittelbar in der Natur mit der Kette gemessen, ihr gefundenes Maaß aber auf die entsprechenden Visirlinien des Meßtisches von c nach a, und von c nach b verjüngt getragen; so wird nach demselben Maaßstabe die Linie ab auf dem Meßtischblatte eben so groß als die AB auf dem Felde sein.

Auflösung 2.) Soll vorstehende Aufgabe blos durch Kette und Stäbe gelös't werden, und liegen die beiden

Endpunkte a und b der zu messenden Linie ab, zwischen welcher sich z. B. ein Teich befindet, (siehe Fig. 91) mit dem passend gewählten Standpunkte c in einer möglichst horizontalen Ebene, (wie dieß bei allen blos mit Kette und Stäbe zu lösenden Aufgabe Voraussetzung ist) und ist auch die Linie ab nicht sehr groß, so verfährt man wie folgt:

Nachdem man die Endpunkte a und b, und den passend gewählten Standpunkt c durch senkrecht eingesetzte Stäbe bezeichnet hat, mißt man

1) die Linien ac und bc, und verlängert

2) die ac nach e, macht die Verlängerung cf = bc; ebenso verlängert man 3) die bc nach d, und macht die Verlängerung cg = ac; steckt in den Endpunkten g und f der verlängerten Linien Stäbe ein, und mißt endlich

4) die Entfernung von fg mit der Kette, so ist dieselbe der zumessenden Linie ab völlig gleich; denn:

Beweis. Da ac = cg; bc = cf und $\llcorner$acb = $\llcorner$fcg, so ist auch Δabc $\cong$ Δfcg; und folglich auch ab = gf.

Zusatz 1). Man kann auch die Verlängerung cf = ac, und die Verlängerung cg = bc machen, und dann fg messen, so wird aus demselben Grunde fg = ab sein.

Zusatz 2). Wäre der beliebig gewählte Standpunkt c aber so gelegen, daß man über denselben hinaus nicht wohl eine Verlängerung anbringen kann, so mache man ck = $\frac{1}{2}$ (oder $\frac{1}{3}$) ac, und cl = $\frac{1}{2}$ (oder $\frac{1}{3}$) cb, und messe dann die kl, so wird dieselbe zufolge der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke abc und klc, ebenfalls = $\frac{1}{2}$ (oder $\frac{1}{3}$) ab sein, je nachdem man ck = $\frac{1}{2}$ ac und cl = $\frac{1}{2}$ cb, oder ck = $\frac{1}{3}$ ac und cl = $\frac{1}{3}$ cb genommen hat. Dieses hier beschriebene Verfahren verdient noch vor dem durch Verlängerung, den Vorzug.

§. 93.

Aufgabe 2). Die horizontale Entfernung AB (Fig. 92) zweier Objekte A und B in der Natur, unter der Voraussetzung

zu ermitteln, daß man von einem passend angenommenen Stand-punkte C nur nach dem einen der beiden gedachten Objecte, z. B. nach A. hin wirklich messen, jedoch sich über C und A mit dem Meßtische aufstellen kann.

Auflösung 1). Mit dem Meßtische. Derselbe wird auch hier über C horizontal und lothrecht aufgestellt, nach A und dann nach B hin visirt, und die Visirlinien ce und cf auf dem Meßtischblatte gezogen. Nun wird die Linie CA auf dem Felde unmittelbar mit der Kette gemessen, und ihr verjüngtes Maaß, wie erwähnt, von c nach a getragen. Hierauf kömmt der Meßtisch über den Punkt A (also in Stellung No. II) horizontal zu stehen; das Diopterlinial wird an die gezogene Visirlinie ec genau angelegt, und das Meßtischblatt mittelst der Micrometerschraube (oder Schraube ohne Ende), sanft soweit herumgedreht, bis das Auge hinter dem Oculardiopter die Signalstange im Standpunkte C durch den Faden des Objektivdiopters gedeckt findet. Ist dieses erfolgt, so hat der Meßtisch auf der Station II (siehe die Fig. 92) dieselbe Richtung, welche er auf der Station I hatte. Jetzt wird die feine Nadel in den Punkt a senkrecht und fest eingesteckt, das Diopterlinial fest an dasselbe angelegt, nach B hin visirt, und die Visirlinie ah auf dem Meßtischblatte gezogen. Diese Visirlinie ah wird die frühere Visirlinie cf in irgend einen Punkte b schneiden, welchem Punkte b, der Endpunkt B der zu messenden Linie AB, auf dem Felde dergestalt entsprechen wird, daß ab mit dem verjüngten Maaßstabe gemessen, im verjüngten Maaße der unzugänglichen Linie AB in der Natur gleich sein muß und wird. Die Wahrheit dieser Behauptung beruht ebenfalls auf der Aehnlichkeit der Dreiecke ABC und abc.

Auflösung 2). Diese Aufgabe kann auch ohne den Standpunkt C zu verlassen, durch eine einzige Meßtisch-aufnahme wie folgt gelös't werden:

Der Meßtisch bleibt loth- und waagrecht über dem Punkte C stehen. Man stecke die Stäbe E und D in angemessener Entfernung von C in einer geraden Linie mit B (siehe Fig. 93ª) so ein, daß E sich nicht zu nahe bei C,

und D nicht zu nahe bei E befindet; zieht sodann vom Punkte c auf dem Meßtischblatte, nach A, B, D und E die Visirlinien cm, cg, ch und ci. Hierauf messe man die Entfernungen CA, CD und CE, und trage ihr verjüngtes Maaß auf die genannten Visirlinien auf den Meßtisch. Zieht man nun die Punkte e und d zusammen, und verlängert diese Verbindungslinie über d hinaus, so wird sie die ag in einem Punkte b schneiden, und die Linie ab auf dem Papiere der zu messenden Linie AB in der Natur, vermöge der Aehnlichkeit der Figuren, genau gleich sein.

Bei Auflösung dieser Aufgabe hat der Geometer nur darauf zu sehen, daß der Maaßstab nicht zu groß angenommen werde, d. h. daß die verlängerte Linie ed sich nicht etwa außerhalb des Menselblattes schneide.

Auflösung 3.) Mittelst Kette und Stäben allein läßt sich eine unzugängliche Linie ab (Fig. 93), zu deren einem Endpunkte a man weder von b, noch dem passend angenommenen Standpunkte c kommen kann, wie folgt ihrer Länge nach bestimmen; nämlich:

Man verlängere die beiden Linien ac und bc, erstere nach d, letztere nach e, willkürlich; messe die Linie bc und trage ihr Maaß von c in die Verlängerung nach f. Hierauf bringe man noch einen Stab in g zwischen die zu bestimmende Linie ab, verlängere auch gc über c hinaus nach h hin, messe cg mit der Kette, und trage die gefundene Länge von cg aus c nach i. Jetzt richte man einen Stab k dergestalt ein, daß derselbe sich sowohl mit ac als mit fi in einer geraden Linie befindet, und es wird dann fk = ab sein; denn:

Beweis. Weil gc = ci; $\angle$ gcb = $\angle$ fci und bc = cf,
daher $\triangle$ bgc $\cong$ $\triangle$ fci
folglich auch $\angle$ p = $\angle$ q
und bc = cf (gleich gemacht)
und $\angle$ acb = $\angle$ fck
mithin auch $\triangle$ abc $\cong$ $\triangle$ fck
und daher ab = fk.

Es versteht sich hier ebenfalls, daß wenn es die Oertlichkeit nicht anders gestattet, nur Theile von bc und gc hereinwärts, oder auch verlängert auf cf und ci getragen werden können.

Zusatz. Man sehe sich überhaupt bei dieser letzteren Auflösung vor, daß bg im Verhältniß zu ab ein nicht zu kleines Stück ausmache, weil sich sonst k zu weit von i entfernt, und beim Einvisiren des Stabes k in die Linie fi leicht eine Täuschung möglich ist.

Da nach dieser 2ten Auflösung zugleich auch die Längen der Linien ck und ac gefunden sind, so wird dadurch auch zugleich die Aufgabe gelößt, die unzugänglichen Entfernungen ab und ac des Punktes a zu bestimmen, unter der Voraussetzung jedoch, daß man von c nach b unmittelbar messen könne.

§. 94.

Aufgabe 4). Eine Linie AB (Fig. 94) zu messen zu deren keinem Endpunkte A und B man gelangen kann.

Auflösung 1) mit der Mensel. Man wähle diesseits des Hindernisses, (z. B. des Flusses) eine Standlinie so, daß CD als solche nach dem Augenmaaße zu urtheilen wenigstens ½ mal so lang als AB erscheint, weil, je kürzer CD in Verhältniß zu AB ist, um desto spitzer und um desto unsicherer werden die Visirlinien; auch muß die Standlinie so gewählt werden, daß man von ihren Endpunkten C und D, aus, die Endpunkte A und B der zu messenden Linie deutlich erkennen kann.

Hierauf messe man die abgesteckte Standlinie CD unmittelbar; stelle sodann den Meßtisch über C horizontal und lothrecht auf, stecke in c die feine Nadel senkrecht ein, visire nun nach A, B und D, und ziehe die Visirlinien ce, cf und cg (Fig. 94.); wobei jedoch die Visirlinie cd nicht zu kurz auf dem Meßtischblatte zu ziehen ist, weil an dieselbe im Standpunkte D (oder №. II.) das Diopterlinial gelegt

werden muß, oder bemerke nur am Rande des Meßtisches die Verlängerung gedachter Linie.

Auf die Linie cg trage man nun vermittelst des verjüngten Maaßstabes die für die Standlinie CD gefundene Länge, welche auf dem Meßtische z. B. von c bis d reicht; worauf der Meßtisch abgehoben und dergestalt über den andern Endpunkt D der Standlinie aufgestellt wird, daß der Punkt d auf den Planchette genau lothrecht über D zu liegen kömmt. Sodann bringe man das Diopterlinial scharf an die Linie cg und deren Verlängerung x, (indem sich das Okulardiopter auf der Seite von g befindet), sehe dann nach C hin und drehe mittelst der Schraube ohne Ende den Meßtisch so lange, bis man den Punkt C vom Faden des Objektivdiopters gedeckt erblickt. Ist dieses, so hat der Meßtisch auf Station II. dieselbe Stellung, die er über C auf Station I. hatte. Die auf Station I. in c eingesteckte Nadel wird nun auf Station II. in den Punkt d perpendikular eingesteckt, sodann nach A und B wiederum visirt, und ein Stück der Visirlinie da gezogen, wo dA die ce, und dB die cf schneidet. Verbindet man nun diese beiden Schneidepunkte durch eine Linie ab, so wird diese wegen der Aehnlichkeit der Figuren ABDC und abdc, sich zu cd so verhalten, wie AB in der Natur zu CD. Da nun cd das verjüngte Maaß von der gemessenen CD ist, so drückt auch ab das verjüngte Maaß von AB aus.

Anmerkung 1).

Gestattet das Terrain nicht, eine der Linie AB angemessene Standlinie CD unmittelbar zu messen, so nehme maneine zur Seite befindliche Linie, die sich bequem messen läßt, als Standlinien an, und bestimme von dieser aus die Punkte C und D, indem man nun CD als die unzugängliche Entfernung betrachtet; dann wird die Operation, wie vorhergelehrt, fortgesetzt, und man hat nicht nöthig, CD unmittelbar zu messen.

Anmerkung 2).

Man kann diese Aufgabe auch durch eine einzige Meßtischaufstellung in C wie folgt lösen: AB (Fig. 95) möge die

auszumessende unzugängliche Entfernung sein, und C derjenige Standpunkt, über welchen allein der Meßtisch aufgestellt werden kann. Man setzt in die Punkte F und D in gerader Linie mit B, sowie in E in gerader Linie zwischen B und C, Meßstangen senkrecht ein. Hierauf wird von dem Meßtische aus nach diesen vier Punkten, so wie auch nach A visirt, und die Visirlinien cm, cn, co und cp auf dem Meßtischblatte gezogen, CE, CF und CD in der Natur unmittelbar gemessen, und ihr verjüngtes Maaß auf die denselben entsprechenden Linien getragen. Verlängert man nun die Linien ce und df auf dem Menselblatte über e und f hinaus, so werden sich dieselben in einem Punkte b schneiden, welcher dem Punkte B in der Natur entsprechen wird, ab wird mit AB parallel laufen, und erstere, (ab) auf dem verjüngten Maaßstabe gemessen, der zu bestimmenden AB völlig gleich sein.

Auflösung. 2) Gesetzt man habe die Länge der durch einen vorbeifließenden Fluß zu messenden Linie ab, zu deren beiden Endpunkten a und b man von einem angenommenen Standpunkte c aus nicht kommen kann, zu bestimmen, so stelle man in die Richtungen von ac und bc in d und e, nicht zu weit von c entfernt, Stäbe ein. In der Verlängerung von dc und ce bezeichne man die mit ihnen gleich großen Stücke dg und eh, und auf der, zu beiden Seiten verlängerten de mache man ei und df = de. Es wird nun in k ein Stab dergestalt eingesetzt, daß er sowohl in der Richtung gf als auch in der Richtung bd in k sich befindet; desgleichen kommt ein Stab in l, in die verlängerten Richtungen von hi und ae zu stehen. Durch dieses Verfahren wird gk = bc, und hl = ac werden. Jetzt verlängere man nun noch die Richtungen ac und bc nach cn und cm hin, trage das Maaß von gk von c nach m, und das Maaß kl von c noch n, so wird unbezweifelt mn der zu bestimmenden ab gleich sein müssen.

Anmerkung.

Alle Auflösungen, unzugängliche Entfernungen, blos durch Kette und Stäbe zu bestimmen, sind in der Aus-

führung, theils wegen des ungleichen Terrains, theils wegen des Schwierigen, Stäbe ganz zuverlässig in gewisse Richtungen zu bringen, vielen Fehlern unterworfen, die sich selten beseitigen lassen, und daher ist es nicht zu rathen, sich, (wenn nur irgend andere Mittel zu Gebote stehen), ihrer zu bedienen.

II. Messung geradlinigter Figuren auf dem Felde mittelst Meßtisch und Kette.

§. 95.

Aufgabe 1). Die Figur ABCDE (Fig. 97.) auf dem Felde mittelst Meßtisch und Kette zu messen und aufzutragen, wenn innerhalb dieser Figur sich ein Punkt F befindet, von welchem aus man nach allen Ecken (oder Winkelpunkten) der Figur hinmessen und visiren kann. (Siehe Fig. 97.)

Auflösung. Man bezeichne sowohl den Punkt F, wo der Meßtisch innerhalb der Figur aufgestellt werden kann und soll, wie auch jeden der Winkelpunkte A, B, C, D und E, der Figur durch senkrecht eingesetzte Meßstangen, und messe sodann mit der Kette die Linien FA, FB, FC, FD und FE, und notire diese Längen gehörigen Orts.

Hierauf bringe man den Meßtisch loth- und waagrecht über den Punkt F, stecke die dünne Nadel in den entsprechenden Punkt (auf dem Menselblatte) ein, lege das Diopterlineal an dieselbe, und visire von hieraus die Meßstangen in den Winkelpunkten A, B, C, D und E genau ein, ziehe auf dem Menselblatte die Visirlinien nach jenen Punkten mit Bleistift, und trage aus f, auf, jede derselben das ihr entsprechende, durch die Kette gefundene Längenmaaß; verbinde sodann die sich dadurch ergebenden Endpunkte a, b, c, d und e auf dem Menselblatte mittelst der geraden Linien ab, bc, de und ea, so wird die so entstehende Figur abcde der auf dem Felde gegebenen ABCDE völlig ähnlich sein.

Die Flächen- oder Inhaltsbestimmung dieser Figur geschieht nun am zuverlässigsten dadurch, daß man die Dreiecke afb, bfc, cfd, dfe und efa aus ihren drei Seiten berechnet, und die so gefundenen Inhaltsresulate endlich zusammenaddirt, so giebt die Summe den Quadratinhalt von ABCDE genau an.

Die Ausführung dieser Auflösung setzt aber jedesmal voraus, daß die Figur ABCDE von geraden Linien begrenzt sei, aus nicht zu vielen Ecken oder Winkeln bestehe und eine nur mäßige Größe habe.

§. 96.

Aufgabe. 2) Jede Figur mit dem Meßtische aus ihrem Umfange aufzunehmen.

Auflösung. Gesetzt, es sei (Fig. 98.) die auf dem Felde durch Stäbe bezeichnete Figur ABCDE ihrem Flächeninhalte nach aufzunehmen und zu berechnen, so verfährt man wie folgt:

Alle Winkelpunkte, wo man von dem einen zu dem andern muß hinsehen können, sowie die allenfalls noch nöthig zu wählenden Zwischenpunkte, soviel auch deren sein mögen, werden durch numerirte Pfählchen markirt, und soviel solcher Zeichen der Umfang der auszumessenden Figur hat, ebensoviele Stationspunkte erhält man für den Meßtisch. Ueber den ersten Stationspunkt A kömmt nun der Meßtisch wie bekannt horizontal zu stehen. Der auf demselben lothrecht über A befindliche Punkt a wird durch eine äußerst feine eingesteckte Nadel angegeben.

Es wird nun nach den Winkelpunkten B und E durch Anlegung des Diopterlinials an a, hinvisirt, und die Visirlinien az und ay auf dem Meßtischblatte ausgezogen, auch deren Verlängerung am Rande des Planchettes bemerkt. Mit der Kette wird hierauf die Entfernung AB gemessen, und ihre gefundene Länge vermittelst des verjüngten Maaßstabes auf die gezogene Visirlinie aus a nach b gesetzt.

Jetzt wird der Meßtisch über den Punkt B auf der Station II. gleichfalls lothrecht über B, und zugleich horizontal gestellt, das Diopterlinial wird dann genau an ab und deren Verlängerung angelegt, und das Planchett oder Meßtischblatt auf dem Stative, vermittelst der Micrometerschraube (Schraube ohne Ende), sanft soweit herumgedreht, bis der Faden im Objektivdiopter die wieder in der vorigen Station I., im Puukte A senkrecht eingesetzte Meßfahne vollkommen deckt. Ist dieses der Fall, so wird nach C (Station III.) visirt, die Visirlinie gezogen, deren Richtung am Rande des Menselblattes bemerkt, die Linie BC mit der Kette gemessen, und das verjüngte Maaß derselben aus b nach c getragen.

Dann kommt der Meßtisch auf der Station III. über den Punkt C senkrecht zu stehen, und es wird in diesem Stationspunkte wie in allen noch übrigen auf ganz gleiche Weise wie auf dem Stationspunkte B verfahren. Befindet man sich endlich über dem letzten Stationspunkte E, so muß, wenn der hier angegebenen Theorie nach, stets richtig verfahren worden ist, beim Anlegen des Diopterlinials an die Linie ea, die Meßfahne in A genau vom Faden des Objektivdiopters gedeckt erscheinen, eine Bedingung welche man in der Praxis um so schwieriger erreicht, je ausgedehnter die aufzunehmende Figur ist, und jemehr Stationspunkte also für den Meßtisch genommen werden müssen.

Die Fehler, welche hierbei begangen werden können, bestehen gemeiniglich in Folgendem:

1) daß man das Diopterlinial nicht scharf genug an den gehörigen Punkt oder die schon gezogene Visirlinie auf dem Menselblatte anlegt, oder auch die zu ziehende Visirlinie nicht dicht an der Kante des Visirlinials hingezogen hat;

2) daß man beim Rückwärtseinvisiren nicht mit der erforderlichen Vorsicht verfahren ist;

3) daß beim Messen der Entfernungen (d. h. der Umfangslinien) ein Fehler begangen worden ist;

4) daß man beim Auftragen der gemessenen Linien, mittelst Anlegung des Maaßstabes, sich Fehler hat zu Schulden kommen lassen.

Weniger erhebliche Irrungen aber bestehen darin:

a) daß der Meßtisch nicht auf jeder Station horizontal stand;

b) daß der Meßtisch nicht völlig lothrecht über den Winkelpunkten der aufzunehmenden Figur gestanden hat; und

c) daß die Linien nicht ganz horizontal gemessen wurden.

Von den möglichen Fehlern lassen sich die durch unmittelbares Messen und Auftragen entstandenen, leicht controlliren, da jede Linie der Figur wo möglich zweimal gemessen werden soll, und die aufgetragenen Maaße sich wie bekannt ohne große Schwierigkeit prüfen lassen. Wäre aber ein Fehler im Visiren der Schenkel der Umfangswinkel von der Figur begangen worden, hätte man z. B. im Stationspunkte D (Fig. 99.) statt des wahren Winkels cde, den falschen ide, welcher größer als ∟cde ist, bekommen, so würde man unter Voraussetzung, daß einzig und allein nur auf dem Stationspunkte D gefehlt worden ist, an letzterem Stationspunkte, statt der richtigen Figur abcdef, dafür die falsche ghidef, welche bei g nicht schließt, erhalten, und ein an f und g scharf angelegtes Diopterlinial würde auf einen gewissen Punkt x anstatt auf A hinweisen. Mit Ausschluß des falschen Winkels cdi bei d, sind vermöge der Voraussetzung alle Seiten und Winkel der falschen Figur ghidef der wahren abcdef gleich, und unter dieser Annahme

ab = gh, bc = hi, cd = id,

∟abc = ∟ghi, und ∟bcd = ∟hid.

Da nun die Linie fg der fehlerhaften Figur, nicht der FA in der Natur entspricht, so trägt man von f aus das verjüngte Maaß von FA, aus f nach a, so ist a der wahre, g aber der falsche Schlußpunkt.

Zieht man nun von d, dem Punkte auf dem Meßtische, wo der Fehler begangen worden ist, nach a und g, — also

dem wahren und falschen Schlußpunkte — gerade Linien, so wird in den beiden Figuren abcda und ghidg,

ab = gh, bc = hi und cd = id,

∟abc = ∟ghi, und ∟bcd = ∟hid (wie vorhin) sein; es werden demnach nicht nur die ganzen Figuren, sondeen auch da = dg sein.

Der Punkt d hat demnach die Eigenschaft, daß er von dem wahren wie von dem falschen Schlußpunkte der Figur, gleichweit entfernt ist, eine Eigenthümlichkeit, welche keinem anderen Stationspunkte in der Figur ghidef zukömmt. Hieraus folgt aber, daß, um zu erfahren, an welchem Stationspunkte gefehlt worden sei, wenn man sowohl von dem wahren, als auch von dem falschen Schlußpunkte der Figur, nur Linien zu ziehen und nach zu sehen hat, wo die beiden Diagonalen einander gleich sind; da, wo dieses erfolgt, ist der Stationspunkt, wo der Fehler vorgefallen ist. Der Winkel gda ist die Größe des Fehlers; wird dieser Winkel an id gesetzt, und der Schenkel cd, sowie die Diagonale ac gezogen, so ist die Correktion geschehen; denn nun hat man nur noch nöthig, das △igh über die Diagonale ca zu construiren. Zur gehörigen Prüfung kann man sich auch noch mit dem Meßtische über den Stationspunkt D aufstellen, und durch Visiren prüfen, ob cd sich genau in der Richtung der Linie CD befindet. Fände sich aber beim Nichtschließen einer Figur, daß mehr als zwei Diagonalen einander gleich sind, so ist dies ein Merkmal, daß auch an mehr als einem Stationsorte, oder auch verschiedenartig gefehlt worden ist, und in einem solchen Falle, muß die ganze Arbeit verworfen, und wieder von Neuem vorgenommen werden.

Berücksichtigend, daß bei dieser ganzen Manipulation sehr leicht gefehlt werden kann, so ist anzurathen, beim Aufnehmen aus dem Umfange einer Figur, da, wo es das Terrain nur immer gestattet, seitwärts, oder auch wohl im Innern der Figur liegende und auszeichnende Punkte, vor der Peripherial- oder Umfangsmessung zu bestimmen, und bei jedem Stationspunkte, wo es thunlich ist, mittelst Anlegung

des Diopterlinials an jene Punkte, und Hinvisiren in diese Richtungen, sich zu versichern, daß man mit dem Meßtische noch völlig richtig stehe; zeigt sich aber eine Abweichung, so muß sofort geprüft werden, wo der Fehler entstanden, und wie derselbe zu verbessern sei.

Würde von dem letzteren Stationspunkte der nächst vorhergehende, einer dazwischen befindlichen Anhöhe wegen, nicht gesehen werden können, so wird in die gerade Linie, durch genau darzwischen eingerichtete Stäbe, seine Lage bezeichnet.

Besteht ein Theil der Begrenzung der zu messenden Fläche aus einer krummenLinie, so werden bei sehr sorgfältigen Arbeiten, wo dem Augenmaaße nicht viel überlassen werden soll, durch zu messende Abscissen und Ordinaten, die Zwischenpunkte dergekrümmten Linie bestimmt.

§. 97.

Aufgabe 3). Eine geradlinigte Figur ABCDEF, (Fig. 100.) welche aus einem Winkelpunkte A völlig übersehen werden kann, aus demselben durch einmalige Aufstellung des Meßtisches aufzunehmen.

Auflösung. Es wird der Meßtisch über diesem Standpunkt A horizontal aufgestellt, und auf dem Menselblatte für diesen Standpunkt der Punkt a zweckmäßig gewählt; in diesen Punkte a die feine Nadel gesteckt, das Diopterlinial an dieselbe gelegt, alle gehörig durch Stäbe bezeichneten Winkelpunkte der Figur genau einvisirt, und die Visirlinien ab, ac, ad, ae und af gezogen. Hierauf werden nun sämmtliche Begrenzungsseiten der Figur gemessen, das verjüngte Maaß von AB auf ab von a aus aufgetragen, mit dem verjüngten Maaße von BC — also mit bc — die Linie ac von b aus in c durchschnitten, sowie mit dem verjüngten Maaße CD, die Linie ad von c aus in d geschnitten, und auf diese Weise bis zum Schluße der Figur fortgefahren. Zuletzt werden die Durchschnittspunkte b, c, d, e und f durch gerade Linien verbunden.

Als Prüfung des richtigen und genauen Verfahrens kann angesehen werden, daß, wenn das verjüngte Maaß von AF aus a nach f getragen wird, dieses mit dem Durchschnittspunkte von ef, in einem und demselben Punkte zusammen treffen muß.

Bei Ausführung dieser Aufgabe ist es aber unerläßlich, daß man den Umfang der Figur in sofern kenne, um zu wissen, welcher Winkel derselben spitz und welcher stumpf ist, weil sich jede der Visirlinien ac, ad, ae und af zweimal durchschneiden läßt. Der Durchschnittspunkt von der Figur abwärts giebt einen spitzen, und der nach der Figur oberhalb einen stumpfen Umfangswinkel. Da diese Winkel hinsichtlich ihrer Größe auffallend verschieden sind, so ist es sehr leicht, schon durch den blosen Anblick zu beurtheilen, welcher gemeint ist.

§. 98.

Aufgabe 4). Eine Figur ABCD (Fig. 101.) auf dem Felde aus ihrem Umfange aufzunehmen, ohne das Messen aller Umfangslinien nöthig zu haben, wenn sich nur wenigstens innerhalb der Figur zwei feste Punkte X und Y befinden, welche auf dem Meßtischblatte durch x und y gehörigen Orts bestimmt sind, und die eine solche Lage haben, daß wenigstens auf jedem Stationspunkte einer von beiden — also entweder X oder Y — völlig gesehen werden kann.

Auflösung. Man stelle den Meßtisch auf Station I. über dem Punkte A horizontal auf, und bestimme den entsprechenden Punkt a auf der Mensel, stecke die feine Nadel fest und senkrecht in a ein, lege das Diopterlinial hart an dieselbe an, visire nach B, und ziehe die Visirlinie am. Hierauf begebe man sich mit dem Meßtisch nach B — als der Station II. —, stelle ihn über diesem Winkelpunkte ebenfalls horizontal und so auf, daß die Linie am in der Vertikalebene BA zu liegen kömmt, indem man das Diopterlinial scharf an am anlegt, und dem Meßtische, mittelst der

Schraube ohne Ende, diejenige Wendung giebt, durch welche der Faden (oder die Spalte) im Objektivdiopter den Punkt A völlig deckt.

Ist dieses genau erfolgt, so stecke man die Nadel in den Punkt x, der X innerhalb der Figur entspricht, lege das Diopterlinial genau an die Nadel, visire nach X und ziehe die Visirlinie rückwärts so aus, daß am durchschnitten wird, wodurch sich der Punkt b bestimmt, welcher dem Winkelpunkte B in der Natur entspricht. Jetzt steckt man die Nadel in b ein, visirt nach dem Eckpunkte C, und zieht dann die Visirlinie bp. Es kömmt hierauf der Meßtisch über den Winkelpunkt C (Station III.) horizontal zu stehen, er wird mittelst Anlegung des Diopterlinials an bp und Drehung des Meßtisches nach B zu, wie bekannt, eingerichtet. Sobald dieß geschehen, stecke man die Nadel in y, visire von da aus nach Y, und ziehe die Visirlinie rückwärts durch bp, woselbst durch den Schnitt sich der Punkt c bestimmt. Da nun auf dem Stationspunkte C, der Punkt X sowohl als Y eine günstige Lage hat, d. h. unter einem weder zu spitzen noch zu stumpfen Winkel liegt; so kann man letzteren Punkt zur Prüfung der Aufnahme benutzen, zu welcher Absicht man in x die Nadel steckt, und mittelst Anlegung des Diopterlinials nach X visirt; der Schnitt rückwärts muß gleichfalls durch c gehen. Wäre dieß aber nicht der Fall, so würde ein sogenanntes fehlerzeigendes Dreieck entstehen; wie dasselbe zum Verschwinden gebracht wird, soll im §. 101. gezeigt werden. Hier sei nur, um den Vortrag nicht zu unterbrechen, so viel gesagt, daß vor allen Dingen nachgesehen werden muß, wo gefehlt worden ist, und gemeiniglich findet sich dieser Fehler beim Visiren und Schneiden rückwärts der Linien bc, xc, und yc.

Da, je weiter man die Aufnahme ohne Prüfung fortsetzt, man um so eher in die Gefahr läuft sich in Fehler zu verwickeln, so bleibt es Hauptregel, daß da, wo es nur immer seitwärts liegende Punkte gestatten, eine Prüfung der Arbeit auf den Stationspunkten vorgenommen werden muß. —

Auf dem nun folgenden Stationspunkte D (IV.) wird ganz auf dieselbe Weise wie im Stationspunkte B (II.) verfahren, und so wird das Geschäft so oft wiederholt, bis man mit einer Visirlinie auf den ersten Stationspunkte A zurück kömmt.

Befänden sich innerhalb der aufzunehmenden Figur nicht zwei schon bestimmte Punkte, so setze man Stäbe ein, oder errichte Signale auf freien, aller Orten sichtbaren Plätzen, visire dieselben vom ersten Stationspunkte A aus, sehr genau ein, und schneide x von B, und y (auf dem Meßtischblatte) von C aus. Es versteht sich übrigens hierbei, daß man sich von der Richtigkeit dieser Hilfspunkte völlig versichert haben muß, bevor man sie zur Prüfung neuer Punkte gebrauchen will; jedoch ist es nicht nothwendig, daß die Punkte X und Y gerade innerhalb der Figur liegen, man kann dafür auch solche wählen, die sich außerhalb der Figur zur Seite derselben befinden; nur werden diese für weniger Winkelpunkte der Figur zur Prüfung geschickt sein.

Noch muß erwähnt werden, daß die Lösung dieser Aufgabe beim Aufnehmen der Städte und Dörfer aus ihrem Umfange gemeiniglich angewendet wird, wo Kirchthürme, Wetterableiter, Giebelspitzen zu den gedachten fixirten Punkten benutzt werden.

Das Rückwärtseinschneiden.

§. 99.

Das Rückwärtseinschneiden lehrt, nach drei bekannten Punkten im Felde und drei ähnlich liegenden Punkten auf dem Meßtische, die Lage eines vierten, nämlich des willkürlich gewählten Standpunktes, auf dem Meßtische zu bestimmen.

Die Lösung dieses Problems, als worauf sich das Aufnehmen einer Gegend mittelst des Meßtisches hauptsächlich stützt, beruht auf dem Lehrsatze:

Sind zwei Dreiecke ABC und abc (Fig. 102.) einander ähnlich, und die gleichartigen oder gleichnamigen Seiten unter sich parallel, so schneiden sich die drei Verbindungslinien der gleichnamigen Winkelspitzen bei genugsamer Verlängerung in inem einzigen Punkte.

Beweis. Es sei also $\triangle abc \sim \triangle ABC$, ferner ab parallel AB, bc parallel BC, und ac parallel AC. Verbindet man nun zwei Paar gleichnamiger Winkelspitzen mit einander, z. B. A mit a und B mit b, und verlängert die Verbindnngslinien genugsam, so müssen sich dieselben nothwendig in einem Punkte d schneiden, und es ist also nur nachzuweisen, daß auch die 3te Verbindungslinie Cc rückwärts verlängert endlich ebenfalls durch den Punkt d gehen muß; denn

da ab parallel AB (der Voraussf. nach)

so folgt: Ad : ad = AB : ab

und weil $\triangle ABC \sim \triangle abc$,

so ist auch AB : ab = AC : ac

und weil ac parallel AC,

so liegt d mit c und C in gerader Linie.

Zusätze.

§. 100.

1.) Laufen die gleichnamigen oder gleichartigen Seiten nicht parallel, so schneiden sich jene drei Verbindungslinien nicht in einem einzigen Punkte, sondern in drei Punkten, oder sie bilden ein sogenanntes fehlerzeigendes Dreieck.

2.) Ist ABC ein Dreieck im Felde, und abc ein ähnliches Dreieck auf dem Meßtische, und es liegen wie in Fig. 102. die Seiten beider Dreiecke parallel zu einander, so geben drei Visirlinien über die gleichnamigen Punkte a, b und c, rückwärts, durch ihren gemeinschaftlichen Durchschnitt d die Verhältnißmäßige Lage auf dem Meßtische an, welche er zum Dreieck ABC auf dem Felde hat; denn wegen der Aehnlichkeit beider Dreiecke verhält sich auch:

da : db : dc = dA : dB : dC

d. h. wie die Entfernungen der Objekte vom Standorte des Meßtisches, oder von dem Punkte des Feldes, welcher senkrecht unter dem Punkte d des Meßtisches liegt.

3.) Laufen aber die Seiten beider Dreiecke nicht parallel zu einander, so erhält man nach No. 1. ein fehlerzeichendes Dreieck auf dem Meßtische, und weil der Punkt d in jedem Falle eine bestimmte Lage zu dem fehlerzeigenden Dreiecke haben muß, so kann man vom fehlerzeigenden Dreiecke wieder rückwärts auf die Lage des Aufstellungspunktes d schließen, und folglich dem Dreiecke abc eine parallele Lage zum Dreieck ABC geben.

4.) Von der Lage des Punktes d hängt auch die Größe der Winkel x und y ab, folglich muß umgekehrt aus der Größe dieser Winkel wieder die Lage des Punktes d folgen.

Es läßt sich daher der Aufstellungspunkt d entweder mit Hilfe eines fehlerzeigenden Dreiecks, oder aus der Messung der beiden Winkel x und y finden; dieß giebt den Begriff und bedingt den Unterschied der Methoden des Rückwärtseinschneidens.

Von den verschiedenen Methoden sollen nun hier die für die Praxis brauchbarsten angegeben werden.

§. 101.

Erste Methode. Rückwärtseinschneiden mit dem fehlerzeigenden Dreiecke.

Aufgabe 5.) Vermittelst dreier auf dem Meßtische genau bestimmter Punkte a, b, c, welche dieselbe Lage wie drei andere auf dem Felde bezeichnete Punkte A, B und C haben (Fig. 103) denjenigen Punkt d zu bestimmen, welcher auf dem Meßtische gegen a, b und c dieselbe Lage hat, wie die Punkte A, B und C im Felde gegen den Punkt D daselbst, wo man sich eben mit der Mensel aufgestellt hat. (Siehe Fig. 103).

Auflösung. Der Meßtisch wird über den Punkt D im Felde horizontal, und nach dem Augenmaaße zu urtheilen, möglichst richtig mit den auf demselben befindlichen drei Punkten a, b und c gegen die drei Punkte im Felde, auf-

gestellt. Die feine Nadel steckt man hierauf zuerst in den Punkt a, visirt von hieraus nach A, und zieht die Visirlinie az rückwärts; dann kommt die Nadel in b, es wird nach B visirt, und gleichfalls die Visirlinie by rückwärts (d. h. nach sich zu) ausgezogen, welche so die az schneiden wird; endlich wird auch ein gleiches durch Einstecken der Nadel in c, Visiren nach C, und Rückwärtsausziehen der Visirlinie cx bewerkstelligt. Befände sich nun der Meßtisch gleich anfänglich richtig orientirt, so hätte das Menselblatt die vollkommen richtige Lage, und alle drei Visirlinien würden sich nur in einem einzigen Punkte schneiden. Da dieses aber höchst selten durch ein bloßes ungefähres Stellen geschieht, so werden die drei rückwärts gezogenen Schnittlinien, ein kleines fehlerzeigendes Dreieck bilden, innerhalb desselben, oder in dessen Nähe sich der Punkt d befindet, welcher dem Punkte D dergestalt entspricht, daß er zu a, b und c die Lage, wie D zu A, B und C hat. Um nun aber den völlig richtigen Stand des Meßtisches zu erlangen, stelle man folgende Betrachtungen an: wird das Menselblatt mittelst der Schraube ohne Ende etwas gedreht, und dann aufs Neue nach den Objekten A, B und C visirt, so werden die drei aufs Neue zu ziehenden Visirlinien sich gegen die früheren gewendet haben, und jede der letzt gezogenen Visirlinien, mit jeder der frühern verglichen, zeigt, daß die nach dem entfernten Objekte gerichtete und gezogene Visirlinie, die bedeutenste Schwenkung vollbracht hat; während, je näher das Objekt dem Stationspunkte des Meßtisches liegt, desto geringer auch die Schwenkung der Visirlinie ist. Man drehe daher das Menselblatt mittelst der Schraube ohne Ende um ein Weniges nach derjenigen Seite hin, so, daß der Durchschnitt der Visirlinie nach dem entferntesten Gegenstande, (in dem gewählten Beispiele hier, nach A), dem Durchschnitte der Visirlinie nach den beiden nähern, (B und C) welcher sich in der Figur in q befindet, näher kömmt; wodurch das vorige fehlerzeigende Dreieck merklich kleiner wird.

Diese letztgedachte Manipulation geschieht, indem man das Diopterlinial an eine, dem Durchschnittspunkte näher gezogene Linie av legt, und das Menselblatt dergestalt zur Linken drehet, bis die Spalte oder der Faden des Objectivdiopters den Gegenstand A schneidet. Hierauf wird abermals die Nadel in b eingesteckt, nach B hinvisirt, und die Visirlinie auf dem Meßtische rückwärts gezogen; ein Gleiches geschieht auch vom Punkte c aus nach C hin.

Würden nun alle drei Visirlinien sich jetzt in einem Punkte schneiden, so wäre der Zweck erreicht, und der Meßtisch würde die vorschriftsmäßige Orientirung erhalten haben. Selten geschieht dieß jedoch auf einmal, indem hierzu eine große Uebung gehört, auf jeden Fall aber wird das fehlerzeigende Dreieck kleiner geworden sein, und man hat nur nöthig, die Operation zu wiederholen.

Würde das fehlerzeigende Dreieck aber größer statt kleiner werden, so würde dieß zu erkennen geben, daß das Dreieck nach der falschen Seite hin gedrehet worden sei. Hätte sich die ganze Lage des Dreiecks verändert, und die Aehnlichkeit des anfänglich fehlerzeigenden Dreiecks gegen das später fehlerzeigende Dreieck abgenommen, so zeigt dies an, daß die Drehung des Meßtisches zu weit geschehen ist, und man muß dann die Manipulation wiederum ein Stück rückwärts vornehmen.

Bei der Wahl der Objekte A, B und C sei man ja recht vorsichtig, und wähle nur solche zum Einschneiden, deren Schnitte weder zu spitze, noch zu stumpfe Winkel geben, weil diese sich nie genau und scharf genug beurtheilen lassen; ferner wähle man niemals Objekte, welche vom Standpunkte D ziemlich gleich weit entfernt liegen, denn es würde unter einer solchen Annahme nur ein Zufall sein, wenn das fehlerzeigende Dreieck verschwände.

§. 102.

Zusätze.

1.) Die Drehung des Meßtisches wurde im vorigen Paragraph, wie es auch der Theorie nach richtig ist, um

den Aufstellungspunkt d angenommen, was sich aber in der Praxis nicht ausführen läßt, da dieser Punkt d ja eben erst gefunden werden soll und der Meßtisch nur um seinen Mittelpunkt gedreht werden kann, also der Punkt d um den Mittelpunkt des Meßtisches einen Bogen beschreibt; allein daß dieser Umstand zwar bei Zeichnungen auf dem Papiere berücksichtigt werden muß, bei der praktischen Ausführung im Felde aber ohne Einfluß auf die Richtigkeit der im vorigen Paragraph beschriebenen Operation ist, bedarf wohl keiner weitläufigten Auseinandersetzung.

2.) Steht man mit dem Meßtische zufällig in der Peripherie des Kreises um die drei Punkte A, B und C, so schneiden sich jene drei Visirlinien jedesmal in einem einzigen Punkte, oder wenigstens so nahe, daß der Irrthum nicht bemerkbar ist, der Meßtisch mag nun gehörig orientirt sein oder nicht.

3.) Das fehlerzeigende Dreieck giebt jedesmal zu erkennen, daß die Seiten der drei Punkte A, B und C im Felde nicht parallel zu den Seiten der drei Punkte a, b und c auf dem Meßtische liegen; jedoch aber darf man nicht umgekehrt schließen, daß, wenn sich die Visirlinien in einem Punkte schneiden, die correspondirenden Seiten eine parallele Lage zu einander haben. Angenommen es schnitten sich die drei Visirlinien nach drei entfernten Objekten, welche auf dem Menselblatte bestimmt sind, in einem Punkte, so würde daraus nur zu folgern sein, daß eine Seite des Dreiecks in der Natur, z. B. hier AB mit ab (Fig. 104) parallel laufe; aber der Punkt c kann die Lage von C und von C′ haben; in beiden Fällen werden die Visirlinien sich nur in einem Punkte schneiden. Es muß nun aus den Umständen bekannt sein, ob C diesseits oder jenseits von AB liegt, um darnach das Menselblatt orientiren zu können.

4.) Hat man außer den gedachten drei Punkten A, B und C (auf dem Felde) noch einen vierten Punkt E, der auf dem Menselblatte sich seiner richtigen Lage nach befindet, zur Seite, so kann dieser Punkt E, nachdem das fehlerzei-

gende Dreieck durch wiederholtes Einvisiren verschwunden ist, zur Prüfung der Operation benutzt werden.

§. 103.

Zweite Methode. Rückwärts einschneiden durch Umtragung der Winkel, welche durch drei Visirlinien von einem Punkte des Meßtisches nach den drei Objekten A, B und C im Felde entstehen; oder: Rückwärtseinschneiden ohnefehlerzeigendes Dreieck, durch Bestimmung einer der drei wahren Visirlinien.

Auflösung. Um diese brauchbarste aller Methoden für die Praxis deutlich zu machen, betrachte man Fig. 105. Es seien A, B und C drei im Felde bezeichnete Punkte, a, b, c aber die derselben ähnlich liegenden gleichnamigen auf dem Menselblatte. Bei gehöriger Orientirung des Meßtisches erhält man durch die drei Visirlinien die Winkel x und y von bestimmter Größe. Trägt man diese in verkehrter Ordnung an diejenige Seite des Dreiecks abc, also auf ac, der man gegenübersteht, an, macht also Winkel $\llcorner x' = \llcorner x$ und $\llcorner y' = \llcorner y$, so ist afcd bekanntlich ein Viereck im Kreise, und f mit den Punkten b und d in gerader Linie. Es kömmt nun bei der praktischen Ausführung darauf an, auf ac (also auf die Seite, der man gegenübersteht) zwei Winkel x′ und y′ zu tragen, welche man bei d, nämlich im Aufstellungspunkte erhalten würde, wenn der Meßtisch richtig orientirt wäre.

Zu dieser Absicht richtet man ca durch Drehung der Menselblatte und Beihilfe des Diopters nach dem Objekte A, so, daß ca über a hinaus genugsam verlängert, das Richtobjekt A genau trifft, und ziehe dann eine Visirlinie cf nach B, wodurch man den $\llcorner x' = \llcorner x$ erhält. Richtet man ebenso ac auf das Objekt C, daß ac über c hinaus verlängert, den Punkt C trifft, und zieht die Visirlinie af nach B, so erhält man den $\llcorner y' = \llcorner y$. Den Durchschnitt f der beiden Schenkel cf und af verbinde man durch eine

gerade Linie mit dem mittleren Punkte b, so muß der richtige Aufstellungspunkt d in der verlängerten bf liegen. Man richte daher nun bf auf das Objekt B, und ziehe über a und c Visirlinien rückwärts (d. h. nach sich zu), so werden dieselben die genugsam verlängerte bf im gesuchten Aufstellungspunkte d schneiden.

§. 104.

Zusätze.

1.) Dieses so eben beschriebene, rein theoretisch begründete Verfahren giebt nur in sofern ein etwas unsicheres Resultat, in wiefern dadurch, daß die Winkel x und y nicht beide in einem und eben demselben Punkte gemessen sind, eine Differenz entsteht. Diese Differenz aber verschwindet in allen Fällen, wenn die Entfernung der Punkte A, B und C nur einigermaaßen beträchtlich ist.

2.) Fällt der Punkt f mit b, also af mit ab und cf mit cb zusammen, so ist offenbar, daß der Meßtisch in der Peripherie des Kreises um A, B und C stehen müßte; je nachdem aber der Punkt f innerhalb oder außerhalb des Dreiecks abc fällt, je nachdem steht auch der Meßtisch außerhalb oder innerhalb des Kreises, und da f in der geraden Linie bd liegen muß, so fallen die Schenkel af und cf entweder beide innerhalb oder beide außerhalb des Dreiecks abc, wie es auch in der Natur der Sache ist.

3.) Stände der Meßtisch außerhalb des Kreises, und zwar einer Winkelspitze, z. B. B gegenüber, so würde man auf eben die Art, durch welche man die Winkel x′ und y′ nach vorigem Paragraph über ac konstruirt, diese Winkel auf der anderen Seite von ac antragen.

4.) Will man die im vorigen Paragraph erklärte Methode des Rückwärtseinschneidens auch für den Fall anwenden, wenn man mit dem Meßtische innerhalb des Dreiecks abc steht, so schließe man:

„So gut, wie durch den Punkt f (Fig. 105.) der
„Punkt d bekannt wird, eben so gut muß auch um-

„gekehrt der Punkt f durch den Punkt d bestimmt „werden können. Nimmt man nun an, f sei der „Aufstellungspunkt im Dreiecke, so ist, weil afcd ein „Viereck im Kreise, ∟afd = ∟acd, folglich sind „auch ihre Nebenwinkel einander gleich, nämlich ∟afb = ∟acC, ebenso ist ∟cfd = ∟cad, und daher auch ∟cfb = ∟caA.

Es lassen sich aber die Winkel afd und cfd unter ac auf dieselbe Weise wie im vorigen Paragraph gezeigt worden, antragen, wodurch der Punkt d, also auch die wahre Visirlinie db bekannt wird, in welcher der Aufstellungspunkt f liegt. Die vollständige Ausführung dieses Verfahrens sei dem Leser überlassen; es stimmt mit dem im vorigen Paragraph völlig überein.

§. 105.

Dritte Methode. Das Rückwärtseinschneiden mittelst eines dreifüßigen Zirkels oder durchsichtigen Papieres.

Auflösung a. Es sei abc Fig. 106. das bereits auf die im Felde stehenden Objekte A, B und C bezügliche Dreieck auf den Meßtisch aufgetragen, so läßt sich der gesuchte richtige Standort d dem Standpunkte D entsprechend, wie folgt ausmitteln:

Ueber den Standpunkt D setze man den Meßtisch so, daß der auf demselben befindliche Punkt D, möglichst genau in die Gegend kömmt, wo man den gesuchten Punkt d zu vermuthen Ursache hat. In den Punkt D steckt man nun eine feine Nadel senkrecht ein, legt an dieselbe dicht das Diopterlinial an, visirt nach den drei rückwärts einzuschneidenden Objekten A, B und C, und erhalte dadurch die Winkel m und n, welche der angenommene Standpunkt D mit A, B und C bildet. Hierauf fasse man mit den drei Spitzen des dreifüßigen Zirkels die drei Winkelpunkte a, b, c des Dreiecks abc, und suche den Zirkel über die drei Visirlinien DA, DC und DB so zu stellen, daß die Spitze a in der Visirlinie DA, die Zirkelspitze c in DC, und die Spitze b

in DB zu stehen kömmt. Hat man dieses bewerkstelligt, und sind α, β, γ die auf diese Art erhaltenen Punkte, so ist $\alpha\beta\gamma$D die richtige Form des Vierecks ABCD, welche dasselbe nach dem verjüngten Maaßstabe auf dem Meßtische haben muß. Beschreibt man nun jetzt aus a (des Dreiecks abc) mit einer Oeffnung des Zirkels αD einen Kreisbogen, und schneidet denselben durch einen zweiten Kreisbogen aus b mit βD, so giebt der gemeinschaftliche Schneidepunkt d den gesuchten Punkt auf dem Meßtische, welcher gegen a, c und b dieselbe Lage hat, wie A, B und C gegen D auf dem Felde haben.

Auflösung b). Dieselbe geschieht ebenfalls durch ein mechanisches Verfahren, und zwar wie folgt:

Man befestigt ein hinlänglich großes Stück durchsichtiges Papier mittelst einer senkrecht eingesteckten Nadel im Punkte D (Fig. 106.) auf dem Meßtische, und zieht wie bekannt auf diesem Papiere die Visirlinien DαA, DγC und DβB.

Wird nun das mit diesen Visirlinien versehene Papier abgenommen, und über das Dreieck acb so lange verschoben, bis zu gleicher Zeit die Visirlinien DA durch den Winkelpunkt a (des $\triangle$abc), die Linie DC, durch c, und die Linie DB durch b geht, und man merkt nun den Punkt d, wohin bei dieser Lage des durchsichtigen Papieres der Punkt D fällt, so hat ebenfalls d die gesuchte Lage gegen das Dreieck acb.

§. 106.

Endlich verdient noch bemerkt zu werden, daß der Punkt D verschiedene Lagen gegen die Punkte A, B und C haben kann. Es kann nämlich D (wie schon bemerkt worden) entweder in einer Seite des Dreiecks ABC selbst liegen, oder in der Verlängerung einer dieser Seiten, oder innerhalb der Fläche dieses Dreiecks, oder außerhalb desselben. Auch können die drei Punkte A, B und C selbst in einer und derselben geraden Linie liegen rc. In den ersten beiden Fällen

läßt sich ohne Weiteres die Lage von D ermitteln, und in den übrigen Fällen kann man nach den oben angegebenen Methoden immer die richtige Lage von D bestimmen. Nur der Fall, wenn die Punkte A, B, C und D alle viere in dem Umfange eines und desselben Kreises liegen, macht hier eine Ausnahme. Eine solche Lage von D muß durchaus vermieden werden, weil bei dieser die Aufgabe unbestimmt ist. Man bemerkt dieses sobald die Winkel m und n (Fig. 106.) mit dem Winkel ACB zusammengenommen 2 R, (d. h. 2 rechte Winkel oder 180°) betragen; für diesen Fall ist es nicht möglich, die Lage von D durch Rückwärtseinschneiden aufzufinden.

§. 107.

Aufgabe 6). Eine durch Meßstangen im Felde abgesteckte Figur ABCDEFG (Fig. 107.) aus einer innerhalb derselben befindliche Standlinie HI aufzunehmen.

Auflösung. Da vorausgesetzt wird, daß die innerhalb der aufzunehmenden Figur gewählte Standlinie H I, auch auf dem Menselblatte schon durch hi verzeichnet ist, so kömmt der Meßtisch über den Punkt H auf bekannte Weise so zu stehen, daß der entsprechende Punkt h auf dem Menselblatte lothrecht über H auf dem Felde sich befindet. Das Diopterlinial wird möglichst scharf an die Standlinie hi auf dem Planchette angelegt, und dem Meßtische mittelst der Schraube ohne Ende, diejenige Drehung gegeben, wodurch der Faden des Objektivdiopters den Endpunkt I der natürlichen Standlinie, welche ebenfalls durch einen Stab bezeichnet ist, genau deckt. Ist dieses mit aller Sorgfalt bewerkstelligt, so steckt man die feine Visirnadel in h senkrecht ein, und es werden an derselben nach und nach die Winkelpunkte der aufzunehmenden Figur, also A, B, C, D, E, F und G anvisirt, und die Visirlinien auf dem Menselblatte, nämlich h1, h2, h3, h4, h5, h6 und h7, ausgezogen.

Man verläßt nun mit dem Meßtische den Stationspunkt H (Anfangspunkt der erwählten Standlinie), und bringt den Meßtisch über den zweiten Stationspunkt, oder Endpunkt

der Standlinie, also über I, legt daselbst das Diopterlinial scharf an hi an, und dreht vermittelst der Micrometerschraube das Menselblatt so lange, bis das Haar im Objectivdiopter den ersten Stationspunkt H, in welchem man eine senkrecht eingesteckte Stange zurückgelassen, deckt. Ist dieses genau erfolgt, so steckt man die Visirnadel in i ein, visirt abermals nach den Winkelpunkten A, B, C, D, E, F und G der Figur, zieht die nach und nach so erhaltenen Visirlinien wie vorhin mit Bleistift aus, so schneiden dieselben die aus dem Stationspunkte H erhaltenen Visirlinien h1, h2, h3, h4, h5, h6 und h7 in a, b, c, d, e, f und g. Diese Schneidepunkte geben sodann die entsprechenden Winkelpunkte der aufzunehmenden Figur im Felde, so daß z. B. der Schnittpunkt a, dem Winkelpunkt A, der Schnittpunkt b, dem Eckpunkte B u. s. f. in der Natur entspricht, folglich auch die auf diese Weise auf dem Meßtische erhaltene verjüngte Figur abcdefg der im Felde abgesteckten ABCDEFG vollkommen ähnlich sein muß.

Die so eben beschriebene Theorie, so einfach sie auch ist, findet in der Anwendung doch manche Hindernisse, die anderweitig beseitigt werden müssen; so z. B. kann man vom Standpunkte I aus, die Visirlinie H7 nicht wohl geschnitten werden, weil dieser Schneidepunkt nur spitz und deßhalb unsicher ausfallen könnte; ebenso kann auch die Visirlinie H1 vom Standorte I aus nicht geschnitten werden, sobald sich zwischen A und I ein Hinderniß der Gestalt befindet, daß man von I aus, den Endpunkt A nicht sehen kann. Solche Punkte also, welche von I aus durch Visiren nicht bestimmt werden können, müssen von einem anderen Standpunkte aus geschnitten werden. Nun möge der Umfangspunkt B (Fig. 107.) die Eigenschaft haben, nicht allein, daß man die völlige Ueberzeugung habe, er sei ganz zuverläßig richtig, sondern man kann auch von B aus die beiden noch nicht bestimmten Punkte G und A sehen, und endlich geben auch die nach G und A von B aus gezogenen Visirlinien keine zu spitzen Winkel.

Man bringe also, nachdem man im Standpunkte I Alles gehörig vollendet hat, den Meßtisch über den Winkelpunkt B, richte ihn nach H und I ein, und schneide dann von hier aus die Visirlinien h7 und hi.

§. 108.

Die im vorigen §. gelös'te Aufgabe kömmt so häufig beim praktischen Aufnehmen vor, daß man auf alle Hilfsmittel bedacht sein muß, um Richtigkeit mit Schnelligkeit in der Ausübung zu verbinden. Auf die Lage der Standlinie, und daß dieselbe eine der aufzunehmenden Figur angemessene Länge habe, kömmt ebenfalls sehr Vieles an.

Eine andere sehr wesentliche Bedingung ist, daß man die aufzunehmende Figur vor dem Aufnahmegeschäft umgehe, und durch kleine nummerirte Pfähle die Punkte bezeichne, die bei der Aufnahme berücksichtiget werden sollen. Ein Gehilfe hat dann nur nöthig, von Pfählchen zu Pfählchen, wie die Nummernfolge zum Anvisiren trifft, eine Absteckstange senkrecht in das Loch des Pfählchens einzustecken. Ein geübter Geodät (Geometer oder Feldmesser) muß hierbei seinen Gehilfen so einrichten, daß derselbe auf ein ihm gegebenes Zeichen, die Absteckstange einsteckt, und wenn der Geometer hinter dem Meßtische die Visirlinie, oder auch nur ein Stück derselben gezogen, und der dem Pfählchen entsprechende Nummer an die Visirlinie angemerkt hat, dann weiter zum nächsten Pfählchen gehet. Kann man sich zweier Gehilfen bedienen, und den einen Gehilfen von der einen, den anderen aber von der anderen Seite der aufzunehmenden Figur, die Pfählchenfolge ablaufen lassen, so geht die Arbeit noch rascher von statten. Beim Schneiden der Visirlinien vom anderen Stationspunkte (hier I) aus, gehet der (oder gehen die Gehilfen, die Reihenfolge der Pfählchen wiederum rückwärts. Hierbei ist große Vorsicht zu beobachten nöthig, damit nicht eine falsche Visirlinie, als die gemeinte, geschnitten werde.

Endlich müssen, wenn die Visirlinien aus dem ersten Stationspunkte sämmtlich geschnitten sind, die Schnittpunkte durch gerade Linien verbunden werden, wodurch man die gerade Umgrenzung der aufgenommenen Figur erhält, wozu aber noch gehört, daß der Feldmesser auf der Begrenzungslinie mit dem Messen sich herum begiebt, und von Nummer zu Nummer der eingeschlagenen Pfählchen, die mehr oder minder gebogenen Begrenzungslinien, zwischen jeden zwei Schnittpunkten, mit Bleistiftlinien zeichnet.

§. 109.

Aufgabe 7.) Eine auf dem Meßtisch verzeichnete Figur abcde (Fig. 108.) auf dem Felde abzustecken.

Auflösung. Man nimmt innerhalb des Raums, in welchem die Figur auf dem Felde abgesteckt werden soll, willkürlich einen Punkt an, der jedoch so liegt, daß man nach allen zu bestimmenden Eckpunkten hinsehen und hinmessen kann. Der Meßtisch wird nun über einem solchen innerhalb des entsprechenden Raumes gewählten Punkt, horizontal aufgestellt, und mittelst der Einlothzange der auf dem Terrain gewählte Punkt auf dem Meßtischblatte durch x bestimmt. Jetzt legt man nun an xa das Dioptorlinial scharf an, und läßt in die verlängerte Visirlinie in A einen Absteckstab senkrecht einsetzen; ein Gleiches geschieht bei der Visirlinie xb, xc, xd und xe, wodurch sich auch die Visirlinien xB, xC, xD und xE in der Natur ergeben werden. Zuletzt messe man mit dem verjüngten Maaßstabe die Linien xa, xb, xc, xd und xe, und trage die entsprechenden Maaße mittelst der Meßkette im Felde aus dem erwählten Standpunkte x nach A, ferner die Länge xb, aus x nach B zu, und so fort hin, so wird die hierdurch im Felde erhaltene Figur ABCDE wie verlangt worden, der auf dem Menselblatte gegebenen völlig ähnlich sein.

§. 110.

Wäre aber zugleich auch die Bedingung gestellt, daß eine Seite der Figur, z. B. ab (Fig. 109.) längs einer

auf dem Felde bemerkten Linie AB zu liegen komme, so wird der Meßtisch dergestalt, waagrecht aufgestellt, daß sich der Punkt a auf dem Planchette — wie sich von selbst versteht — senkrecht über dem auf dem Felde gewählten Punkte A befindet. Hierauf wird das Diopterlinial an ab scharf angelegt, und der Meßtisch mittelst der Schraube ohne Ende so lange gedreht, bis der Faden im Objektivdiopter den durch einen Stab bezeichneten Punkt b genau deckt, worauf man die Länge von ab auf einem verjüngten Maaßstabe mißt, und dieselbe aus dem Punkte A im Felde nach B zu trägt. Auf gleiche Weise verfährt man mit den übrigen Linien, der auf dem Menselblatte gegebenen, und auf dem Felde abzusteckenden Figur.

§. 111.

Aufgabe 8). Es sei AB (Fig. 110.) eine bekannte, von zwei Stationspunkten A und B aber unzugängliche Weite. Es soll die Länge der Linie CD, welche sich wegen eines darzwischen liegenden Hindernisse (z. B. eines Flusses), nicht unmittelbar messen läßt, dennoch gefunden werden.

Auflösung. Der Meßtisch wird zuerst über den Endpunkt C der zu bestimmenden Linie horizontal aufgestellt, dann nach A, B und D visirt, und die Visirlinien gezogen. Statt der Linie CD, welche sich nicht unmittelbar messen läßt, nehme man 1000 Theile eines gewissen Maaßstabes an. Der Meßtisch kömmt nun über den Punkt D zu stehen, wird — wie bekannt — nach C eingerichtet, und indem die Visirlinien da und db nach den Punkten A und B gezogen werden, bestimmt sich die Entfernung ab auf dem Meßtische. Jetzt messe man diese letztere Entfernung nach dem vorhin erwähnten 1000 = theiligen Maaßstabe, und da, wie in der Aufgabe angenommen wurde, AB gleichfalls dem Maaße nach bekannt ist, so schließe man:

Es verhält sich $ab : cd = AB : CD$

und daher ist $CD = \frac{cd \times AB}{ab}$

Enthielt nun z. B. ab 800°, cd = 1000° des 1000-theiligen Maaßstabes, und betrage die bekannte Entfernung AB z. E. 200 Ruthen, so würde sein:

$$CD = \frac{1000 \times 200}{800} = \frac{200000}{800} = 250 \text{ Ruthen, Länge.}$$

Aufnahme der Winkel und Figuren mit dem Astrolabium, sowie von der Auftragung derselben.

I. Aufnahme der Winkel und Figuren mit dem Astrolabium.

§. 112.

Soll man mit dem Astrolabium einen Winkel ACB Fig. 111.ᵃ messen oder aufnehmen, so stelle man das Instrument so, daß der Mittelpunkt vom Stative desselben (vermittelst des Lothes) senkrecht über den Winkelpunkt C auf dem Felde zu stehen, der Winkelmesser selbst aber in eine horizontale oder waagrechte Lage zu stehen komme. Hierauf visire man die unbewegliche Regel desselben von C nach A genau ein, schraube die Scheibe (den Umkreis) fest, und drehe dann die bewegliche Regel nach B, doch so behutsam, daß durch diese Bewegung die Lage der unbeweglichen Regel nicht im Mindesten verrückt werde, und nun zähle man die Grade auf dem Limbus, welche sich zwischen den nach den Objekten A und B hingerichteten Dioptern befinden, so zeigen dieselben das Maaß oder die Größe des aufgenommenen Winkels ACB genau an.

Ebenso wird auch bei der Auftragung der Transporteur an die Linie ab (Fig. 111.ᵇ) und zwar mit dem Centrum an c gelegt, die auf dem Felde gefundenen Grade von b nach a zu abgezählt und dann die gerade Linie ca gezogen, welche dann den Winkel acb bestimmt. Dieses sind die Handgriffe bei der Aufnahme und Auftragung einzelner Winkel, weshalb nun auch die Aufnahme rc. der Figuren erfolgt.

§. 113.

Soll z. B. das Feld ABCDEFG (Fig. 112.) aufgenommen und vermessen werden, so umgeht man dasselbe zuerst, entwirft in seinem Brouillon oder Manuale eine möglichst getreue Copie von demselben, und steckt sodann in jeden Winkelpunkt derselben (also in A, B, C, D, E, F und G) Meßstangen oder Fahnen fest und senkrecht ein. Hierauf stellt man das Astrolabium wie im vorigen Paragraphe gelehrt worden, über den ersten Winkelpunkt A der Figur auf, visirt mit den unbeweglichen Diopter vorwärts nach der in B stehenden Stange, schraubt dann den Limbus fest, und drehe dann das bewegliche Diopterlinial nach G, visire durch dasselbe diesen Punkt genau ein, und zähle dann von 0 bis 180 die Grade des Winkels BAG auf dem Limbus ab, welche hier nach der Figur 106^{0} betragen werden.

Nun trage man das Instrument vorwärts fort, stelle es über den Winkelpunkt B ebenso auf, wie über den Winkelpunkt A (in welchem man wieder die Meßfahne lothrecht eingesetzt hat), visirt mit der unbeweglichen Regel den Punkt C, und mit der beweglichen den vorigen Winkelpunkt A genau ein, zähle die Grade des gemessenen Winkels CBA auf dem Limbus wie bekannt ab, trage sie wie im Winkelpunkte A, in einen Bogen im Punkte B auf dem Manuale ein, (also hier $153\frac{1}{2}^{0} = \angle ABC$), messe mit der Kette, wie vorhin die Linie №. 1 oder AG, jetzt №. 2 oder AB, und bemerke die gefundene Länge z. B. von 27 Ruthen 1 Fuß durch 27,1 auf derselben (im Brouillon), und setze so das hier beschriebene Verfahren mit dem Messen der Winkel und Linien bis zu Ende der aufzunehmenden Figur — also hier bis zum Punkte G — fort, so wird sich der Winkel G oder FGA durch den zuletzt aufgenommenen Winkel EFG von selbst ergeben.

Anmerkung. Das Manual oder Brouillon muß gerade so (sowie auch bei allen aufzunehmenden Figuren),

wie aus Figur 11 zu sehen, eingerichtet und beschrieben werden, als:

1.) Man bezeichnet die Winkelpunkte nach der laufenden Ordnung, entweder mit großen oder kleinen lateinischen Buchstaben, besser aber mit ersteren, weil diese desto besser in die Augen fallen.

2.) Macht man zwischen die Schenkel eines jeden Winkels einen mäßigen Bogen, wohinein dann die gefundenen Grade des gemessenen Winkels geschrieben werden müssen.

3.) Bezeichnet man die Linien von einem Winkelpunkte zum andern der Reihe nach mit Zahlen, und zwar auf der auswendigen Seite; und endlich

4.) Schreibt man an jede Linie innerhalb der Figur die gefundene Länge derselben, und zwar nach Art der Decimalbrüche, um die Längenmaaße nicht mit den Gradenmaaßen zu verwechseln.

§. 114.

Man kann sich auch schon von der Aufnahme einer Figur vor dem Auftragen von der Richtigkeit der gemessenen Winkel überzeugen, wenn man die im Brouillon notirten Grade der Winkel zusammen addirt, und nun zusieht, ob die erhaltene Summe so vielmal 180° (Grade) beträgt, als die Figur Seiten weniger zwei (Seiten) hat; wobei aber die Figur lauter einwärtsgehende Winkel wie z. B. ∟GAB haben muß.

Kommen jedoch bei einer Figur auch auswärtsgehende Winkel vor, wie z. B. der Winkel DEF (in Fig. 112.) dann muß man den auswärtsgehenden Winkel, also in Fig 112 ∟DEF = 107°, von 360° abziehen, und den Rest, also 360° — 107° = 253° statt des gefundenen Winkels in einem einwärtsgehenden Bogen notiren und in der Rechnung aufnehmen. Es wird zwar sehr selten der Fall sein, daß die Summe der gefundenen Winkel ganz genau zutrifft, man braucht aber auch deßhalb nicht zu fürchten, daß eine Differenz von etwa 30 Minuten oder ½° einen großen Einfluß habe, die Figur kann deßhalb immer noch treffen (oder schließen).

II. Auftragung einer mit dem Astrolabium aufgenommenen Figur.

§. 115.

Zuvor müssen wir uns mit einem solchen Transporteur bekannt machen, der nöthig und geeignet ist, um durch dessen Anwendung die möglichste Gewißheit und Wahrheit zu erhalten d. h. die aufgenommene Figur genau zum Schlusse zu bringen. Der Transporteur, der dieses leisten soll, muß wie folgt beschaffen sein:

1) Er sei, wie Fig. 113 zeigt, mit einem etwa $1\frac{1}{2}$ Fuß langen Linial AB verbunden, daß eine ziemliche Dicke und Schwere hat, so, daß der Transporteur dadurch beinahe von selbst schon auf dem Papiere oder Reißbrete fest liegt, oder doch wenigstens leicht in unverrückbarer Lage festgehalten werden kann.

2) Er habe eine um seinen Mittelpunkt C sich sanft bewegliche Regel R, die wenigstens um 2 — $2\frac{1}{2}$ Zoll über den Umkreis des eingetheilten Randes hinausreicht, sich leicht auf Viertel-Grade hinführen und stellen läßt, die Grade genau abschneidet und sich nicht von der Ebene des Limbus entfernen kann. Die aufzutragenden Winkel werden alsdann nicht — wie gewöhnlich — durch einen Nadelstich markirt, sondern man zieht sanft mit einem scharf und breit geschnittenen Bleistift eine kurze Linie, welches weit sicherer ist, als die Bestimmung der Schenkellagen durch einen Nadelstich; denn Nadelstiche entgehen dem Auge leicht, und wenn in manchen Fällen innerhalb eines Grades mehrere zu machen sind, entsteht Verwirrung. Da aber die Regel um 2 bis $2\frac{1}{2}$ Zoll über den Umkreis hinausragt, so kann man die Linien, wenn ihrer mehrere nahe an einander fallen, bald am Ende, bald in der Mitte der Hervorragung, und bald nahe am Rande des Transporteurs ziehen, und nur ganz kurz andeuten, wodurch alle Verwirrung vermieden wird.

Daß sich die Regel genau um ihr Centrum bewegen muß, versteht sich von selbst, denn sie ist auf dem Trans-

porteur eben das, was das bewegliche Diopter auf dem Astrolabium ist.

3.) Der Transporteur habe bestmöglichst den Durchmesser des Astrolabiums mit welchem man aufgenommen, wenigstens doch beinahe. Das Papier, auf welchen die Figur gezeichnet werden soll, muß soviel als möglich eine vollkommene Ebene sein, und das Reißbret, auf welchem es aufgespannt, damit es sich weder ziehe noch werfe, aus dem besten und trockensten Lindenholze gefertigt sein. Auf dem mit dem Transporteur verbundenen Liniale, können zugleich die nöthigen verjüngten Maaßstäbe eingestochen oder gravirt sein.

§. 116.

Es sei nun das mit dem Astrolabium aus dem Umfange aufgenommene 7=seitige Grundstück ABCDEFG (Fig. 112) aufzutragen, so ist die erste Arbeit, daß man die Winkelsumme desselben probire, welche hier $(7 - 2) \times 180 = 5 \times 180 = 900$ Grade sein muß. Fände sich jedoch eine kleine Differenz von $\frac{1}{2}$ bis 1 Grad, so ist dieselbe, wo nicht auf alle, doch auf einige Winkel zu vertheilen, weil kein Siebeneck schließen kann, wenn dessen Winkel mehr oder weniger als 900 Grade betragen. Von einwärtsspringenden Winkeln, wie DEF, wird der in der Figur liegende negative Winkel, d. i. die Ergänzung desselben zu 360 Grad in Rechnung gebracht. Ist man nun soweit von der Richtigkeit der Winkelsumme überzeugt, und die allenfalls nöthige Vertheilung der etwaigen Differenz auf die übrigen Winkel geschehen, so wird nachstehende Winkeltabelle angefertigt:

I.	II.	III.	IV.	V.
Benennung der Winkel	Specielle Größe derselben	Summe derselben bis dahin	n × 180° abgezogen (od. sovielmal als möglich 180°)	Grade für den Transporteur.
A	106°	106°	106° — 0°	= 106°
B	153½°	259½°	259½° — 180°	= 97½°
C	111½°	371°	371° — 360°	= 11°
D	59°	430°	430° — 360°	= 70°
E	253°	683°	683° — 540°	= 143°
F	129°	812°	812° — 720°	= 92°
G	88°	900°	900 — 720°	= 180°

In der Columne II stehen die Maaße der Winkel A, B, C, D, E, F und G, in ihrer Reihenfolge, sowie sie auf dem Felde gemessen worden. In der Spalte mit III überschrieben, findet man (der Spalte II gegenüber) die jedesmalige Summe der Winkel bis dahin angegeben z. B.: der $\angle A = 106^0$; der Winkels. $A + B = (106^0 + 153\frac{1}{2}^0) = 259\frac{1}{2}^0$; die Summe der Winkel von $A + B + C = (259\frac{1}{2}^0 + 111\frac{1}{2}^0) = 371^0$; die Summe der Winkel von $A + B + C + D = (371^0 + 59^0) = 430^0$ und so f. Die letzte Zahl in der Columne III., hier 900^0, muß immer mit der zuvor berechneten Winkelsumme übereintreffen. Die Columne oder Spalte №. IV. giebt an, daß von jeder der Winkelsummen in der Columne №. III., sovielemal 180^0 abzuziehen sind, als möglich ist, um so die entsprechenden Grade für den Transporteur (welche man in der Columne №. V. angegeben findet) auszumitteln, welche man bei einmaliger Anlage desselben an dessen Regel mit dem Bleistifte zu bezeichnen hat. Dieser Abzug der n-fachen Zahl 180, (wo n auch o und 1 bedeuten kann), geschieht deßhalb, weil der Transporteur gewöhnlich nur bis 180^0 geht. Die mit V. überschriebene Columne enthält — wie schon bemerkt — die auf dem Papiere abzusteckenden Grade durch den Transporteur, die man eigentlich bei einmaliger Anlage desselben zu gebrauchen hat; und es muß diese Columne stets mit der Zahl 180 endigen, weil die Winkelsumme jeder geradlinigten Figur n-mal die Zahl 180 oder n Halbkreise beträgt. Als man auf dem Felde die Winkel nach ihrer Reihenfolge maaß, fing man bekanntlich bei o Graden zu zählen an, und bei dem letzten Winkel (in Fig. 112) G, oder vielmehr dessen zweiten Schenkel, erhält man den entgegenstehenden Punkt 150^0.

§. 117.

Soll nun das gedachte, aus seinem Umfange aufgenommene Grundstück ABCDEFG (Fig. 112) aufgetragen, oder eine ihr ähnliche Figur gezeichnet werden, und zwar durch eine einzige feste Anlage des Transporteurs, so dienen dazu

folgende leicht zu beweisende und eben so leicht zu begreifende Regeln:

1.) Eine der Linien der aufzutragenden Figur, welche hier die AG sein mag, denke man sich als die erste Haupt- oder Grundlinie, auf deren Lage sich die Lagen aller übrigen Figurseiten gründen oder beziehen sollen. Man kann zu dieser Grundlinie jede der Figurseiten wählen, aus Gründen aber nimmt man gern die längste.

2.) Hierauf ziehe man auf dem Papiere eine beliebige Linie $\alpha\gamma$ (Man sehe Fig. 114), welche die Grundlinie AG vorstellen soll (von Fig. 112.), und wähle in $\alpha\gamma$ einen Punkt C als gemeinschaftliches Centrum aller aufzutragenden Winkel.

3.) Lege sodann den vorhinbeschriebenen Transporteur scharf an $\alpha\gamma$, so, daß dessen Mittelpunkt genau in C fällt, und schraube ihn in dieser Lage ein für allemal fest.

4.) Ueberlege man, wie man auf dem Felde die aufzutragende Figur aufgenommen hat, ob dieses nämlich von der Linken zur Rechten, oder umgekehrt, geschehen ist. In mehrgedachter Figur 112 also, ist dieß nach der Folge der Winkelpunkte A, B, C, D, E, F und G, von der Linken zur Rechten geschehen; für welchen Fall man auch auf dem Transporteur die abzusteckenden Grade von der Linken zur Rechten, im entgegengesetzten Falle aber, wie hier geschehen von der Rechten zur Linken abzählt und notirt (durch eine kleine Linie). Zu empfehlen ist es aber, sich zu einerlei Abzählungs- und Aufnehmungsart zu gewöhnen.

5.) Aus der Columne №. V. der in §. 116 berechneten Gradtabelle, werden nun nach und nach die daselbst berechneten Grade für den Transporteur gebraucht, und zwar wie folgt:

a.) Von der Linken zur Rechten von α aus gegen γ hin, (siehe Fig. 114) bezeichne man mittelst der Regel R und des fein breitgeschärften Bleistifts den 106ten Grad; so entspricht die Lage der Linie C 106 (die hier an der Regel entlang gezogen ist) der Lage von AB der (Fig. 112.) Diese Linie C 106 liegt gegen $\alpha\gamma$ ebenso, wie AB gegen AG.

b.) Sodann bezeichne man vermittelst Regel und Bleistift aus Columne V. voriger Winkeltabelle, $79\frac{1}{2}^{0}$, so hat die Linie C $79\frac{1}{2}$ gegen $\alpha\gamma$ dieselbe Lage, wie die Linie BC gegen die Hauptlinie AG hat.

c.) Auf gleiche Weise bezeichne man die in der Winkeltabelle enthaltenen 11^{0} durch die Linie C 11, so giebt diese Linie C11 gegen $\alpha\gamma$ dieselbe Neigung an, welche die CD und AG (wenn beide genugsam verlängert werden) mit einander machen.

d.) Ferner geben C70, C143; C92 und C180 zu $\alpha\gamma$ dieselbe Lage an, welche DE, EF, FG und GA gegen die Basis AG haben; denn GA kann man sich zweimal, und zwar einmal als die erste, und einmal als die letzte Linie der aufgenommenen Figur vorstellen.

Zweckmäßiger ist es, die so erhaltenen Gradlinien der Reihe nach, wie man sie erhält, durch fortlaufende Nummern 1, 2, 3, 4 ꝛc. zu bezeichnen (wie auch aus Fig. 114 ersichtlich), als durch die ihnen entsprechenden Gradzahlen selbst.

§. 118.

Ueber der Linie $\alpha\gamma$ sind also vermittelst des Transporteurs alle Lagen der Figurseiten angebracht, und hätte die aufgenommene Figur auch deren noch soviele, so würden sie sich alle über der $\alpha\gamma$ in einem Halbkreise bestimmen und andeuten lassen. Alle Linien vereinigen sich in dem Centralpunkte C, und man nennt eine solche Zeichnung eine Rose, mit welcher nun wie folgt verfahren wird.

Gesetzt man habe die gemessene und aufgenommene Figur ABCDEFG (Fig. 112) en rosette (d. h. nach der Rose) aufzutragen, so ziehe man 1.) in der Nähe auf dem Papiere vermittelst eines accuraten Linials und rechtwinkligten Dreiecks mit der Hauptlinie $\alpha\gamma$ (Fig. 114) die Parallellinie ag (Fig. 115), und gebe ihr nach dem verjüngten Maaßstabe, die gleichnamige Ruthen- und Fußzahl von AG (Fig. 112). 2.) Ziehe man von a (Fig. 115) aus, mit C2 (Fig. 114) die Parallele ab (Fig. 115), und

gebe ihr nach demselben verjüngten Maaßstabe die für AB (Fig. 112) gefundene Länge.

3.) Wird ferner bc (Fig. 115) mit C3 (Fig. 114); cd (Fig. 115) mit C4 (Fig. 114); de (Fig. 115) mit C5 (Fig. 114) u. s. f. parallel abgeschoben, bis man an den Punkt g kömmt, und es erhalten die Linien bc, cd, de, ef, fg und ga die für die gleichnamigen Linien der Figur 112. gefundenen Längen, so wird die Fig. 115. wenn sowohl in Zeichnung der Rose, als auch beim Abschieben der Parallelen nichts versehen worden, schließen, d. h. der Endpunkt g der Linie fg, wird in den Endpunkt g, der Linie ag fallen. (Siehe Figur 115).

Beim Auftragen muß man jedoch den auf dem Felde gemachten rohen Entwurf des aufgenommenen Grundstücks, (also für den angeführten Fall Fig. 112) beständig zur Seite oder vor Augen haben, damit man nicht ausspringende Winkel mit einspringenden, oder diese mit jenen verwechsele, wodurch sonst die ganze Copie unrichtig wird; so z. B. könnte man im Nichtachtungsfalle leicht den Winkel deh (Fig. 115) einwärts nehmen, und ihn als Winkel def betrachten, wodurch die Figur aber unmöglich schließen würde.

§. 119.

Daß die Linien oder Radien in der Rose, ihrer natürlichen Reihenfolge nach mit den Seiten der aufgenommenen Figur parallel sind, und folglich um eine getreue Copie derselben zu erhalten, nur genau abgeschoben zu werden brauchen, hat man nur den leichten Satz zu berücksichtigen.

„daß, wenn zwei gleiche Winkel einen parallelen Schenkel „haben; auch die übrigen Schenkel parallel sind" oder:

Behauptung. Schenkel bc parallel Schenkel BC wenn:

Voraussetzung $\llcorner m = \llcorner n$. (Fig. 116.)

Beweis. Man verlängere ab bis in D, so ist auch aD parallel AB; und daher $\llcorner n = \llcorner o$

Nun war auch $\llcorner n = \llcorner m$ (Vorauss.)

folglich ist $\llcorner m = \llcorner o$,

und hieraus folgt natürlich, daß auch bc parallel DC parallel BC, (weil DC ein Theil von BC ist).

§. 120.

Es sei ferner von dem Viereck ACDE (Fig. 117) eine Rose zu entwerfen.

Auflösung. Die Winkelspitze CAE sei der Anfangspunkt, und EA die Haupt- oder Fundamentallinie, die man bis H verlängert.

A ist also das Centrum der Rose. An AC in A lege man den Winkel BAC $= \angle ACD$ an, so ist

$\angle BAE = \angle CAE + \angle ACD$; weil nun $\angle BAC = \angle ACD$ und CA beide Linien CD und BA, wenn man sie sich verlängert vorstellt, schneidet, so ist auch CD parallel BA.

An BA lege man ferner den folgenden Winkel CDE $= \angle BAF$; so ist der negative

Winkel EAF $= \angle CAE + \angle ACD \times \angle CDE$; und weil nun $\angle BAF = \angle CDE$, und die beiden Schenkel BA und CD parallel sind, so muß auch AF parallel ED sein.

Nun lege man an AF den $\angle FAE = \angle AED$, so muß man, weil hier 4R (d. h. 4 rechte Winkel) vollendet werden, gerade in AE treffen, und von AE kann man sagen, sie sei sich selbst parallel, und so kann der Beweis geführt werden, wenn die Figur auch mehrere Seiten hat.

§. 121.

Soll eine ganze Feldmark von mehreren Hufen aufgenommen werden, so wird sie ein geübter Geometer nicht auf einmal aus ihrem Umfange aufnehmen wollen, sondern er arbeitet theilweise oder Gewanne (Abschnitt) für Gewanne und hängt dieselben zuletzt nach und nach gehörig aneinander bis das Ganze vollendet ist. Sind alsdann alle Theile richtig vermessen, oder haben alle Figuren (Gewanne) richtig geschlossen, so darf man auch die Richtigkeit des Ganzen nicht bezweifeln. Oefters wird die Frage aufgeworfen, wie und wo man bei Vermessungen einer ausgedehnten Feldflur, eines Waldes, einer Wiese rc. eigentlichem am besten anfangen müsse.

Diese Frage ist aber in jeder Hinsicht ganz überflüssig, denn wer Gewanne an Gewanne hängt, kann mit der Aufnahme anfangen wo er will, sei es in der Mitte oder am Ende, oder im Umfange der Figur.

Findet man in der zu messenden Figur keine begrenzte Gewanne, wie dieses z. B. der Fall bei großen Angern oder Wiesen ist, so theilt man sich die Figur selbst in gewisse Theile nach eigenem Gutdünken, welche alsdann einer nach dem andern vermessen und aufgetragen werden. Um diese selbst gemachten Abtheilungen gut unterscheiden zu können, ist es nöthig, die Winkelpunkte oder Stationen derselben so zu bezeichnen, daß sie, so lange die Vermessung oder Theilung dauert, zu jeder Zeit leicht wieder aufgefunden werden können. Die Bezeichnung der Winkelpunkte oder Stationen geschieht am besten durch ein eingegrabenes rundes Loch, in dessen Mitte man einen, einen Fuß langen Pfahl tief einschlägt; denn blose Pfähle können boshaft ausgezogen, oder wohl gar an einem unrechten Orte wieder eingeschlagen werden.

§. 122.

Gesetzt nun, es sollte der Figur (Fig. 112.) noch eine Wanne (Gewanne) DHIFE angefügt werden, nachdem die Flur ABCDEFG selbst richtig zum Schlusse gebracht worden, so ist das Verfahren hierzu folgendes:

Eine der Seiten der schon gemessenen Figur, hier (Fig. 112.) entweder DE oder EF, muß zur Hauptlinie angenommen werden. Es sei hier ED etwa bis in K verlängert. Man nehme nun EK als Fundamental-Linie an, lege an solche den Transporteur, und nachdem auch die Winkel der neuen Figur richtig gemessen worden, verfahre man wie §. 113. gelehrt worden, nur beachte man wohl, wie man die Figur im Felde messend umgangen hat. Ginge man z. B. von D auf H, auf I dann auf F, so mißt man von der Rechten zur Linken herum, und ebenso sind dann auch die Winkel von der Rechten zur Linken aufzutragen. Ginge

man aber messend aus D auf E, von da nach F, dann nach I und nach H, so würde man sie von der Linken zur Rechten aufgenommen und folglich auch ebenso aufzutragen haben. Das Auftragen der einzelnen Winkel en rosette geschieht hier ebenfalls wie §. 116., 117. und 118. gelehrt worden.

§. 123.

Wenn eine zu vermessende Feldmark oder ein Wald ꝛc. sehr groß ist, dann muß eine Haupt= oder Fundamental=linie (Direktions=Linie) durch die ganze Flur oder den Wald abgesteckt, und die Punkte, wo jedesmal 50 Ruthen vorüber sind, deutlich durch Löcher und in deren Mitte fest eingeschlagene Pfähle bezeichnet werden. Alsdann kann man bei der Messung einzelner Theile oder Wannen (im Wald: Bestände), die in der Nähe liegen, von dieser Fundamen=tallinie ausgehen, und sich auch nach Belieben wieder an dieselbe anschließen. Verschiedene, (dem Rufe nach große, aber dennoch in der wirklichen Praxis wenig erfahrne) Geo=meter empfehlen mehrere Hauptlinien, die mit einander ver=bunden sind, oder ein sogenanntes geometrisches Netz, wobei die Linien und Winkel derselben trigonometrisch berechnet werden sollen; dieser Vorschlag ist zwar sehr gut, aber immer besser auf dem Papiere als im Felde am allerwenigsten aber im Walde auszuführen.

§. 124.

Prüfung des Vermessenen.

Im freien offenen Felde hat man leichte Hilfsmittel, die Richtigkeit einer Aufnahme von Zeit zu Zeit, und wenn man will, jeden Tag zu prüfen.

Sobald die Vermessung angefangen wird, wähle man wo möglich innerhalb der Flur einen so hohen Gegenstand, den man, wo nicht aus allen, doch aus den mehresten Punk=ten der aufzunehmenden Flur ins Auge fassen kann, z. B.

einen Thurm, eine Windmühle, einen Baum ꝛc. Ein solcher Gegenstand als Punkt betrachtet, wird, so bald es sich thun läßt, auf dem Plane oder dem Papiere festgelegt. Dieses ist möglich, sobald man mit der Vermessung einigermaaßen vorgeschritten ist, und zwei von einander entfernte Stationen eine der Sache gemäße Standlinie geben.

Es sei z. B. das Feld Fig. 118., welches aus drei Gewannen besteht, aufzunehmen, eine nach der anderen, und man will während der Operation wissen, ob noch Alles bis daher seine Richtigkeit habe. In C stehe z. B. ein Baum, den man auf dem Plane festlegen will. In der Station B messe man den Winkel DBC, auf der Station A den Winkel EAC, und bringe die Grade dieser beiden Winkel in der Rose mit an, so wird sich bei dem Auftragen der Punkt C ergeben, den man sich auf dem Plane durch einen kleinen um denselben gezogenen Kreis, ein für allemal bemerkbar macht. Soll nun auf der Station H untersucht werden, ob die Linie HG auf dem Plane die richtige Lage erhalten habe, so visire man wieder nach C, und messe die Winkel CHG und CGH; alsdann lassen sich auf dem Plane (z. B. dem Meßtische) die Linien CG und CH ziehen; trifft nun ihr Durchschnittspunkt in den Punkt C, so ist Alles bis dahin noch richtig; ebenso können in K und I zur Probe die Winkel CIK und CKI gemessen und aufgetragen werden.

Noch besser aber ist es, wenn sich in der aufzunehmenden Feldflur zwei oder drei hervorragende Gegenstände zeigen. Legt man diese auf dem Plane fest, so läßt sich die Vermessung bald nach diesem, bald nach jenem Gegenstand, oder auch öfters nach allen zugleich prüfen. Fände man in der Feldflur jedoch gar keinen erhabenen Gegenstand, so kann auch einer außerhalb derselben (nur darf derselbe nicht gar zu weit entfernt sein) zur Prüfung gebraucht werden. In Ermangelung aller solcher Gegenstände kann man auch auf einer Anhöhe eine Säule errichten lassen, wo man während der Messung, so oft es nöthig ist, hinvisirt. Geht aber auch dieses nicht, so bleibt weiter nichts übrig, als von

Zeit zu Zeit Probelinien zu messen, sobald man Ursache hat die Richtigkeit der bisherigen Operation zu bezweifeln.

Aufnahme und Auftragung der Winkel und Figuren mit der Boussole.

§. 125.

Wenn ein Winkel mit der Boussole aufgenommen werden soll, so bemerke man zuvor, daß bei dieser Operation blos zu wissen verlangt wird, wieviel Grade sowohl der eine Schenkel des aufzunehmenden Winkels, als dessen anderer Schenkel von Norden abweicht. Es sei z. B. der ∟BCA (Fig. 119.) mittelst der Boussole aufzunehmen, so stelle man dieselbe genau senkrecht und horizontal (letzteres mit Hilfe einer Dosenlibelle) über die Spitze C des Winkels; dann drehe man die Boussole so, daß der Punkt N, der innerhalb der Boussole eingeritzten Nordlinie NS, (Fig. 119.[a]) nach dem Endpunkt des einen Schenkels, hier also nach A, gerichtet ist, läßt sodann die Nadel von der Arretirung los, und so lange hin und her sich bewegen, bis sie ganz ruhig steht, worauf man die Grade an diesen Schenkel ins Brouillon notirt, welche der Theilstrich auf dem Limbus angiebt, vor welchem die Pfeilspitze, oder der Endpunkt der auf der Mitte der Nadel eingerissenen Linie (SN), steht. Je nachdem nun die Nadelspitze sich nach O (Osten) oder W (Westen) gewendet, nennt man auch die Abweichung derselben im ersteren Falle, eine östliche, im letzteren aber eine westliche.

Nachdem nun die Abweichung dieses Schenkels auf die eben erwähnte Art in Graden notirt worden, richtet man die Boussole wie vorhin nach A, jetzt nach B (dem Endpunkte des andernen Schenkels), läßt, nachdem man den Punkt B gehörig einvisirt hat, die Nadel ebenfalls völlig zur Ruhe kommen, und notirt dann wie vorhin die durch die Nordspitze der Magnetnadel auf dem Umkreise angedeuteten Grade an den einvisirten Schenkel im Vermessungsbuche.

Damit man nun die notirten Grade der östlichen oder westlichen Abweichungen einer Linie (von der Nordlinie) nicht

mit ihrer Längengröße verwechsele, klammere man die Abweichungsgrade jedesmal ein, und setze überdieß die gefundene Länge einer Linie außerhalb, ihre Abweichungsgrade aber innerhalb der Figur auf diese Seite, wie dieß aus Fig. 119. näher ersichtlich ist, wo die Linie (oder der Schenkel) CB 51 Ruthen 5 Fuß, die Abweichung derselben von der wahren Nordlinie aber 78½ Grad beträgt. Durch eine solche Declinations- und Längenbezeichnung entgeht man jeder Verwechselung.

§. 126.

Zur Aufnahme ganzer Provinzen ist die Boussole nicht zu empfehlen; bei Feldmarken dagegen leistet eine gut und richtig gearbeitete Boussole, mit einer nur 5½ zölligen Nadel die besten Dienste, wie es vielfache Erfahrungen genugsam bestätigt haben.

Wenn nun eine Feldmark oder Flur mit der Boussole mittelst der nachstehenden Methode richtig aufgenommen ist, d. h. wenn die Declinationen aller Linien oder Figurseiten genau beobachtet, und in das Feldbuch oder Brouillon ordentlich eingetragen sind; so beruht Alles Uebrige auf der Richtigkeit im Auftragen der Figuren. — Declination (oder Abweichung) heißt bekanntlich hier derjenige Winkel, welchen eine Seite der Figur mit der an einem Orte fast gegen Norden gerichteten Magnet- oder Nordlinie macht, und welcher Declinationswinkel bald positiv (wenn er unter 180 Grad ist) und bald negativ (wenn er mehr als 180 Grade beträgt) gefunden wird.

§. 127.

Wenn die Boussole auf dem Felde über einen Winkelpunkt gehörig aufgestellt ist, so werden wie im §. 125. gelehrt, die Declinationen seiner beiden Schenkel observirt oder beobachtet, und aus beiden Declinationen nach der einen oder der anderen der folgenden zwei Regeln die wahre Größe des von ihnen eingeschlossenen Winkels berechnet, und zwar:

Erste Regel: Wenn man sich's ein für allemal zum Gesetz macht, eine und ebendieselbe Diopter (also entweder die bei N oder S stehende) für alle Declinationen vor dem Auge zu behalten, so wird die kleinree Declinationszahl von der größeren (der des anderen Schenkels) abgezogen, wo der bleibende Rest den Winkel giebt, der nun entweder ein positiver oder negativer sein kann. Im letzteren Falle, (wenn der bleibende Rest mehr als 180 Grade beträgt), wird derselbe noch von 360 (Grad) subtrahirt, und die hier sich ergebende Differenz bezeichnet, dann die wirkliche und zum Auftragen taugliche Größe des observirten Winkels z. B.

1) Bei einerlei vor das Auge genommenen Dioptern sei die Declination des einen Schenkels $= 53^{\circ}$, die des anderen hingegen $192\frac{1}{4}^{\circ}$, so ist die wirkliche Größe des zum Auftragen geeigneten Winkels $= 192\frac{1}{4}^{\circ} - 53^{\circ} = 139\frac{1}{4}^{\circ}$; also ein positiver Winkel.

2) Die Declination des einen Schenkels sei $11\frac{1}{2}^{\circ}$, die des andern aber $357\frac{1}{4}^{\circ}$, so giebt der erste Rest $357\frac{1}{4} - 11\frac{1}{2} = 345\frac{3}{4}^{\circ}$, also einen negativen Winkel. Der gesuchte entsprechende Winkel ist daher: $360^{\circ} - 345\frac{3}{4}^{\circ} = 14\frac{1}{4}^{\circ}$; und dies also der zum Auftragen geeignete.

Zweite Regel. Wenn man bei Aufnahme eines Winkels die Diopter verwechselt, also bei dem einen Schenkel durch die eine (z. E. die bei S stehende), bei dem anderen Schenkel aber durch die andere Diopter (der bei N stehenden) visirt hat, so wird zwar auch hier die kleinere Declinationszahl von der größeren subtrahirt, der hier bleibende Rest aber noch von 180°, oder falls der erhaltene Rest größer als 180° ist, von demselben 180° abgezogen; und die so erhaltene Differenz giebt dann die wirkliche Größe des mit der Boussole aufgenommenen Winkels; z. B.

1) Es sei bei gewendeten Diopteren die Declinationszahl des einen Schenkels $103\frac{1}{4}^{\circ}$, die des anderen aber $59\frac{1}{2}^{\circ}$, welcher positive Winkel wird von diesen beiden Schenkeln demnach eingeschlossen?

Antwort $136\frac{1}{4}^{0}$; denn:
$103\frac{1}{4}^{0} - 59\frac{1}{2}^{0} = 43\frac{3}{4}^{0}$, und $180^{0} - 43\frac{3}{4}^{0} = 136\frac{1}{4}^{0}$, und diese letztere Differenz ist die wirkliche Größe des Winkels.

2) Es sei die Declinationszahl des einen Schenkels = $279\frac{3}{4}^{0}$, die des anderen aber $35\frac{1}{2}^{0}$, welchen Winkel schließen demnach diese beiden Schenkel ein?

Antwort $64\frac{1}{4}^{0}$, denn:
$279\frac{3}{4}^{0} - 35\frac{1}{2}^{0} = 244\frac{1}{4}^{0}$, und $244\frac{1}{4}^{0} - 180^{0} = 64\frac{1}{4}^{0}$.

§. 128.

Soll nun irgend eine Figur auf dem Felde aufgenommen, und aus den Declinationsgraden ihrer Seiten die Winkel derselben berechnet werden, so ist daß beste und kürzeste Verfahren hierzu unstreitig folgendes:

1) Man entwerfe sich zuerst — wie bei einer mit dem Astrolabium aufzunehmenden Figur — in das Brouillon oder Feldbuch ein möglichst getreues aber nicht zu kleines Bild des zu vermessenden Feld- oder Waldstückes, stecke auch in jeden nöthigen Winkelpunkt desselben fest und senkrecht eine Meßfahne ein.

2) Stelle man die Boussole nach §. 125. über den ersten Winkelpunkt auf, nimmt hier wie dort die Declinationen seiner beiden Schenkel, und notirt dieselben wie bekannt.

3) Hierauf übergeht man mit der Boussole alle geraden Winkelpunkte der aufzunehmenden Figur, und stellt sie also blos in den ungeraden Winkelpunkten, nämlich dem ersten, dritten, fünften, siebenten, neunten, eilften, dreizehnten u. s. f. auf.

4) So oft sie aufgestellt wird, visirt man vor- und rückwärts, und nimmt die Declination der beiden Schenkel des Winkels, in dessen Scheitelpunkt sie aufgestellt worden, jedoch so, daß man bei beiden Observationen durch eine und eben dieselbe Diopter sieht. In dem Brouillon notirt man die gefundenen Declinationen innerhalb des gleichnamigen Schenkels, und umschließt sie mit zwei Klammern. Soll

dann die Größe der Winkel gefunden werden, so ist nur nöthig, nach der ersten Regel des §. 127., die kleinere Declinationszahl von der größeren abzuziehen und den Rest zu bemerken. Ist derselbe nun kleiner als 180°, so ist er das wirkliche Maaß des gefundenen Winkels; ist der erhaltene Rest aber größer als 180°, so deutet er auf einen negativen Winkel, und es muß dieser Rest dann noch — wie in §. 127. angegeben worden — von 360° subtrahirt werden, um durch die jetzt erhaltene Differenz die wirkliche Größe des fraglichen Winkels zu erhalten.

Die zwischen den ungeraden Stationspunkten liegenden geraden Stationswinkel — also der 2te, 4te, 6te, 8te, 10te, und 12te ꝛc. Stationswinkel — in welchen nach №. 3. die Boussole nicht aufgestellt worden, mithin übersprungen sind, werden gleichfalls nach der ersten Regel des §. 127. berechnet, weil man sich vorstellen kann, daß auch bei ihnen stets durch eine und dieselbe Diopter visirt worden. Hätte man z. B. auf den ungeraden Stationspunkten beständig durch die südliche oder vor S befindliche Diopter visirt, so ist es nun ebenso gut, als hätte man auf den übersprungenen Stationswinkeln stets durch das nödliche oder vor N stehende Diopter visirt.

Besteht die aufzunehmende Figur aus einer ungeraden Anzahl Seiten, ist sie also z. B. ein Dreieck, Fünfeck, Siebeneck, Neuneck, Eilfeck u. s. w., so muß am Ende oder zuletzt noch die Declination der letzten Linie genommen werden, wo man dann nur Acht haben darf, welche Diopter man vor das Auge nimmt, und ob man zur Ausfindigmachung des aufgenommenen Winkels die erste oder zweite Regel des §. 127. anwenden müsse.

Um die mittelst der Boussole erhaltenen und sodann berechneten Winkel der aufgenommen Figur zu prüfen, bedient man sich des bekannten Satzes: „daß die Summe S, „aller n Winkel jeder geradlinigten Figur

$$= (2n - 4) R$$

„ist", wo n die Anzahl der Seiten der fraglichen Figur be-

deutet, R aber einen rechten Winkel oder 90° gilt; und wornach also

das Dreieck $= (2.3-4)R = (6-4)R = 2R = 180°$ hält;
„ Viereck $= (2.4-4)R = (8-4)R = 4R = 360°$ „
„ Fünfeck $= (2.5-4)R = (10-4)R = 6R = 540°$ „
„ Sechseck $= (2.6-4)R = (12-4)R = 8R = 720°$ „
„ Siebeneck $= (2.7-4)R = (14-4)R = 10R = 900°$ „
u. s. f. enthält.

Auch entnimmt man die Richtigkeit der Aufnahme einer Figur daraus, wenn dieselbe aufgetragen entweder gut, dürftig oder gar nicht schließt; für welchen letzteren Fall das Beste ist, die Winkel durch nochmalige Aufnahme derselben auf dem Felde zu berichtigen, wo es alsdann am zweckmäßigsten ist, mit dem letzten Winkel- oder Stationspunkte den Anfang zu machen, im Uebrigen aber wie bekannt zu verfahren, so wird sich — bei einem guten Instrumente — bald — durch die Declinationen ergeben, wo bei der vorigen Aufnahme gefehlt worden ist.

§. 129.

Um nun z. B. eine große, von vier Seiten eingeschlossene Wiese ABCD (Fig. 119ᵇ.) mit der Boussole aufzunehmen, braucht man die Boussole nur in den Winkel-Punkten A und C, oder D und B gehörig aufzustellen, und aus dem ersteren oder dem letzteren Paare dieser Winkelpunkte mittelst Visiren durch ein und dasselbe Diopter nach den beiden anderen (Winkelpunkten) die Declinationen derselben zu obser- visiren, und auf den gleichnamigen Seiten zu bemerken. Gesetzt nun, man erhielt im Stationspunkte A

für die Seite AD den Declinationswinkel $= 42°$,
„ „ „ AB „ „ $= 127\frac{1}{2}°$,
ferner in den 2ten Stationspunkte C,
für die Seite CB den Declinationswinkel $= 232°$, und
„ „ „ CD „ „ $= 317\frac{1}{2}°$,

so findet man hieraus die wirkliche Größe für den Winkel

$$A = 127\tfrac{1}{2}^{\circ} - 42^{\circ} = \ldots\ldots\ldots\ 85\tfrac{1}{2}^{\circ}$$
$$B = 232^{\circ} - 127\tfrac{1}{2}^{\circ} = \ldots\ldots\ldots\ 104\tfrac{1}{2}^{\circ}$$
$$C = 317\tfrac{1}{2}^{\circ} - 232^{\circ} = \ldots\ldots\ldots\ 85\tfrac{1}{2}^{\circ}$$
$$D = 317\tfrac{1}{2}^{\circ} - 42^{\circ} = \ldots\ldots\ldots\ 275\tfrac{1}{2}^{\circ},$$

oder weil dieses ein negativer Winkel ist, so erhält man

für $\llcorner D = 360^{\circ} - 275\tfrac{1}{2}^{\circ} = \ldots\ldots\ldots\ 84\tfrac{1}{2}^{\circ}$

folgl. $\llcorner A + \llcorner B + \llcorner C + \llcorner D = 4R$ oder $= 360^{\circ}$.

Da nun hier die Summe aller vier Winkel 360° oder = 4 R giebt, so ist dies nicht nur ein Beweis, daß alle vier Declinationen richtig genommen sind, sondern auch daß das Instrument die gehörige Güte habe.

Sind aber die Winkel einer aufgenommenen Figur berechnet, so läßt sich dieselbe entweder auf dem einfachen und gewöhnlichen Wege, durch so oftmaliges Anlegen des Transporteurs, als Winkel vorkommen, oder auch en rosette (wie die mit dem Astrolabium) auftragen.

Trifft es, daß die Magnetnadel mit einem Male hinzurückt, dann sogleich stehen bleibt, und nicht gehörig vibrirt, (sich hin und her bewegt), so ist dies ein Zeichen, daß sie von irgend einem stahl- oder eisenhaltigen Gegenstande, von veränderter Witterung (besonders von Gewitterluft), ferner durch die Nähe alter Eichbäume, Mauern, ja sogar eisenhaltiger Grenzsteine und Sümpfe ꝛc. angezogen worden, von denen man sie aber größentheils wieder befreien kann, wenn man das Instrument leise mit einer angenäßten Fingerspitze anrührt, durch welches einfache Mittel die Nadel sogleich wieder ihre gehörige Schwingungen bis zu ihrer Ruhe, beginnt.

§. 130.

Mit Hilfe der Boussole ist man nun auch im Stande folgende Aufgaben bequem zu lösen, nämlich:

Aufgabe 1). Man soll durch den Punkt n zur angegebenen Linie ab (Fig. 120.) eine Parallellinie ziehen, obgleich zwischen den gegebenen Punkte n und der Linie ab ein zwischenliegender dichter Wald die freie Aussicht hindert, und der Punkt n höchstens eine Meile von ab entfernt ist.

Auflösung. Man stelle die Boussole über irgend einem Punkte der ab, z. B. über r gehörig auf, richtet hier die vertikale Diopter- oder Visirebene genau in die Vertikalebene db ein, läßt hierauf die Nadel zur Ruhe kommen, und bemerkt sodann den Declinationsgrad (bei guten Boussolen bis auf $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{8}^0$ genau), auf welchen das Nordende bei e zeigt; hierauf begiebt man sich nach dem gegebenen Punkte n, richtet hier durch Centralbewegung die Boussole so, daß ihr Nordende bei f wieder auf denselben Grad des Limbus einspielt, wie vorhin bei r, visirt sodann durch die Diopteru, und läßt in dieser Visirebene ein oder mehrere Signale, z. B. eins in d, ein anderes wieder in g senkrecht einstecken, so ist durch diese Signale die parallele Lage der Vertikalebene durch den Punkt n bestimmt, welche mit der gegebenen Vertikalebene ab parallel ist.

Beweis. Da durch eine vorgängige genaue Beobachtung in r (oder auch einem anderen Orte in der gegebenen Vertikalebene ab) der Winkel erb = α bekannt ist, welchen der magnetische Meridian der Nadel re mit der Vertikalebene ab bei r bildet, so läßt sich ferner in dem gegebenen und außerhalb ab liegenden Punkte n, der Winkel fnd = α machen; und weil vermöge derselben Richtung der Magnetnadel, nf parallel re, so ist leicht einzusehen, daß auch nd oder ng parallel ab sein muß.

Aufgabe 2.) Eine gerade Linie xy (zu einer Allee z. B.) durch einen dichten und breiten Wald, von dem Punkte oder Orte x nach dem anderen y, abzustecken.

Auflösung. Wenn man von dem Orte x nach dem Orte y (Fig. 121) die gerade Linie xy zu einer anzulegenden Allee abstecken soll, so läßt man im Punkte y eine Rakete aufsteigen, während man sich im Punkte x befindet; um sich durch dieses Signal von der ungefähren Richtung des Punktes y zu orientiren. Hierauf steckt man von dem Punkte x aus nach y zu; soweit man in dieser Richtung in den Wald sehen kann, z. B. bis m, die Linie xm ab, sodann steckt man in der muthmaßlichen Richtung my, die Linie mn,

und auf gleiche Weise in der Richtung nach y hin, (soweit es die jedesmaligen Umstände gestatten,) die Linien no, op, pq und qr ab, bis man von r aus den Punkt y ohne das geringste Hinderniß erblickt. Sodann werden die so abgesteckten Linien xm, mn, no, op, pq, qr und ry möglichst genau mit der Kette gemessen, und ihre Längenmaaße gehörigen Orts genau mittelst eines verjüngten Maaßstabes auf dem Meßtische abgesteckt. Zuletzt nimmt man in den Punkten x, n, p und r mit ein und derselben Diopter der Boussole die Declinationen von xm, nm, no, po, pq, rq und ry, notirt auch diese gehörig, und verbindet dann den Punkt x mit y durch eine gerade Linie xy, welche die gesuchte gerade Richtungslinie der anzulegenden Allee bezeichnet.

Nachdem man nun die so eben beschriebene Operation mit der Boussole auf dem mit Papier bespannten Meßtische vollzogen hat, setzt man denselben horizontal über den Punkt y auf, legt die eine parallele Kante der Boussolenplatte scharf an die gemessene Linie ry an, visirt dieselbe auf den Punkt r genau ein, stellt sodann die Meßtischplatte fest, und legt hierauf dieselbe Boussolenkante an die durch Construktion erhaltene Linie yx möglichst genau an, so giebt die vertikale Visirlinie der Diopteren die wahre Richtung der anzulegenden Allee, welche Richtungslinie man soweit als man in den Wald geradeaus sehen kann, durch Meßfahnen abstecken läßt. Sodann stellt man den Meßtisch und die Boussole völlig horizontal über dem Anfangspunkte x auf, legt die eine Boussolenkante an xm scharf an, visirt mittelst Drehung der Micrometerschraube die Linie xm genau ein, schraubt die Meßtischplatte wiederum fest, legt die an xm angesetzte Boussolenkante nunmehr an die Linie xy genau an, so giebt auch hier die vertikale Visirebene der Diopteren die wahre Richtungslinie der zu schlagenden Allee an, welche wie vorhin soweit man durch die Diopteren gerade aus in den Wald sehen kann durch Meßfahnen bezeichnet wird.

Werden nun in gerader Linie vom Anfangspunkte x über die zuletzt eingesteckte Meßfahne in der Linie xy, und

ebenso vom Endpunkte y über die nächste Meßfahne in der Richtung yx hinaus Bäume und Gebüsche weggehauen, so wird man in gerader Linie von x aus y, und umgekehrt sehen, und die Allee nach Vorschrift vollenden können.

Von den Situations-Plänen (Ocular-Zeichnungen).

§. 131.

Zuweilen wird dem Feldmesser aufgegeben, noch vor der einzuleitenden genauen und eigentlichen Vermessung einer Feldflur, einen sogenannten Situationsplan von ihr anzufertigen, damit vermittelst desselben die Instruktion zum Vermessungs- und Theilungsgeschäft entworfen werden könne. Es wird verlangt, daß er den Lauf der Wege, Flüsse, Bäche, vorkommende Hügel, Sümpfe, die Lage der Anger, Wiesen, Ackergewannen u. dergl. m. auf einer Karte nur ohngefähr andeute, ohne jeder Linie die richtige Länge, und jedem Winkel sein wahres Maaß zu geben.

Diese Forderung scheint leicht befriedigt zu sein. Es bedarf ja blos eines guten Augenmaaßes, um eine beinahe ähnliche Figur vom Felde auf dem Papiere zu entwerfen. Dem ist aber nicht so. Soll die Ocular-Zeichnung (Situations-Karte gen.) beinahe ähnlich sein, so gehören einige wirkliche Messungen dazu, sonst geräth man bei ausgedehnten Figuren am Ende in eine labyrinthische Verwirrung, und der entworfene Plan ist dem Original ebenso wenig ähnlich, als ein Frosch einer Baßgeige.

§. 132.

Es wird bei dergleichen Arbeiten zwar immer ein freies, offenes Terrain (Feld) vorausgesetzt, denn von Wäldern können keine so ähnliche Zeichnungen verlangt werden. Ist also die Gegend, von der ein solcher ihr ähnlicher Plan entworfen werden soll, eine offene, freie Flur, so sehe man sich wenigstens nach zwei von einander entfernten, an den

mehresten Orten der Flur ins Auge fallenden Gegenständen um, als: nach Thürmen, Windmühlen, Warten, Bäumen und dergleichen. Sind jedoch dergleichen Objekte nicht vorhanden, welches selten der Fall ist, so können passenden Orts, besonders auf Anhöhen, senkrecht aufgerichtete Säulen oder Stangen, oben mit Stroh umwunden, ihre Stelle vertreten, nur muß ihre Entfernung von einander nicht zu unbedeutend, sondern etwas beträchtlich, und in großen Feldmarken wenigstens 2 — 300 Ruthen betragen. Diese Signale nun, so richtig als möglich auf dem Situationsplane fest zu legen, ist die erste Arbeit. Zu dem Ende ist ihre Entfernung zu messen, und die Declination ihrer Verbindungslinie zu observiren. Selten jedoch wird eine unmittelbare Messung derselben möglich sein; denn zwischen zwei Kirchthürmen z. B. giebt es Häuser, Scheuern, Mauern und dergleichen mehr, die der Kette keinen Durchgang verstatten, weßhalb zur unmittelbaren Messung eine bequeme und meßbare Standlinie gewählt werden muß. Daß dieselbe nicht zu kurz sein darf, und sehr stumpfe Winkel vermieden werden müssen, versteht sich von selbst. Wer nicht zu den ersten Anfängern in der Meßkunst gehört, wird auch aus dem Vorigen leicht einsehen, daß Entfernungen mit der Boussole eben so gut gemessen werden können, als mit dem Astrolabium, so bald sie nur die Winkel bis auf Viertelgrade genau angiebt.

Nach vorgedachter Vermessungsart (mit der Boussole) wird dann weiter wie folgt verfahren:

§. 133.

A und B (Fig. 122) seien die Thürme zweier nahen Dörfer, welche erstere auf den Riß zum Behuf eines Situationsplans festgelegt werden sollen, und man wollte nicht nur die Länge der Linie AB, sondern auch ihren Declinationsgrad wissen. Die Gegend umher sei ferner von der Art, daß man nicht wohl eine andere und längere Standlinie wählen konnte, als die DC, welche nicht die beste Lage hat, und nur 90 Ruthen lang ist. Bei jeder anderen angenommenen

Standlinie finden sich Hindernisse, zumal wenn das Getraide in der Blüthe steht, also in der Feldflur nicht gemessen werden kann. Unter so bewandten Umständen wird also:

1.) Die Linie CD mit Stäben abgesteckt und dann gemessen.

2.) Die Boussole horizontal über den Punkt C aufgestellt, und aus diesem Punkte genommen:

a.) Die Declination von AC oder №.1 = 1^0 (Grad),
b.) die " CD " №.2 = $170\frac{1}{4}^0$
c.) " " CB " №.3 = $38\frac{3}{4}^0$

3.) Aus dem Punkte D werde gefunden:

a.) die Declination von DA oder №.4 = $178\frac{1}{2}^0$ (Grad),
b.) " DB " №.5 = $52\frac{1}{3}^0$.

Aus diesen Datis oder bestimmenden Stücken läßt sich nun die vorgedachte Figur nach der vorhergezogenen Magnetlinie Mm auftragen, und der verjüngte Maaßstab giebt sogleich die wahre Länge der AB an. Um nun aber auch die Declination von AB zu finden, ist nur nöthig, mit Mm die Parallele QR zu ziehen, welche die AB in P schneidet, und es bestimmt sodann der Winkel RPB den Declinationswinkel von AB, man findet ihn z. B. = 22 Grad, und die Länge von AB gebe der verjüngte Maaßstab, etwa zu 570 Ruthen an, wenn die Standlinie CD, wie schon bemerkt, 90 Ruthen lang ist.

§. 134.

Ein an Genauigkeit und Schärfe gewöhnter Geometer wird sich in solchen Fällen nicht leicht mit der Zeichnung allein begnügen, sondern er wird die Weiten welche er unmittelbar nicht messen kann, trigonometrisch zu messen suchen, welches auch sehr leicht geschieht.

Man sucht deßhalb von dem Dreieck ACB die Seiten AC und CB, welche zugleich Seiten der Dreiecke ACD und CBD sind. Sie zu finden, müssen erst folgende Winkel berechnet werden:

1.) $\llcorner$ CAD = $178\frac{1}{2}^0 - 1^0 = 177\frac{1}{2}^0$; da aber $\llcorner$ CAD nach der Figur ein spitzer Winkel ist, so ist derselbe =

$$180^0 - 177\tfrac{1}{2}^0 = 2\tfrac{1}{2}^0$$

$$2.)\ \llcorner ADC = 178\tfrac{1}{2}^0 - 170\tfrac{1}{4}^0 = 8\tfrac{1}{4}^0$$

$$3.)\ \llcorner ACD = 170\tfrac{1}{4}^0 - 1^0 = 169\tfrac{1}{4}^0$$

Alle drei Winkel addirt, also: $(2\tfrac{1}{2} + 8\tfrac{1}{4} + 169\tfrac{1}{4})^0 = 180^0$; ein Beweis also, daß die Declinationen des Dreiecks ACD richtig beobachtet sind. Ferner ist

4.) $\llcorner DCB = 170\tfrac{1}{4}^0 - 38\tfrac{3}{4}^0 = 131\tfrac{1}{2}^0$; da es aber, wie die Figur ausweißt; ein spitzer Winkel ist, so findet man

denselben $= 180^0 - 131\tfrac{1}{2}^0 = 48\tfrac{1}{2}^0$

5.) $\llcorner CDB = 170\tfrac{1}{4}^0 - 52\tfrac{1}{4}^0 = 118^0$ und

6.) $\llcorner CBD = 52\tfrac{1}{4}^0 - 35\tfrac{3}{4}^0 = 13\tfrac{1}{2}^0$

Da nun auch hier die Summe der drei Winkel des Dreiecks BCD, $(48\tfrac{1}{2} + 118 + 13\tfrac{1}{2})^0 = 180^0$ beträgt, so folgt daß auch die Declinationen seiner drei Seiten richtig observirt worden.

Anmerkung. Wenn man eine mit der Boussole aufgenommene geometrische Zeichnung vor sich hat, so ist es nicht nöthig zu wissen, mit welchen Dioptern visirt ist, ob sie ferner gewechselt oder nicht gewechselt sind. Die Figur zeigt gleich, ob die Rechnung einen spitzen oder einen stumpfen Winkel geben müsse, und dies genügt. Giebt nämlich die Subtraktion des kleinern Declinationsgrades vom größern einen stumpfen Winkel (wie vorhin bei No. 1 und 4), die Figur zeigt aber einen spitzen Winkel, so muß der erhaltene stumpfe Winkel nochmals von 180 Grad abgezogen, und der hier bleibende Rest als die wirkliche Größe des fraglichen Winkels angesehen werden, und umgekehrt.

Die Wahl der Lage der Nordlinie auf der Karte (oder dem Situationsplan.)

§. 135.

Der Theorie zufolge ist die Lage der Nord- oder Magnetlinie ganz willkürlich, in der Praxis aber nicht. Hier kömmt viel darauf an, daß sie unter allen möglichen

Lagen diejenige erhalte, welche hinsichtlich des anzulegenden Plans die zweckmäßigste ist, d. h. die aufzutragende Figur muß auf dem Papiere eine solche Lage bekommen, daß sie, wenn das Papier sonst nicht zu klein ist, gehörig Raum auf demselben habe. Eine aufzutragende Figur z. B. muß auf dem Papiere so zu liegen kommen, daß ihre längste Linie nach der Diagonale des aufgespannten Papieres, nicht aber nach der Richtung der kürzeren Seite desselben liege, denn sonst würde man ohne Noth noch Papier ankleben müssen. Wer es nicht versteht, gleich anfangs durch eine gut gewählte Lage der Nordlinie, die beste Lage des aufzutragenden Feldes vorzubereiten, wird oft in die Verlegenheit gerathen, daß es ihm an Raum fehlt. Zur besten Wahl der Nord- oder Magnetlinie beachte man daher folgende Regeln:

1) Es ist nicht durchaus nöthig, daß man zu diesem Behufe die zu vermessende und zu entwerfende Feldflur ganz umgehe, sondern man erkundigt sich gleich anfangs sobald die Vermessung vorgenommen werden soll, bei einem der Gegend genau kundigen Manne, (z. B. dem Flurschützen), wie etwa die längste Linie des ganzen Feldes streiche (oder liege); oder welches des zu vermessenden Grundstücks längster Durchmesser EF (Taf. XXII. Fig. 123.) ist.

2) Sobald man dieß erfahren, stellt man die Boussole in dem einen Endpunkte, z. B. in F, dieser längsten Diagonallinie auf, und visirt nach dieser angegebenen, allenfalls auch durch ein Paar Stäbe abgesteckten Diagonale FE, und notirt deren Declinationsgrad, welcher z. B. hier 68° sei.

3) Hierauf führt man des Transporteurs bewegliche Regel auf diesen Declinationsgrad (hier also auf 68.), und legt diese Regel der längeren Seite der Karte (oder des Plans) ABCD (Fig. 123.), der einen längeren Seite AC oder BD (oder auch wohl der Diagonale) parallel, so deutet LL oder die Richtung des mit dem

Transporteur verbundenen langen Linials, sogleich die beste Lage der Nordlinie an, und man zieht längs LL mit der Bleifeder die erste Hauptlinie, auf deren Lage sich die Lagen aller in der Figur vorkommenden Linien (sei dieselbe so weitläufig als sie nur immer wolle), beziehen sollen.

Die wahre Mittagslinie einer Gegend aufzufinden.

§. 136.

Sollte bei einer Vermessung verlangt werden, die wahre Mittagslinie der vermessenen Gegend auf der Karte mit anzudeuten, so erhält man dieselbe auf folgende Weise:

Ueber irgend einem Punkte der vermessenen Gegend stelle man den mit Papier überspannten Meßtisch ABCD mittelst einer Dosenlibelle völlig horizontal; beschreibe hierauf aus dem Durchschnittspunkte m beider Diagonalen der Meßtischfläche beliebig viele concentrische Voll- oder Halbkreise, z. B. MO, PQ, RT ꝛc., und stecke möglich senkrecht in den Mittelpunkt (dieser Kreise) m (siehe Fig. 124. Taf. XXIII.) einen dünnen, ungefähr 2 Zoll langen, oben spitzen Stift mo ein.

Sodann beobachtet man genau des Morgens, welche Kreise vom Endpunkte des Schattens des Stiftes mo scharf berührt werden, und markirt diese Berührungspunkte, welche z. B. für den Kreis MO, PQ und RT die nach und nach erhaltenen Schatten-Berührungspunkte α, β und γ seien. Des Nachmittags aber hat man genau Achtung, wenn der letztere Kreis RT vom Endpunkte des Schattens des Stiftes mo getroffen wird, bemerkt diesen Berührungspunkt, und setzt dasselbe Verfahren mit allen denjenigen Kreisen oder Bogen fort, (also hier mit RT, PQ und MO) welche Vormittags vom Endpunkte des Stift-Schattens berührt wurden. Werden nun so (des Nachmittags) die Berührungspunkte a, b und c gefunden, und es fallen die in der Mitte der Sehnen αc, βb und γa errichteten Senkrechten genau in die Linie NS, oder was dasselbe ist, bleibt die Halbirungs-

linie der Bogen γa, βb und αc stets ein und dieselbe, so bildet solche (hier Nm) die gesuchte wahre Mittagslinie; die man nun noch nach S hin verlängert.

§. 137.

Sobald auf einer Karte die Nord- oder Magnetlinie gezogen ist, lassen sich die Punkte (Thürme, Bäume oder dergleichen) A und B (Taf. XXII. Fig. 125) auf dieselbe legen, oder man kann die berechnete oder unmittelbar gemessene Linie nach ihrer Lage und Größe ziehen. AB sei diese Linie, und Mm die Magnetlinie, nach welcher sie gelegt ist. Die ganze Figur (Fig. 125) stelle zugleich ein weites, offenes Feld vor, von welchem ein Situationsplan entworfen werden soll. In C ist ein Grenzhügel, den man auf dem Plan mit verzeichnen will.

Man verfügt sich daher mit der Boussole hin auf C und nimmt die Declination CA und CB, indem sowohl nach A als nach B visirt wird.

Es sei nun die Declination von A $= 49^0$
und 〃 〃 B $= 12\frac{1}{2}^0$.

Trägt man nun diese Winkel oder Declinationen vermittelst des großen Transporteurs an die Magnetlinie Mm (Fig. 125) so lassen sich AC von A aus, und BC von B aus, mit K49 und (Linie) K$12\frac{1}{2}$ parallel ziehen, und ihr Durchschnitt bestimmt dann den Hügel C.

Befände sich in E wieder ein solcher Hügel, so sind zu nehmen die Declinationen von AE und EB, und auf dem Plane läßt sich dann der Punkt des Hügels E festlegen und die Grenzlinie EC ziehen, welche, wenn genau zu Werke gegangen ist, schon von selbst die richtige Lage und Größe bekömmt.

So bestimmt man auch weiter den Hügel F (Fig. 125), vermittelst der Declinationen AF und BF. Es ergiebt sich sogleich die weitere Grenze EF, und so kann man weiter fortarbeiten. Auf dem Felde ist blos die Boussole auf solche Punkte aufzustellen, welche man in den Plan mit aufnehmen will, und es ist nicht einmal nöthig, die Kette mitzunehmen

Bei heiterem Wetter läßt sich in einem einzigen Tage auf diese Art sehr Vieles messen, worüber jedoch ein Brouillon geführt werden muß.

Liefe von dem Grenzhügel C ein Fluß oder Bach in die Flur hinein, so bringe man einige Punkte von seiner Bahn, etwa die Punkte a, b, c, d, e mit auf den Riß, und er wird sich, seinen Krümmungen nach, ziemlich genau zeichnen lassen. Jenseits der Grund- oder Standlinie AB, kann ebenso verfahren werden, und es lassen sich auch da eine Menge von Gegenständen aufnehmen und zu Papiere bringen. Punkte, die mit AB in gleicher Richtung, oder auch nur beinahe in ihrer Verlängerung liegen, lassen sich aber nicht aus AB bestimmen, z. B. der Punkt G wo sich die Declinationen unter einem zu spitzen Winkel, und also sehr unbestimmt schneiden würden. Allein man kann mit AB eine andere Standlinie in Verbindung bringen, aus der sich G bestimmen läßt, und das kann zuweilen eine der schon durch das Auftragen gefundener Linien, hier z. B. gleich die nahe AC, sein. Läßt sich nun von G aus der Punkt A und der Hügel C, oder eine starke, mit einem dicken Strohwisch umwundene Stange erblicken, so lassen sich die Declinationen AG und CG nehmen, und vermittelst derselben der Punkt G gehörig auf die Karte legen.

Aus dem Angeführten ergiebt sich nun, wie leicht von einer ganzen Feldmark ein der Wahrheit nahe kommender Situationsplan angefertigt werden kann, sobald nur zwei oder drei merklich von einander entfernte Gegenstände vorhanden sind. Sollte auch der Oekonom der Situationskarten nicht so oft bedürfen, so hat sie der General, oder überhaupt der Offizier desto öfter nöthig.

§. 138.

Aus zwei Punkten, wie vorhin A und B, eine Feldflur der Situation nach aufzunehmen, dazu kann man weder den Meßtisch noch das Astrolabium gebrauchen, der Boussole allein gebühret die Ehre, daß sie uns blos durch zwei Obser-

vationen sogleich den Punkt angiebt, wo wir sie aufstellen, und welchen wir auf der Karte mit aufnehmen und bemerken wollen.

Gesetzt auch, der Astrolabiummesser habe eine Linie AB (Taf. XXIII. Fig. 126) auf seiner Karte festgelegt, und will nun den Punkt c bestimmen: so kann er in c doch nichts weiter messen, als den Winkel AcB. Die Winkel cAB und cBA, davon einer mit zur Bestimmung des Punktes c gehört, bleiben ihm unbekannt, und er kann weiter nichts sagen, als dieses, daß der Punkt c in der Peripherie eines Kreises liege, von welchem AB eine Sehne ist; denn Winkel AdB, und alle, die in der Peripherie ihre Spitze haben, und auf dem Bogen AcdB stehen, sind = ∟AcB.

§. 139.

Doch hat die Geometrie schon längst eine andere Aufgabe, nämlich: „Wenn die Lage dreier Oerter (oder Punkte) „gegeben ist, die Lage eines vierten, wo man sich gerade befindet, zu bestimmen, (also das eigentliche Rückwärtseinschneiden) auch vermittelst des Astrolabiums aufgelößt, und sie ist folgende:

Es seien die drei Punkte oder Oerter A, B und C (Taf. XXIII. Fig. 127) ihrer Lage nach gegeben, es soll die Lage des vierten Punktes D, wo man sich befindet, bestimmt werden. Man observire

1) die Winkel ADB und BDC.

2) Betrachte man die Linien AB und BC als Sehnen von Kreisbogen, welche letztere doppelt soviele Grade halten, als die entsprechenden observirten Winkel in №. 1.

3) Suche man zu dem Bogen BC den Mittelpunkt M, und beschreibe den Kreis BCFD; ebenso suche man

4) zu dem Bogen AB den Mittelpunkt m, und beschreibe dann den Kreis ABDE.

In dem Punkte nun, wo sich diese beiden Kreise schneiden, also hier in D liegt dann der vierte verlangte Punkt; denn die Winkel ADB und BDC erhalten als Peripheriewinkel das observirte Maaß von №. 1.

Eine andere Auflösung ist folgende:

Es seien wieder A, B und C die drei gegebenen Punkte oder Oerter. Die zu messenden Winkel sind (Taf. XXIII. siehe Fig. 128.) ADB und BDC, und der Winkel ADC ist = ihrer Summe. Hier betrachte man

1) AC als eine Sehne, beschreibe über ihr einen Bogen, der doppelt soviele Grade hält, als die Summe der Winkel ADB und BDC beträgt, und vollende den Kreis.

2) Zähle man von A bis E doppelt soviele Grade, als der gemessene Winkel BDA hält, und bemerke den Punkt E.

3) Verlängere man BE bis in D, so ist D der Ort oder Punkt, wo die Observation vorgenommen worden, und dessen Lage zu bestimmen war. Der Beweis ist dem vorigen ähnlich.

§. 140.

Aus der Art, wie mit der Boussole Felder und Wälder vermessen oder auch Situationspläne (Karten) aufgenommen werden, wird man leicht einsehen, wie man von Zeit zu Zeit seine Messung prüfen kann. Zu dieser Absicht legt man entweder einen oder auch zwei Punkte, (z. B. zwei Thürme) A und B (Taf. XXII. Fig. 125.), bei Zeiten auf der Karte fest. Jeden Tag nun, wenn auf dem Felde eine Arbeit vollendet ist, wird nach den Gegenständen A und B, wenn man sie irgend erblicken kann, visirt, und den Declinationsgrad eines jeden notirt. Man sei z. B. mit der Messung bis an den Punkt F (Fig. 125.) vorgerückt, und will wissen, ob bis hierher noch kein bedeutender Fehler vorgefallen sei, so verfahre man wie folgt:

1) Man visirt von F auf A, und bemerkt die Abweichung (oder Declination) der Linie FA; dieselbe sei z. E. 112°.

2) Man visirt von F auf B, und observire die Declination der FB, welche z. B. 50° sei.

Ist man nun auf der Karte mit dem Auftragen bis zum Puncte F gekommen, so ziehe man sehr fein die Li-

nien AF und BF, durchschneide beide mit einer Nordlinie Mm, und untersuche ob der Winkel ALm = 112° und BRm = 50° ist; trifft beides, so ist die Messung bis zu dem vorgedachten Punkte F noch richtig. Man kann auch in der Rose (d. h. beim Auftragen en rosette) die genommenen Declinationen gleich mit abstecken, und die Linien vom Punkte F aus laufen lassen; trifft nun die eine auf A, die andere auf B, so ist bis dahin noch Alles richtig.

Zwei Gegenstände trifft man übrigens nicht jederzeit, und man muß sich daher gewöhnlich nur an einem halten, welches immer der Kirchthurm sein kann, der an keinem Orte fehlt (oder doch höchst selten), und, wenn das Dorf desselben nicht sehr tief liegt, im ganzen Felde herum sichtbar ist.

§. 141.

Eine schon angefertigte Karte läßt sich auf eben diese Art prüfen, wenn man (und wie es eigentlich sein sollte) nicht nur die Mittagslinie, sondern auch die Richtung des Magnets, oder seine zum Grunde gelegte Nordlinie gezogen hat. Man ziehe aus seinem Punkte F eine Linie auf der Karte bis zum Kirchthurme, suche ihre Declinationen auf der Karte, und untersuche mit der Boussole auf dem Felde rc., ob die auf dem Papiere observirten Grade, mit denen auf dem Felde oder im Walde gefundenen zu treffen.

§. 142.

Zusatz 1). Nicht alle Boussolen zeigen einerlei Grade für eine und dieselbe Linie. Soll nun eine Vermessung revidirt werden, welche mit einer Boussole aufgenommen ist, und zwar nicht mit derselben, sondern mit einer anderen Boussole, so versuche man auf einigen Linien und Winkeln, ob die Differenz der zur Revision zu benutzenden Boussole und derjenigen, mit welcher die Messung und Aufnahme geschehen ist, eine und dieselbe (Declination) bleibt. Ist dieß der Fall, so notire man, wenn z. B. die zur Revision

dienende Boussole 1 oder $1\frac{1}{2}^{0}$ zuwenig anzeigt, 1 oder $1\frac{1}{2}^{0}$ mehr. Sollte die Boussole hingegen 1 oder $1\frac{1}{2}^{0}$ mehr anzeigen, so muß begreiflicherweise 1 oder $1\frac{1}{2}^{0}$ weniger notirt werden.

Zusatz 2). Wer sich ein Instrument anschafft, wo Astrolabium und Boussole mit einander verbunden sind, hat den großen Vortheil, daß er sich, je nachdem die Witterung ist, bald des einen, bald des anderen bedienen kann. Versteht er nun sowohl die oben mit dem Astrolabium, als auch die mit der Boussole beschriebene Meßart, so wird es ihm leicht sein, eine mit der Boussole angefangene Meßung fortzusetzen, und nach der jedesmaligen Beschaffenheit der Witterung nöthigenfalls mit beiden Instrumenten abzuwechseln. In den preußischen Staaten, (wo die Ingenieurkunst unstreitig und zwar rühmlichst den höchsten Grad erreicht hat) sind, außer dem Astrolabium und der Boussole alle anderen Winkelmeßinstrumente — (jedoch nur zu ökonomischen Vermessungen) verboten.

Zusatz 3). Wenn man bemerkt, daß die Magnetnadel trügt oder irre führt, so rührt dies, wenn sie sonst magnetische Kraft genug besitzt, und der Kreisrand richtig eingetheilt ist, sie auch über dem Centrum desselben richtig schwebt, blos von der Friktion her. Diese zu entdecken, darf man nur von einerlei Punkt nach einerlei Gegenstand zu verschiedenen malen und mit veränderten Dioptern visiren. Läßt die Verschiedenheit der observirten Grade, auf eine vorhandene Friktion schließen, so schraube man den Centralstift aus, und schleife ihn sorgfältig auf einem feinen Schleifstein, oder besser, man schicke zu dieser Absicht das ganze Instrument dem Mechanikus zur Reparatur.

§. 143.

Schließlich werde hier nur noch sehr angelegentlich empfohlen, gleich nach vollendeter Messung im Felde zum Auftragen des Gemessenen zu schreiten, weil alsdann das Bild der aufgenommenen Figur und Alles, was sie zu be-

rücksichtigen Eigenes hat, der Einbildungskraft noch frisch vorschwebt. Man errinnert sich leicht aller auf dem zu entwerfenden Plane zu bemerkenden Kleinigkeiten. Allein jedesmal kann der Feldmesser seine auf dem Felde vollendete Arbeit nicht sogleich zu Papiere bringen, denn oft ladet ihn die Witterung ein, sie zu benutzen und weiter zu messen; oder er wird auch wohl von seinem Geschäfte abgerufen und anders wohin beordert. Um nun bei späterm Auftragen alle Ungewißheit und Verwirrung zu verhüten, ist folgende Vorsicht zu gebrauchen:

1) Befleißige man sich in Aufzeichnung der Declinationsgrade, der Linienlängen, und Alles dessen, was im Brouillon (oder Feldbuche) zu bemerken ist, der größten Deutlichkeit, und gewöhne sich bald zu einer gewissen Methode, so, daß man sich sogar nach Verlauf einiger Wochen oder Monate, leicht selbst wieder finde, wenn auch sonst niemand mit dieser Bezeichnungsart bekannt ist.
2) Sobald man vom Aufnehmen nach Hause kömmt, schreibe man alle Zahlen, Namen ꝛc., möglichst deutlich mit Dinte aus. Alsdann ist keine Undeutlichkeit zu befürchten, und die Figur kann zu jederzeit aufgetragen werden.

Mit dem Astrolabium oder der Boussole solche Weiten zu messen, welche sich nicht unmittelbar mit der Kette messen lassen.

§. 144.

Aufgabe 1). Es soll die Entfernung von A bis B, bestimmt werden zu deren einem Gegenstande B (Fig. 129. Taf. XXIII.) man wegen eines darzwischenliegenden Flusses nicht unmittelbar hinkommen kann.

Auflösung. Man erwählt 1) einen beliebigen Standpunkt C, um aus diesem Punkte ein Dreieck bestimmen zu können, von welchem die unbekannte Linie AB eine Seite ist.

2) Mißt man in demselben die Linie AC sowie die Winkel A und C, wodurch man die hinlängliche Anzahl Stücke zur Verzeichnung des Dreiecks ABC hat. Werden nun in den Endpunkten der

3) auf die nach einem verjüngten Maaßstabe verzeichneten Linie AC die Winkel A und C aufgetragen, so erhält man das nach demselben Maaßstabe verjüngte Dreieck abc, welches dem auf dem Felde ABC vollkommen ähnlich ist. Nimmt man nun

4) von demselben verjüngten Maaßstabe die Längen ab und cb ab, so erhält man die gesuchte Länge von AB = ab, wie auch von CB = cb genau.

Diese Aufgabe ist von großem Nutzen, denn oft fügt es sich, daß man, besonders bei Aufnahme der Anger und Wiesen, eine Linie der Figur nicht unmittelbar mit der Kette, wenigstens nicht ganz messen kann, weil ein Fluß oder ein Sumpf oder dergl. im Wege ist. Alsdann nimmt man zu einer andern Messungsart seine Zuflucht und kann mittelst derselben durch Subtraktion zugleich auch die Breite des Flusses oder Sumpfes ꝛc. ermitteln.

§. 145.

Sollte bei Lösung der vorigen Aufgabe in der Aufnahme eines der beiden Winkel A oder C, oder in der Messung der Standlinie AC gefehlt worden sein, so würde man natürlich nicht die wahre, sondern eine falsche Länge der gesuchten unbekannten Linie AB erhalten, ohne es zu bemerken. Es läßt sich aber eine solche Messung leicht prüfen; man habe z. B., um die Länge AB (Taf. XXIII. Fig. 130.) zu finden, die Standlinie BC und die Winkel n und o gemessen, so kann man gleich die Standlinie BC noch um das beliebige Stück CD verlängern und dann den Winkel q messen. Geht alsdann der Schenkel DE verlängert auch durch den schon gefundenen Punkt A, so kann man versichert sein, daß die wahre Länge der unbekannten gesuchten Linie AB genau gefunden ist; wo nicht, so ist irgendwo gefehlt worden.

Ließe sich die angenommene Standlinie BC Hindernisse wegen nicht verlängern, so nehme man statt ihrer jede andere mit dem Punkte C verbundene Linie, und messe dann die Winkel ACF und CFA. Läuft dann der Schenkel FG verlängert auf A, so giebt dieß den Beweis des richtig ausgeführten Verfahrens.

§. 146.

Aufgabe 2). Auch die Entfernung zweier Orte von einander, zu deren keinem man kommen kann, läßt sich auf ähnliche Art finden. Gesetzt man habe die Entfernung von A nach B (Taf. XXIII. Fig. 131^{b}.) zu bestimmen, ein vor diesen Punkten vorbeifließender Fluß jedoch, hindert, daß man weder zum Endpunkte A, noch zu B kommen kann; so besteht in Folgendem die

Auflösung. 1) Man wählt die Standlinie CD so daß dieselbe, um zu stumpfe Winkel zu vermeiden — nach Verhältniß der zu bestimmenden Linie AB nicht zu kurz, und der AB — dem Augenmaaße nach — möglichst parallel ist.

2) Sodann begiebt man sich in einem der Endpunkte der Standlinie, z. B. in C, und nimmt hier die Winkel ACD und BCD auf.

3) Mißt man ebenfalls in D die Winkel BDC und ADC.

4) Man mißt mit der Kette die Standlinie CD, und trägt alsdann die gemessenen Stücke mittelst des verjüngenden Maaßstabes und Transporteurs genau auf, wodurch alsdann die Figur 131^{b}) abcd entsteht, in welcher ab die Länge der unbekannten und gesuchten Linie AB vorstellt, und nach dem angenommenen verjüngenden Maaßstabe richtig gefunden wird.

Man findet hierdurch nicht blos die Länge der Entfernung von A bis B, sondern auch noch die Länge von AC, CB, AD und DB, mithin fünf unbekannte Linien auf Ein-

mal. Der Beweis gründet sich bei allen dergleichen indirekten Messungen auf die Aehnlichkeit.

§. 147.

Aber nicht allein zwei, sondern auch mehrere Gegenstände oder Punkte, z. B. deren drei, vier, fünf ꝛc., soviel man nur will, lassen sich von einerlei Standlinie auf diese Art messen und ihrer Lage nach auftragen; z. B. die Punkte A, B, C und D (Taf. XXIV. Fig. 132.) mögen die Thürme von vier Dörfern vorstellen, deren Lage gegen einander, und deren Entfernung man genau wissen will; so ist hierzu die

Auflösung. Man wählt und mißt zu dem Ende

1) eine Standlinie von schicklicher Lage, und diese sei zwischen je zwei der vier Punkte A, B, C und D, die Linie EF.

2) Hierauf nimmt man in den Endpunkten E und F alle zum Auftragen nöthigen Winkel, z. B. in E die Winkel AEF und BEF, und auf der anderen Seite FED und FEC, so ergeben sich, wenn die Figur aufgetragen wird, alle Lagen und Längen, die man zu wissen begehrt.

Wenn in E und F zwei beträchtliche Berge oder Höhen sind, so ist man im Stande, nach dieser Methode die Oerter einer ganzen Landschaft in Riß zu bringen, und also eine Karte von ihnen zu entwerfen. Man kann auch weiter gehen, eine von den gefundenen Linien, wie z. B. DC, wenn man von ihrer Richtigkeit überzeugt ist, wieder zur Standlinie annehmen, und dann von ihren Endpunkten C und D aus, nach anderen noch entlegenern Orten hinvisiren und auch diese mit auf die Karte legen. Standlinie und Winkel aber müssen so genau als möglich gemessen und aufgetragen werden, besonders wenn man zur Probe keine zweite Standlinie annehmen kann oder will.

Aufgabe 3). Eine gerade Linie ab (Taf. XXII. Fig. 133.) zwischen deren beiden Endpunkten a und b, sich ein Teich, Morast, Baum, Haus oder Hügel befindet, blos mit Kette und Stäben genau zu messen.

Auflösung. Man errichtet in beiden Endpunkten a und b die gleichlangen Perpendikel ac und bd, und mißt sodann die durch dieselben zu ab erhaltene Parallele cd, welche an dem Hindernisse vorbeigehen, und somit der ab gleich sein muß.

Aufgabe 4). Die Breite eines Flusses oder Morastes zu messen, über welchen man unmittelbar nicht kommen kann; wenn man keine anderen Instrumente als Kette und Stäbe bei sich führt.

Auflösung a). Man nehme 1) jenseits des Flusses oder Morastes den kennbaren Punkt B an, (Taf. XXIV. Fig. 134.) diesseits aber den Punkt A so, daß die durch diese beiden Punkte (am Ufer des Flusses) bezeichnete Linie AB denselben dem Augenmaaße nach senkrecht durchschneidet. Sodann errichte man

2) auf AB in A (also diesseits) eine Pependikularlinie AC von beliebiger Länge; steckt sodann

3) in dieselbe einen Stab senkrecht bei F dergestalt ein, daß dadurch die Linie AF entweder $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$ von AC wird. Sodann errichtet man

4) im Endpunkte C der Senkrechten AC eine Normale, und spannt in derselben die ganze Kettenlänge aus. Steckt man nun in dieser letzteren Normale in D einen Stab so ein, daß derselbe mit den Punkten F und B genau in einer geraden Linie liegt, so ist auch die so erhaltene Senkrechte CD derselbe Theil von AB, (also der gesuchten Breite des Flusses oder Morastes) der wievielte Theil CF von AC ist, und zwar aus dem Grunde, weil durch das hier befolgte Verfahren, die beiden Dreiecke ABF und CDF einander ähnlich gemacht sind. Mit Hilfe eines Feldmesserkreuzes geschieht diese Operation aber schneller und richtiger.

Auflösung b.) Ist AB (Taf. XXIV. Fig. 134ª) die zu messende unzugängliche Breite eines Flusses, und es wäre jenseits desselben in B (am Ufer) irgend ein merkbarer Gegenstand, z. B. ein Baum, Strauch oder Stein, so stelle man am diesseitigen Ufer, jenem Gegenstande gerade gegenüber, im Punkte A senkrecht einen Stab ein, ebenso in einer nicht zu

weiten Verlängerung der zu messenden Breite BA, z. E. in C, und in einem beliebigen (etwa 5 Ruthen von AC) entfernten Punkte D ebenfalls eine Meßstange senkrecht ein. Hierauf messe man CD und AD mit der Kette, verlängere CD rückwärts nach c, und AD nach a, so daß Dc = CD und Da = AD ist, bezeichnet die Punkte c und a ebenfalls durch eingesteckte Stangen, und visirt sich endlich in der Verlängerung von ca, über a hinaus in einem Punkte b so ein, daß dieser Punkt b zugleich der Schneidepunkt der verlängerten Linien BD und ca bildet, so wird wenn man denselben ebenfalls durch eine Stange bezeichnet, und dann die Linie ab mißt, ihre gefundene Länge der gesuchten Flußbreite AB gleich sein; denn:

Beweis. Da CD = cD (gleich gemacht)
AD = aD (desgleichen)
und $\angle x = \angle y$
so ist auch $\triangle CDA \cong \triangle cDa$
mithin auch $\angle t = \angle z$
und daher auch $\angle q = \angle p$ (als Nebenwinkel)
und $\angle s = \angle r$ (Scheitelwinkel)
und aD = DA
mithin $\triangle Dab \cong \triangle DAB$
u. folgl. auch ab = AB. w. z. b. w.

Es kann also die Länge von ab für die unzugängliche AB genommen werden.

Auflösung 3.) Vermittelst des Meßtisches, des Astrolabiums oder der Boussole. — Man nimmt dicht am jenseitigen Ufer irgend einen bemerkbaren Punkt c (z. B. einen Baum, Stein, oder dergleichen) in derjenigen Gegend an, von wo aus die Breite ce des Flusses (Taf. XXIV. Fig. 135) ermittelt werden soll. Zu dem so angenommenen Punkte c steckt man am diesseitigen Ufer eine möglichst nahe Standlinie ab senkrecht auf ac, indem man diesseits den Punkt a so wählt, daß derselbe dem jenseitigen Punkt c in möglichst gerader Richtung gegenüberliegt, in demselben nun auf ca, (wenn man sich des Meßtisches bedient), eine senkrechte Linie

fällt, oder, falls man das Astrolabium gebraucht, die unbeweglichen Dioptern auf ac einvisirt, die bewegliche aber auf 90 Grad stellt ꝛc. Sodann mißt man die Standlinie ab, trägt das gefundene Maaß derselben auf den Meßtisch auf, (wodurch sie daselbst begrenzt wird), und nimmt endlich noch den Winkel y auf, so kann das Dreieck cab, welches bei a rechtwinklicht (per Constr.) ist, verzeichnet, und dann leicht die wahre Breite cd des Flusses, bestimmt werden, zu welcher Absicht man nur von der vom Maaßstabe genommenen Länge ca die mit der Kette gemessene Entfernung des Punktes a zum Punkte d am Ufer, abzuziehen braucht.

Obgleich man unter der Breite eines Flusses die senkrechte Linie cd (Fig. 135) zwischen seinen beiden Ufern versteht, so kann doch, z. B. bei dem Uebergang der Truppen über einen Fluß, die Frage: wie breit derselbe sei, nicht allemal nach seiner senkrechten Breite beantwortet werden, sondern es soll für einen solchen Fall oft die schräge Breite ce (Fig. 135) bestimmt werden, je nachdem am dies- und jenseitigem Ufer die bequemste Stellen zum Truppen-Uebergange gefunden werden. Bei der Bestimmung des Bettes eines ganzen Flusses aber, wo man die Abweichungen seiner Breite zum öfteren suchen muß, versteht es sich im Gegentheile von selbst, daß die senkrechte Breite des Flusses gemeint sei.

Sollte nun aber die schräge Breite ce eines Flusses wo die Punkte c und e am dies- und jenseitigen Ufer die bequemsten Uebergangspunkte wären, ermittelt werden, so sucht man nach voriger Auflösung zuerst die Länge der Senkrechten ac — nachdem man zuvor die Standlinie af und den Winkel x bestimmt hat —, und berechnet sodann die Länge der schrägen Flußbreite ce wie folgt:

Da af und ac bekannt, und $\angle$ caf $=$ R (per Constr.) so findet man $fc = \sqrt{(ac^2 + af^2)}$ und folglich die schräge Breite

$$ec = fc - fe = [\sqrt{(ac^2 + af^2)}] - fe.$$

Gesetzt man fände die Länge der Standlinie af $= 43\frac{1}{2}$ Ruthen,
" " " Normalen ac $= 32$ Ruthen,
und das Stück fe bis zum diesseitigen Ufer $= 2\frac{1}{2}$ "
so ist $fc = \sqrt{(32^2 + 43{,}5^2)} = \sqrt{(1024 - 189{,}225)} =$
$\sqrt{2916{,}25} = 54$ Ruthen beinahe,
folglich $ce = cf - fe = 54^0 - 2\frac{1}{2}^0 = 51\frac{1}{2}$ Ruthen.

Auflösung 4.) In Ermangelung eines Winkelmeßinstruments kann man auch die senkrechte, oder nach Umständen auch wohl die schräge Breite eines nicht zu breiten Flusses für die meisten Fälle hinreichend genau dadurch finden, wenn man einen 2 — 3 Pfund schweren Stein an eine starke (wo möglich in Oel ausgekochte Hanfschnur) fest umbindet, das andere Ende der Schnur um die eine Hand windet, und dann den Stein mit der anderen Hand auf das jenseitige Ufer wirft, hierauf die Schnur anzieht, (nachdem man sich vorher an den angenommenen Punkt des diesseitigen Ufers begeben) und so den Stein langsam bis an den entsprechenden Punkt des jenseitigen Ufers heranzieht; markirt sodann den Zwischenraum des Flusses diesseits auf der Schnur, zieht den Stein wieder herüber, spannt diese Entfernung aus, und mißt sie dann mit der Kette, so findet man die gesuchten Flußbreiten ce oder dc.

Entfernungen zu messen, wenn es nicht auf große Genauigkeit ankömmt.

§. 148.

Als ein Nachtrag zu dem, über das Messen der Entfernungen Gesagten, verdient hier noch Folgendes angeführt zu werden:

1) Wünscht man nur die ungefähre Länge einer Linie kennen zu lernen, wie es z. B. hinreichend ist, wenn man blos einen Entwurf von einer Gegend machen will; so kann man auch die Entfernung einer solchen Linie durch ein bloses genaues Abschreiten messen. Das auf diese Art erhaltene Resultat läßt sich leicht auf das gebräuchliche Maaß reduciren, denn man braucht zu dieser Absicht nur die Länge eines

der gemachten egalen Schritte mit der Anzahl derselben zu multipliciren.

Um aber die Länge eines solchen Schrittes kennen zu lernen, schreitet man eine ziemlich lange Strecke ab, deren Länge mit Genauigkeit schon gemessen ist, und dividirt die gemessene Länge durch die Anzahl der bei ihrem Abschreiten gemachten Schritte. Hält die genau gemessene Linie z. B. 3000 Fuß, und brauchte man zu ihrem Abschreiten nur 1350 Schritte, so folgt hieraus, daß

1 Schritt $= \frac{3000}{1350} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$ Fuß lang ist.

Bei einiger Uebung gewöhnt man sich übrigens bald einen gleichförmigen Schritt an, und kann alsdann selbst Linien von bedeutender Länge auf diese Art schnell und mit ziemlicher Zuverlässigkeit messen.

2) Außer dem nicht mehr gebräuchlichen Odometer (oder Schrittzähler), einem wie eine Uhr geformten und mit mehreren Zifferblättern versehenen Instrumente, sowie dem allerunzuverlässigsten Längenmesser, dem Schall, bedient man sich mitunter auch der Zeit, besonders um bedeutende Entfernungen zu messen. Hat man nämlich eine richtig gehende Secundenuhr, und durch vielfache Versuche sich überzeugt, in welcher Zeit man eine Strecke von bestimmter Länge weit geht, so kann man hieraus folgern, wie lang der Weg ist, den man bei derselben Geschwindigkeit in irgend einer anderen Zeit zurückgelegt hat.

Man nehme an: es gehe jemand in 12 Minuten 320 Ruthen weit, und es habe derselbe (auf dieselbe Gangart) um einen gewissen Weg zurückzulegen, 1 Stunde und 45 Minuten, also $60 + 45 = 105$ Minuten Zeit gebraucht, so schließt man: daß in jeder Minute ein Raum von $\frac{320}{12} = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$ Ruthen durchlaufen wird, und daher ist der in 105 Minuten durchlaufene Raum $= 105 \times \frac{80}{3} = 2800$ Ruthen.

Das Ausmessen und Auftragen solcher Grundstücke, welche eine übersehbare Fläche darbieten, über welche man auch ungehindert hinwegschreiten kann, als: Aecker, Wiesen 2c.

§. 149.

Grundstücke, welche zu dieser Gattung gehören, und welche vielseitige unregelmäßige, theils durch gerade, theils durch krumme Linien begrenzte Flächen bilden, kann man jederzeit durch gerade Linien (Abscissen, Standlinien), welche wir längs oder durch die krummen Linien legen, und durch solche, welche wir von einem Winkelpunkte, quer über die Fläche der zu vermessenden Figur zu einem anderen Winkelpunkte ziehen, und Diagonalen nennen, in eine zweckmäßige Anzahl an einanderhängender Dreiecke zertheilen, welche alsdann das Geschäft des Messens, Auftragens und Berechnens der ganzen Figur bedeutend erleichtern. In jedem Dreiecke, bei welchem wir drei Seiten und drei Winkel unterscheiden, müssen drei dieser Stücke, unter welchen aber wenigstens eine Seite sein muß, bekannt sein, d. h. von uns gemessen werden, wenn wir uns sowohl von der Größe des Dreiecks, wie auch seiner Gestalt einen deutlichen Begriff machen, d. h. wenn wir es verzeichnen und seinen Flächeninhalt berechnen wollen. Da aber die Messung der Winkel ohne Winkelmeßinstrumente mehrerer Unsicherheit unterworfen ist, und kleine Abweichungen von der Wahrheit oft große Fehler nach sich ziehen, so sollen hier die Dreiecke einer Figur durch Messung aller drei Seiten bestimmt, und nur im Nothfalle die Messung der Winkel zu Hilfe genommen werden.

§. 150.

Das auszumessende Grundstück muß zuvörderst recognoscirt oder umgangen werden, damit man die ungefähre Gestalt desselben nach dem Augenmaaße möglichst getreu in sein Manual (Brouillon oder Feldbuch) einzeichnen könne, was

am besten dadurch bewirkt wird, daß man zuerst die ungefähre Lage der Winkelpunkte gegen einander bestimmt, und nachdem uns diese richtig aufgenommen scheinen, sie durch ihre entsprechenden Linien mit einander verbindet.

Diese Winkelpunkte nun, welche die Stationspunkte der Messung geben, bezeichnet man dann durch senkrecht und fest eingesteckte gerade Stangen (Meßstangen oder Fahnen) und benennt diese Winkel- oder Stationspunkte durch verschiedene Buchstaben.

Hierauf überlegt man, welches der bequemste Anfangspunkt für die Messung der durch die Stangen bezeichneten Umfangslinien sein mag, wobei man auf die Oertlichkeit Rücksicht nehmen kann. Bedient man sich nun zur Messung blos der Kette und Stäbe, so zieht man in seinem Manuale von dem als Anfangspunkt der Operation bestimmten Winkelpunkte die nachher zu messende erste Diagonale nach dem dritten Stations- oder Winkelpunkte, so, daß also dadurch ein Dreieck von der Figur gleichsam abgeschnitten wird. Aus diesem letzteren Winkelpunkte wird nun die zweite Diagonale wieder so quer durch die Figur geführt, daß ein neues Dreieck mit der vorigen Diagonale gebildet wird, und so fährt man fort, die zu vermessende Figur in Dreiecke zu zerlegen, worauf die Vermessung beginnt, welche von Punkt zu Punkt fortgeht, bis alle Linien gemessen und man wieder im Anfangspunkte angekommen ist, von welchem aus nun die erste, dann die zweite u. s. f. Diagonallinie, welche unter sich gleichfalls im Zusammenhange stehen, gemessen, und so ohne Unterbrechung die Messung vollendet wird.

Dies ist der eigentliche Gang der Vermessung, welche Abweichungen und Nebenrücksichten hier noch vorwalten, ist aus den folgenden Aufgaben zu entnehmen, welche größtentheils blos mit Kette und Stäben aufgenommen sind, und deren Vermessung rc. der größeren Deutlichkeit wegen hier speciell beschrieben werden sollen.

§. 151.

Aufgabe 1). Es soll ein Acker, (Garten oder Wiese), welcher eine vielseitige, geradlinigte Figur von nicht unbedeutenden Umfange bildet, ausgemessen und dann verzeichnet (aufgetragen) werden.

Auflösung. Es sei z. B. Taf. XXV. Fig. 136. I. das aufzunehmende Grundstück. Der Geometer lasse in dessen Winkelpunkten A, B, C, D, E, F und G senkrecht Stangen einstecken, und verzeichne nach voriger Anweisung die Figur ABCDE FG in sein Manual oder Feldbuch, (siehe Fig. 136. №. II.), bestimme in demselben den Anfangspunkt der Messung so, daß die Diagonalen, welche hier aus A ihren Anfang nehmen, im Zusammenhange bleiben, und fünf Winkelpunkte verbinden, daß dadurch auch nicht zu spitzwinklichte Dreiecke abgeschnitten werden, welche immer Schwierigkeiten erzeugen. Diesem zufolge wird er nach einiger Uebersicht den Anfangspunkt der Messung in C (№. I.) fest legen, und die Diagonalen CA, AD, DG ziehen; sollten nun die Diagonalen im ferneren Zusammenhange bleiben, so müßte die letzte von G nach E gezogen werden, allein, dann würden die Dreiecke GDE und GFE bei G und E zu spitze Winkel erhalten; man giebt daher lieber den Vortheil des unmittelbaren Zusammenhangs der Diagonalen auf, und legt die Diagonale DF durch die Winkelpunkte D und F. Hierauf beginnt die Messung beim Punkt C, und es ist gleichviel, nach welcher Seite von C aus man die Messung leitet, man bleibt aber bei den Umfangslinien, bis man mit denselben fertig und wieder im Anfangspunkte C angelangt ist.

Bemerkt muß hier noch werden, daß die Wechselung der Zeichenstäbchen oder Zähler genau angegeben werde, und sobald eine Linie gemessen worden, der hintere Kettenzieher, nachdem der Feldmesser von ihrer Länge in Kenntniß gesetzt worden, und sie, wie №. II. (Fig. 136.) zeigt, auf der gleichnamigen Linie im Manuale notirt hat, die Zeichenstäbchen dem vorderen Kettenzieher wieder zustellen muß, um so jeder Irrung bei der folgenden Linie möglichst auszuweichen.

Nachdem nun auf diese Weise sämmtliche Umfangslinien gemessen und notirt sind, wird mit Messung der Diagonale aus C angefangen, und ihre gefundenen Längen im Manuale gleichfalls gehörigen Orts aufgezeichnet, worauf mit Messung der letzten Diagonale (hier DF) die Vermessung beendet ist.

Das Auftragen der gemessenen Figur geschieht gewöhnlich von ihrer längsten Seite, am besten aber von ihrer längsten Diagonale (hier also von AD) aus, indem man dieselbe nach dem verjüngten Maaßstabe als zarte Bleilinie aufträgt, hierauf auf gleiche Weise über und unter derselben vermittelst desselben Maaßstabes, durch Contrabogen die Dreiecke ADC, ABC, ADG, DGF und DFE verzeichnet, wodurch man zuletzt die verjüngte aber völlig ähnliche Figur ABCDEFG (№ III. Fig. 136.) erhält, deren Inhalt nun aus der Summe der Flächeninhalte sämmtlicher Dreiecke besteht.

Diese, unstreitig leichteste Art der Vermessung, setzt aber ein nicht zu unebenes Terrain voraus, welches man auch bei Aeckern, Wiesen und Gärten, gewöhnlich antrifft. Bei merklich unebenen Boden rc., bediene man sich irgend eines Winkelmessers, sei es nun der Meßtisch, die Boussole oder das Astrolabium, weil durch jedes derselben die Messung der Diagonalen erspart, mithin auch die Figur sowohl ihrem Inhalte, als ihrer Figur nach, am richtigsten erhalten wird. Dieses gilt zugleich für alle folgenden Aufgaben.

§. 152.

Aufgabe 2). Es soll eine Wiese, welche von geraden und krummen Linien zugleich begrenzt ist, ausgemessen und verzeichnet werden.

Auflösung. Es sei Taf. XXV. Fig. 137., ABCDE die aufzunehmende Wiese; man wähle zuvörderst solche Stationspunkte, durch welche man die geraden Linien begrenzt, und längs den krummen schickliche Linie legen kann, um ihre Abweichungen von der geraden (Abeissenlinie) wahrnehmen

zu können. Es ist hier zu bemerken, daß, — wie auch schon oben erwähnt worden — die Stationspunkte nicht unumgänglich nothwendig in den Eckpunkten der aufzunehmenden Figur angenommen zu werden gebrauchen, sondern so gewählt werden, daß die dadurch begrenzten Linien so lang als möglich werden, ohne zu große Abweichungen von der krummen Linie zu veranlassen. So ist im vorliegenden Falle der Stationspunkt A nicht am Ende der geradlinigen Grenze, sondern in der Verlängerung derselben gewählt worden, weil dort die krumme Linie sich beugt, so daß nothwendig ein Punkt in dieser Gegend angenommen werden mußte, ein anderer aber am Ende der geraden Linie einen zu kleinen Zwischenraum, mithin eine zu kleine Linie veranlaßt hätte. Mit Beibehalt dieser Rücksichten, sind auch die in Fig. 137. angedeuteten Stationspunkte gewählt. Nachdem die so gewählten Stationspunkte durch Signalstangen bezeichnet worden, wird vom Feldmesser der ungefähre Abriß der entstandenen geradlinigen Figur wie in der vorigen Aufgabe angegeben worden, ins Manual aufgenommen und die Diagonalen AC und AD nach den ebenfalls schon aus einander gesetzten Gründen bestimmt, und dann die Messung begonnen. Nachdem die Umfangslinien (welche hier als Abscissen erscheinen), und die auf denselben sich ergebenden Ordinaten und die Diagonalen gemessen, und ihre Längen im Manuale, wie aus Fig. 137. ersichtlich (gehörigen Orts) deutlich notirt sind, ist das Geschäft der Aufnahme beendet. Der Flächeninhalt der aufgenommenen Figur besteht aus der Summe des Flächeninhalts aller ihrer Dreiecke.

Das Auftragen der Figur geschieht dadurch, daß nach der vorigen Aufgabe zuerst die geradlinigte Figur AB CDE verzeichnet wird, alsdann auf den betreffenden Stationslinien die gehörigen Maaße und Normalen (Ordinaten) aufgetragen werden, und endlich durch die Endpunkte der Ordinaten die krumme Grenzlinie gezeichnet wird. In Figur 137., ist die Führung des Manuals und die Construktion der aufgenommenen Figur zu mehrerer Deutlichkeit ausge-

führt, so daß man hier der Messung Schritt für Schritt folgen kann. Hierbei ist noch zu bemerken, daß man im Manuale gewöhnlich den Anfangspunkt der Linien gern von unten annimmt, und so von unten nach oben mit dem Notiren fortfährt.

§. 153.

Aufgabe 3). Ein Stück Feld von einer bedeutenden Größe, soll vermessen und dann aufgetragen werden.

Auflösung. Hat ein Grundstück eine bedeutende Größe, und ist dabei seine Gestalt sehr unregelmäßig, so daß man eine Menge von Stationspunkten annehmen müßte, dann ist die in den vorigen beiden Aufgaben angegebene Verfahrungsart unzuverlässig. Für einen solchen Fall, wie der hier gegebene zerlegt man das zu vermessende Grundstück, durch Hauptlinien in mehrere Theile, und führt hierauf die Aufnahme jedes dieser Theile einzeln aus.

Es sei Taf. XXV. Fig. 138. das zu vermessende große Feld. Man wähle möglichst in der Mitte desselben den Punkt A, von welchem aus man eine hinlängliche Uebersicht des ganzen Grundstücks erhält, stelle in diesem Punkte das Winkel- oder Diopterkreuz auf, und stecke vermittelst desselben durch den Punkt A die beiden in denselben sich senkrecht schneidenden Hauptlinien **BC** und **DF**, von denen die eine, z. B. **BC**, die beiden äußersten Winkelpunkte der Figur verbindet, und wenn dieß nicht der Fall sein kann, doch eine bedeutende Länge erhält, ab. Diese Linien, deren Lage auf einander bekannt ist, werden nun abgesteckt und gemessen bis zu ihrem Durchschnitt mit der Grenze; sie theilen das ganze Grundstück in vier Abtheilungen, und jede derselben kann nun nach den bekannten Regeln vermessen werden. Fängt man nun hier z. B. mit dem durch **I.** bezeichneten Theile an, so wird man an dessen äußern Grenze die Stationspunkte **B**, **a**, **b** und **D** finden; man messe daher die Umfangs- oder Stationslinien **Ba**, **ab**, **bD**, und lege die Diagonalen **Da** und **aA**, wodurch dann die Figur oder Parcelle №. **I.** gehörig bestimmt ist. Es versteht sich übrigens von selbst, daß man

nicht nur ein ungefähres Bild von der ganzen Figur, sondern auch ein gleiches von jedem ihrer vier Parcellen, also von №. I., II., III. und IV. im Manuale aufzeichnet. Nachdem nun die Parcelle №. I. wie angegeben vermessen worden, nimmt man die Vermessung von №. II., dann die von №. III. und №. IV. auf ähnliche Weise vor.

Das Auftragen des theilweise aufgenommenen und vermessenen Grundstücks geschieht, nachdem man die sich senkrecht durchschneidenden beiden Hauptlinien BC und DF als zarte Bleilinien niedergelegt, und ihre Längen aus den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte A vermittelst des verjüngten Maaßstabes bestimmt hat, ganz auf ähnliche Weise wie bei Aufgabe 2. (§. 152.)

§. 154.

Aufgabe 4). Es sollen die in einem, verschiedenen Besitzern gehörende Grundstücke befindliche Scheidungen — Raine — in der Vermessung berücksichtigt werden.

Auflösung a). Es sei Taf. XXVI. Fig. 139. ein mehreren Besitzern gehöriges Grundstück; die Scheidungen gehen hier gar nicht parallel mit einander, auch nicht in ganz geraden Linien, doch in solchen, welche einer Hauptrichtung folgen. Man nehme nach voriger Aufgabe innerhalb dieses Grundstücks den Punkt A an, lege durch denselben die Hauptlinien BC und DE, und lasse da, wo dieselben Scheidungen durchkreuzen, wie in a, b, c und d, Pfähle einschlagen, und bemerke die dabei gefundenen Maaße genau im Memoriale. Man vollende die Aufnahme der Figur nach den früheren Bestimmungen und beachte hierbei noch, daß die Punkte an den Umfangslinien, wo die Scheidungen anstoßen, entweder zu Stationspunkten gewählt, oder doch genau im Memoriale (oder Feldbuche) während der Vermessung eingetragen werden, daß stets neben der Linie des Umfangs der Name des zugehörigen Besitzers gesetzt wird. Endlich wird man auch, quer durch die Figur, einige Linien abstecken lassen, wo die Hauptbiegungen der Scheidungen vorkommen, ihre Lage an

der Grenze genau bestimmen und sie nun messen, dabei aber die Punkte: wo die Scheidungen kreuzen, genau im Manuale anmerken. Der hierzugehörigen Figur sind die Bruchstücke aus dem Manuale, welche solche Umfangslinien und andere quer gemessene Linien betreffen, welche die Scheidungen schneiden, beigefügt, um die Art des Notirens im Manuale daran bemerbar zu machen. Bei den Umfangslinien werden die Normalen wie gewöhnlich bestimmt und gemessen, sind aber der Ersparung des Raumes wegen hier nicht mit angegeben.

Beim Auftragen befolgt man ein ähnliches Verfahren, die Figur wird construirt, die Punkte, wo die Scheidungen an den Umfangslinien eintreffen, durch die bekannten Abstände von den Stationspunkten niedergelegt, und endlich auch jene quer hindurch gemessenen Linien gelegt, welche zugleich eine Prüfung der Richtigkeit des Gemessenen geben; auf diese werden nun gleichfalls die Durchschnittspunkte mit den Scheidelinien bemerkt, und endlich solche Punkte, die zu einerlei Scheidelinien gehören, mit einander verbunden.

Auflösung b). Bei Wiesen, Hütungen rc. pflegen die Scheidungen aber nicht eine solche Hauptrichtung zu haben, wie in Fig. 139., vielmehr sind hier gemeiniglich die Besitzung der Einzelnen, besondere kleine Theile des Ganzen, welche an den Umfang anliegen. Es sei Taf. XXVI. Fig. 140., eine solche Wiese. Man wähle den Punkt A wo möglich in dem Scheidepunkt einzelner Theile, lege dann die sich in A senkrecht kreuzenden Hauptlinien BC und DF, und bemerke die Punkte, wo sie die zuvor ausgemittelten Grenzlinien schneiden, genau, bestimme auf solche Weise nicht nur die Punkte B, C, D und F im Umfange, sondern auch die Punkte a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n und o, und setze endlich auch im Manuale die Namen der Besitzer gehörig bei. Man bestimme nunmehr die erhaltenen einzelnen Theile der ganzen Wiese und somit auch die Umfangslinien derselben. Nunmehr wählt man die Stationspunkte längs den Grenzen jedes einzelnen Grundstücks aus, und verbindet diese durch

Diagonalen und Umfangslinien wie aus Fig. 140. ersichtlich, auf welchen letzteren dann die Normalen zur Bestimmung der Krümmungen der Grenzen gemessen und notirt werden. Zu bemerken ist noch, daß nur soviele Diagonalen ꝛc. gemessen werden, als erforderlich sind, um mit Hilfe der schon bekannten Haupt- und Umfangslinien die Stationspunkte beim Auftragen auf die bekannte Weise niederlegen zu können und somit die einzelnen Besitzungen zu bezeichnen. In der Folge, wo die Vermessung einer ganzen Feldmark beschrieben werden soll, wird auch ein hier einschlagendes Beispiel durchgenommen werden, um das in solchen Fällen zu beachtende Verfahren noch deutlicher zu erläutern.

§. 155.

Sollte ein Grundstück wie Taf. XXVII. Fig. 141., aufgetragen und berechnet werden, so kann man bei der Aufnahme mancherlei geradlinigte Figuren in der krummlinigten Figur zum Grunde legen, und kömmt es hier sehr auf eine geschickte Wahl an. Am zweckmäßigsten wäre wohl folgendes Verfahren:

Die Grund- oder Abscissenlinie AB (siehe Fig. 141.) wird zuerst gemessen und der Punkt a in derselben bemerkt, in welchem diese Linie die gekrümmte Grenze berührt. Von A bis a wird alle fünf Ruthen (wenn Aa gegen 50 Ruthen lang ist) eine Ordinate gemessen, und dieselbe im Feldbuche gehörigen Orts deutlich notirt. Das Dreieck aCB wird als eine Nebenfigur, von der man die Seite aB schon kennt, besonders aufgenommen, und die Ordinaten von den Krümmungen (Curven) aC und CB sind ebenfalls auf ihren Abscissen regelmäßig zu bestimmen. In D und E können die beiden folgenden Stationen gewählt werden, dann die folgenden in den Umfangspunkten F und G.

Der Theil der Figur GHIK kann als eine Nebenfigur aufgenommen, und zu dem Ende auch GK gemessen werden. So wird sich die sehr unregelmäßig gekrümmte Figur ziemlich genau aufnehmen und auch auftragen lassen. Von dem

kleinen Dreiecke Gbc lassen sich der Genauigkeit wegen leicht seine drei Seiten messen.

Man hätte aber auch gleich von A auf C, von C auf L, und von L auf E messen können. Alsdann aber hätte man ebensoviele negative Segmente erhalten, die zuletzt vom ganzen Inhalte der Figur nach abzuziehen wären, zugleich aber auch mehrere hinzuzurechnende positive Segmente. Dieses Ab- und Zurechnen der negativen und positiven Segmente pflegt aber oft in der Hauptberechnung Irrung und Fehler zu veranlassen, weßhalb es am besten ist, die aufzunehmende und zu berechnende Hauptfigur wo möglich innerhalb mit Abscissenlinien abzustecken, damit durch dieselben lauter positive, also zu addirende Abschnitte (oder Segmente) erhalten werden.

§. 156.

Indem man von einer geraden Linie Aa (Fig. 141) von Zeit zu Zeit Perpendikel auf die über ihr befindliche krumme Linie ausgehen läßt, wird das Segment (oder der bogenartige Abschnitt) durch diese in lauter Trapezien zerfällt.

Es sind daher diese Perpendikel oder Ordinaten die Parallelen der nebeneinanderstehen Trapezien, und in ihrer Entfernung ist die Höhe derselben enthalten. Es ist daher vortheilhaft, diese Entfernungen wo möglich immer gleich groß zu nehmen; aber wie groß? Gewöhnlich läßt man nach je fünf Ruthen (bei Linien die gegen 50 und mehr Ruthen lang sind) eine Ordinate messen, falls die krumme Grenzlinie einigermaaßen gleichförmig bleibt. Setzt die Krümmung aber schnell ab, oder bekömmt sie schnell eine andere Wendung, so muß nach dieser Stelle eine Ordinate gefällt und gemessen werden, sie mag an der letztern Ordinate nun so nahe liegen, als sie will. Das Messen und Fällen der Ordinaten, welches gleichfalls sehr genau geschehen muß, übernimmt der Feldmesser gern selbst, um sich zu überzeugen, daß bis zur krummen Grenze richtig hingemessen ist.

§. 157.

Der Flächeninhalt eines jeden solchen regel- oder unregelmäßig gekrümmten Segmentes besteht jedesmal aus der Summe der Flächeninhalts-Zahlen aller seiner Trapezien und Dreiecke. Es sei z. B. das unregelmäßig gekrümmte Segment AB (Taf. XXVII. Fig. 142) seinem Flächeninhalte nach zu berechnen, und es wären die Ordinaten der Reihe nach durch a, b, c, d, e, f, g und h bezeichnet, so wird der Anfang bei A gemacht, wo die Figur ein Dreieck ist, oder als solches betrachtet und mit No. 1 bezeichnet wird. Ist nun

Aa $=6^0$ u. a $=4{,}5^0$, so ist Dreieck No. 1 $= \frac{4{,}5.6}{2} = 13{,}5\,\Box^0$

ab $=5^0$ u. b $=3^0$ „ „ Trapez No. 2 $= \frac{(4{,}5+3).5}{2} = \frac{7{,}5.5}{2} = 18{,}75\,\Box^0$

bc $=6^0$ u. c $=4^0$ „ „ „ No. 3 $= \frac{(3+4).6}{2} = 7.3 = 21{,}0\,\Box^0$

cd $=7^0$ u. d $=7^0$ „ „ „ No. 4 $= \frac{(4+7).7}{2} = \frac{77}{2} = 38{,}5\,\Box^0$

Sei ferner:

de $=8^0$ u. e $=3^0$, so ist Trap. No. 5 $= \frac{(7+3).8}{2} = 10.4 = 40{,}0\,\Box^0$

ef $=6^0$ u. f $=4^0$, „ „ „ No. 6 $= \frac{(3+4).6}{2} = 7.3 = 21{,}0\,\Box^0$

fg $=6^0$ u. g $=2{,}5^0$ „ „ No. 7 $= \frac{(4+2{,}5).6}{2} = 6{,}5.3 = 19{,}5\,\Box^0$

gh $=5{,}5^0$ u. h $=2{,}5^0$ „ No. 8 $= \frac{(2{,}5+2{,}5).5{,}5}{2} = 13{,}75\,\Box^0$

u. hB $=4^0$, so ist das Dreieck No. 9 $= \frac{4\times 2{,}5}{2} = 2.2{,}5 = 5{,}0\,\Box^0$

folglich das ganze Segment

No. $(1+2+3+4+5+6+7+8+9) = 189{,}65\,\Box^0$

Hier waren die in der Abscissenlinie AB liegenden Ordinaten der Enddreiecke und der Trapezien ungleich, und daher konnte in der Berechnung keine Verkürzung angebracht werden. Eine Verkürzung aber findet statt, sobald die Höhen der Dreiecke und Trapezien, oder die Entfernungen der Perpendikel alle gleich groß genommen werden können.

Es sollen wieder die Buchstaben: a, b, c, d, e, f, g und h die Ordinaten bezeichnen, ihre Entfernung aber sei durchgängig = H; alsdann erhält man für das ganze Segment

$$\frac{(a+b)H}{2}+\frac{(b+c)H}{2}+\frac{(c+d)H}{2}+\frac{(d+e)H}{2}+\frac{(e+f)H}{2}+\frac{(f+g)H}{2}+\frac{(g+h)H}{2}=S$$

Die 2 ist also hier der gemeinschaftliche Nenner, und braucht nur einmal da zu stehen, so auch die gleiche Höhe H als gemeinschaftlicher Faktor. Man erhält daher den kürzeren Ausdruck:

$$\frac{(a+b+b+c+c+d+d+e+e+f+f+g+g+h).H}{2}=$$

$$\frac{(a+2b+2c+2d+2e+2f+2g+h)H}{2}$$

$$=\left(\frac{a}{2}+b+c+d+e+f+g+\frac{h}{2}\right)H=S$$

Diese letztere und einfachste Formel enthält für gleiche Ordinaten-Entfernungen die Regel zur einmaligen Berechnung des Flächeninhaltes vom ganzen Segment, und es ist diese Regel folgende:

„Man nimmt die halbe Summe der ersten und letzten „Ordinate, addirt zu derselben die Summe der Längen „aller zwischenliegenden Ordinaten, und multiplicirt „endlich das hier Erhaltene mit der gemeinschaftlichen „Höhe H, aller Trapezien (oder was dasselbe ist, mit „der gleichen Entfernung aller Ordinaten)."

Z. B. Wie groß ist der Flächeninhalt vorigen Segmentes (Fig. 142) wenn die Höhen seiner Ordinaten zwar dieselben wie vorhin sind, ihre Entfernung H von einander aber immer dieselbe ist, und 6,39 Ruthen beträgt?

Hier ist also die Berechnung folgende:

$$\frac{(a+h)}{2}=\frac{4{,}5^{\circ}+2{,}5}{2}=\frac{7^{\circ}}{2}=3{,}5^{\circ}$$

hierzu:

$b+c+d+e+f+g = 3^{\circ}+4^{\circ}+7^{\circ}+3^{\circ}+4^{\circ}+2{,}5^{\circ} = 23{,}5^{\circ}$

also $\left(\frac{a}{2}+b+c+d+e+f+g+\frac{h}{2}\right) H = 6{,}39 \times 27{,}0^{\circ}$

4473

1278.

folglich der Flächeninhalt des Segmentes $= 172{,}53 \square^{\circ}$

Probe.

$$No. 2 = \frac{(a+b)H}{2} = \frac{(4{,}5+3)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 23{,}9625 \square^{\circ}$$

$$No. 3 = \frac{(b+c)H}{2} = \frac{(3+4)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 22{,}365 \square^{\circ}$$

$$No. 4 = \frac{(c+d)H}{2} = \frac{(4+7)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 35{,}145 \square^{\circ}$$

$$No. 5 = \frac{(d+e)H}{2} = \frac{(7+3)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 31{,}95 \square^{\circ}$$

$$No. 6 = \frac{(e+f)H}{2} = \frac{(3+4)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 22{,}365 \square^{\circ}$$

$$No. 7 = \frac{(f+g)H}{2} = \frac{(4+2{,}5)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 20{,}7675 \square^{\circ}$$

$$No. 8 = \frac{(g+h)H}{2} = \frac{(2{,}5+2{,}5)6{,}39}{2} = \ldots\ldots 15{,}975 \square^{\circ}$$

daher beträgt wie vorhin die Fläche des Segmentes $= 172{,}5300 \square^{\circ}$

Die am Ende des zu berechnenden Segments liegenden beiden Dreiecke No. 1 und 9, werden nicht besonders berechnet, weil die erste und letzte Ordinate in der Rechnung gänzlich wegfällt, und somit = o ist. Gesetzt aber auch, die Höhe des letzten Dreiecks sei etwas über oder unter 5 Ruthen, doch aber nicht viel, so wird dieses auf den Inhalt des ganzen Abschnittes keinen beträchtlichen Einfluß haben.

Liegt jedoch nur an einem Ende ein Dreieck, am andern aber ein Trapez, so ist leicht einzusehen, wie alsdann gerechnet werden muß. Die eine End-Ordinate beim Dreieck ist = o, und die vom Trapez wird zur Hälfte in Rechnung gebracht.

Wollte man aber bei jeder Ruthe eine Ordinate messen, was freilich etwas weitläuftig wäre, so bedürfte es nicht einmal einer Multiplikation, weil alsdann die gemeinschaftliche

Höhe = 1 ist, sondern man erhält, wenn am Ende Trapezien liegen, und S, wie vorhin des zu berechnenden Segmentes Inhalt bedeutet:

$$S = \frac{1}{2}a + b + c + d + e + f + g + \frac{h}{2}$$

Läge aber an jedem Ende ein Dreieck, so ist für $H = 1$

$$S = b + c + d + e + f + g$$

Liegt aber nur an dem einen Ende ein Dreieck, so ist

$$S = (\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + f + g).$$

§. 158.

Wird nicht die größte Schärfe erfordert, und gleicht das Segment einem flachen Kreisabschnitte, Taf. XXVII. Fig. 143., so ist nur nöthig, etwa in der Mitte eines solchen Segments eine einzige Ordinate ab zu messen, und alsdann das Segment als $\frac{2}{3}$ eines Rechtecks ABCD anzusehen, welches mit dem Segmente einerlei Grundlinie CD und Höhe ab hat, und es ist demnach ein solches Segment $= \frac{2(CD \times ab)}{3}$.

Wäre z. B. $CD = 15^0$ und $ab = 7' = 0{,}7^0$, so ist

$$S = \frac{2(15 \times 0{,}7)}{3} = \frac{2 \times 10{,}5}{3} = 2 \times 3{,}5 = 7 \square \text{Ruthen}.$$

Je **kleiner** ab gegen CD ist (d. i. die Höhe gegen die Grundlinie), desto richtiger ist diese Regel. Hat aber die Höhe ab gegen die Grundlinie CD eine beträchtliche Größe, und wird nicht die größte Schärfe oder Genauigkeit verlangt, so nimmt man nicht $\frac{2}{3}$, sondern $\frac{3}{4}$ vom Rechtecke ABCD; sogar auch dann, wenn das Segment einen wahren Halbkreis bildet, wird hierbei nicht viel gefehlt. Für letzteren Fall kann $CD = 2$ und $ab = 1$ gesetzt werden. Der Inhalt ist alsdann $= \frac{2.3}{4} = \frac{3}{2} = 1{,}5$. Die genauere Rechnung giebt bekanntlich $\frac{3{,}14}{2} = 1{,}57$, denn das Quadrat des Radius verhält sich bekanntlich zum Inhalte des Kreises $= 1 : 3{,}14$

und „ „ „ Halbkreises $= 1 : 5, 7.$

Etwas zu groß würde jedoch $\frac{4}{5}$ sein.

So kann die Rechnung geführt werden, wenn nicht die größte Schärfe verlangt wird, wenn Hütungsreviere zu vermessen sind, wo der Grad der Genauigkeit nicht so gesucht wird, wie ihn der Oekonom bei Wiesen- oder Ackermessungen verlangt und mit Recht verlangen kann.

§. 159.

Ist eine krummlinigte Figur (wie z.B. Taf. XXVII. Fig. 144) richtig aufgenommen, und ebenso richtig aufgetragen, so ist ihre Berechnung leicht.

Man zieht innerhalb derselben (oder nach Umständen auch wohl außerhalb) nach ihrer größten Länge eine Hauptlinie, wie hier die AB, die man auch wohl die Axe der Figur nennt; zerschneidet hierauf die aufgetragene Figur in lauter Trapezien, deren Parallelen auf AB senkrecht, und deren Höhen alle gleich sind, und welche, wenn es sonst angeht, zu 10 oder 20 Ruthen genommen werden können.

Am Ende bei A und B mögen ein Paar Segmente liegen bleiben. An jeder Parallele a, b, c, d, e, f, g, h und i schreibe man ihre Länge (wie in der Figur zu sehen) deutlich an, und bemerke auch die Höhen der Endsegmente (bei A und B). Die gemeinschaftliche Höhe der Trapezien sei hier = 10 (Ruthen), so steht nun die Berechnung nach §. 157., für Fig. 144., wie folgt: $\frac{14,8}{2} = \frac{1}{2}a = 7,4$

$b+c+d+e+f+g+h=$

$17,9+16,5+14,3+18,2+18,3+19,2+18,1=119,5$..

$\frac{14,1}{2} = \frac{1}{2}i = 7,05$.

giebt $= 133,95$.

mit der gemeinschaftlichen Höhe H = 10 multiplicirt, giebt: $133,95 \times 10 = 1339,5$.. □°

Hierzu das Endsegment bei A addirt, welches nach §. 158 ist: $\frac{2(14,8\times4)}{3} = \frac{118,4}{3} = \ldots\ldots 39,466$ □°

ferner das Endsegment bei B, welches ist nach §. 155.: $\frac{2(14,1\times3)}{2} = 2\times14,1 = 28,2$.. □°

folglich ist der Flächeninhalt der krummlinigten Figur (Fig. 144.) = 1407,166 □°.

d. i. 1407□° und 17□Fuß, bis auf die kleinen Seitenabschnitte (ab rechts, bc und de links der Figur), welche, wenn sie bedeutend sind, und sich nicht etwa gegen einander aufheben, noch besonders zu berechnen sind.

Diese Inhaltsberechnung krummlinigter Figuren, findet sehr oft ihre Anwendung, und ist in den meisten Fällen weit bequemer als jede andere. Man kann nicht leicht fehlen, so wenig in der Messung der Parallelen, wie in der Rechnung selbst, welche letztere fast weiter nichts erfordert, als die Kunst richtig zu addiren und zu multipliciren.

Soll aber nicht blos eine Inhaltsberechnung, sondern auch noch eine Theilung vorgenommen werden, so wird es gut sein, jedes Trapez mit seinen etwaigen Segmenten besonders zu berechnen, und alsdann nach der weiter unten beschriebenen Theilungsmethode zu verfahren.

Aufnahme und Berechnung krummlinigter Ackerstücke.

§. 160.

Daß fast alle Grenzlinien oder Scheidefurchen der mehresten Ackerstücke sehr gebogen oder gekrümmt sind (obgleich gerade Scheidefurchen sich nicht nur weit schöner ausnehmen, sondern auch die vorzügliche Eigenschaft haben, daß ihre Richtung durch die beiden Endpunkte bestimmt sind) ist blos in der Acker-Habsucht des Landmannes zu suchen, denn einer arbeitet sich immer nach und nach in gekrümmter Linie geflissentlich oder nicht in das Stück seines Ackernachbars hinein, ohne zu bedenken, daß ihm seine so gewonnene Beute auf der anderen Seite auf gleiche Weise wieder entrissen, und im Ganzen durch solche diebische Aushöhlung wenig oder nichts gewonnen wird.

Außer der Ackerhabsucht hat auch wohl die Ungeschicklichkeit der Pflügenden den krummen und oft doppelt krummen Zug der Scheidefurchen veranlaßt, denn selten kann der Pflügende genau in gerader Richtung bis zum anderen Ende des Ackerstückes sich hinrichten, und deshalb nimmt er auch wohl unwillkürlich eine krumme statt der geraden Richtung. Soll er dieser unverrückt folgen, so ist nöthig, daß in den Scheidefurchen alle 20 bis 25 Ruthen leicht in die Augen fallende Grenzsteine gesetzt werden.

Viele lieben auch die krummen Grenzfurchen und ziehen sie den geraden deshalb weit vor, weil die ersteren das diebische Abpflügen nicht so leicht verrathen, als die letzteren, denn die gerade Linie hat nur eine Richtung, während die krumme vielfältig und unvermerkt kann geändert werden.

Kein Ackerinteressent besonders der eigensinnige, hab- und kurzsichtige Bauer, läßt seine gebogene Ackergrenze gern, wie es sein müßte, in eine geradlinigte umschaffen, denn bald befürchtet er einen merklichen Verlust an Bodengüte, bald an der Melioration (oder Besserung) und was dergleichen Vorwände mehr sind. Es bleibt dem Geometer daher weiter nichts übrig, als sich in solchen Fällen für seine Mühe ansehnlich bezahlen zu lassen.

In Preußen pflegt man jedoch jetzt überall gerade Scheidefurchen anzutreffen, wo entweder eine Gemeinheitstheilung vorgegangen, oder Felder erst urbar gemacht sind. Uebrigens trifft man oft auch zwiefach krumme Scheidefurchen an.

§. 161.

Der Ausrechnung 2c. krummlinigter Ackerstücke gehe zuerst der als wahr anzunehmende Satz voraus:

„Ein gekrümmtes Ackerstück acefdb (Taf. XXVII. Fig. 145.) „kann als ein Trapez aefb angesehen und berechnet werden, „dessen Höhe der Perpendikel gh, und dessen Parallelen

„die Breiten ab und ef sind. Je näher nun ab und ef „einander liegen, oder je kürzer der Perpendikel gh „(als Höhe) ist, desto näher kömmt dieser Satz der „Wahrheit.“

Das Segment ace, wird dem Segmente bdf gleich sein, oder kann ihm füglich gleich geachtet werden, und dann braucht es weiter keines Beweises, denn auf der vordern Seite links wird soviel zugelegt, als auf der zur Rechten abgeschnitten worden.

Es ist hierbei (was jedoch nicht jederzeit gefunden wird) angenommen, daß ab parallel ef. Aber wenn auch beide Breiten ab und fe nicht parallel sind, so wird es unten oder oben noch ein Dreieck efk geben, das besonders berechnet, und dessen Flächeninhalt zu dem Inhalt des Trapeziums abfe addirt werden muß. Es kann auch oben und unten ein Dreieck übrig gelassen werden, die dann noch zu addiren sind.

§. 162.

Gesetzt, es sollte der Flächeninhalt des doppelt gekrümmten Ackerstückes, Taf. XXVII. Fig. 146., nachdem es richtig aufgetragen worden, berechnet werden.

Auflösung. Man lege 1.) neben dieses Stück die allgemeine Höhenlinie CD, und ziehe von a aus, ad, senkrecht auf CD, so ergiebt sich das Enddreieck abc, dessen Höhe die dk angiebt, wenn bk parallel ad.

2.) Stecke man in den Punkten e, f, g und h die Höhen der zum Ausrechnen nöthigen Trapezien, der Bequemlichkeit wegen zu 20 und 20 Ruthen ab.

3.) Ziehe man die Perpendikel ei, fl, gm und hn, und zuletzt op und qz, wie Fig. 146. ausweis't.

4.) Werden die Parallelen oder Durchschnitte ac, is, lr, mx, ny und pv der Reihe nach gemessen, und zur Deutlichkeit ihre Maaße an diese Linien angeschrieben, so wie man auch die Höhen kd, de, ef, fg, gh, ho und oq gehörigen Orts anschreibt, worauf die Berechnung folgende ist:

1.) Dreieck abc $= \frac{15,9 \times 7,5}{2} = \frac{119,25}{2} = \ldots 59,625 \square^{o}$

2.) Trapez №1 $= \frac{(15,9+20,5)20}{2} = 36,4 \times 10 = \ldots 364, \ldots \square^{o}$

3.) „ №2 $= \frac{(20,5+15,0)20}{2} = 35,5 \times 10 = \ldots 355, \ldots \square^{o}$

4.) „ №3 $= \frac{(15+12,2)20}{2} = 27,2 \times 10 = \ldots 272, \ldots \square^{o}$

5.) „ №4 $= \frac{(12,2+13,3)20}{2} = 25,5 \times 10 = \ldots 255, \ldots \square^{o}$

6.) „ №5 $= \frac{(13,3+15,4)9,2}{2} = \frac{264,04}{2} = \ldots 132,02 . \square^{o}$

7.) Dreieck pvz $= \frac{(15,4 \times 11,3)}{2} = 7,7 \times 11,3 = \ldots 87,01 . \square^{o}$

folglich ist der Flächeninhalt von Fig. 146 = 1524,655 $\square^{o}$ wofür man füglich annehmen kann = 1525 $\square$ Ruth.

§. 163.

Angenommen nun, dieses Stück sei mit dem nachbarlichen verglichen, um 157 $\square$ Ruthen zu klein befunden worden, und diese fehlende Anzahl Quadratruthen sollten dem Grundstücke Fig. 146, dem sie fehlen, an der krummen Grenzlinie az wieder zugelegt werden, und zwar durchgängig in gleicher Breite. Die Länge, die hier in Rechnung kommen muß, ist nicht die gegebene az (Fig. 146), sondern die ihr entsprechende dq, welche daher zu messen, und hier 100,5 Ruthen lang gefunden wird. Mit dieser erhaltenen Länge in den gegebenen Inhalt (also in 157 $\square^{o}$) dividirt, giebt die Breite des zuzulegenden gebogenen Streifens zum Quotienten, welche hier ist: $\frac{157}{100,5} = 1,56$ Ruthen.

Diese Breite von 1° 5′ 6″ ist in der Richtung der Parallelen ab, is, lr u. s. w. dem Stücke beizulegen, welche daher alle um 1,56 zu verlängern wären.

§. 164.

Gesetzt aber, es würde dem Geometer aufgegeben, diese 157 $\square$ Ruthen nicht in gleicher Breite, sondern in Gestalt eines gebogenen Dreiecks, an der Linie az anzubringen, wie wird er dieses möglich machen?

Antwort: Er schließt: In z sei die Zulage = o, so ist sie in a = 2×1,56 = 3,12; wie groß wird diese Zulage demnach in i sein müssen?

Man messe die Höhe von iz = eq auf der Höhenlinie CD (Fig. 146), welche erstere = 80,5 Ruthen gefunden wird, und schließe nun:

$$dq : eq = 3{,}12 : x$$

$$\text{oder } 100{,}5 : 80{,}5 = 3{,}12 : x$$

$$: 5 \text{ giebt } 20{,}1 : 16{,}1 = 3{,}12 : x$$

$$\text{und } : 3 \quad „ \quad 6{,}7 : 16{,}1 = 1{,}04 : x$$

$$\text{daher } \frac{16{,}1 \times 1{,}04}{6{,}7} = 2{,}5 \quad = x$$

die Zulage im Punkte i beträgt demnach 2° 5'.

Für die Zulage im Punkte l schließt man:

$$dq : fq = 3{,}12 : x$$

$$\text{oder: } 100{,}5 : 60{,}5 = 3{,}12 : x$$

$$: 5, \text{ giebt } 20{,}1 : 12{,}1 = 3{,}12 : x$$

$$\text{und } : 3 \quad „ \quad 6{,}7 : 12{,}1 = 1{,}04 : x$$

$$\text{folglich } x = \frac{12{,}1 \times 1{,}04}{6{,}7} = \frac{12{,}584}{6{,}7} = 1{,}879 \text{ Ruthen.}$$

Es muß also rl über l hinaus um 1,87 Ruthen verlängert werden. Auf gleiche Weise findet man ferner die Zulage für den Punkt m = 1,25; für den Punkt n = 0,63 und für den Punkt p = 0,35 Ruthen. Es versteht sich, daß auch hier alle Zulagen in der Richtung der auf DC senkrechten Parallelen abgemessen werden müssen.

§. 165.

Aufgabe 5.) Wie geschieht die richtige Aufnahme und Berechnung eines wie Figur 147 Taf. XXVIII. gekrümmten Ackerstückes?

Auflösung A.) Die Aufnahme betreffend: Bedient man sich der Boussole, so nimmt man

1.) Die Declination der schrägen Linie ba, und mißt dieselbe, wobei man in ihr zugleich alle Punkte genau bemerkt, wo eine Grenzfurche vorkömmt, und dieses Alles im Manuale

notirt. Man mißt aber nicht jede Breite einer Grenzfurche besonders, sondern in einem Zuge fort, so daß man nur bei jeder Furche bemerkt, wieviel Ruthen, Fuß rc. im Ganzen vorüber sind, wie in Figur 147 die Zahlen: 14,3; 38,8; 57,1 und 72,8 ausweisen, (nämlich von a nach b hin).

Die schräge Breite des ersten Stücks ist also 14,3 des zweiten aber:

38,8 — 14,3 = 24,5,
des dritten aber 57,1 — 38,8 = 15,3,
„ vierten „ 72,8 — 57,1 = 15,7 (Ruthen).

Es geben die Differenzen der aufgeschriebenen Zahlen die besonderen Breiten.

Sobald man bei b fertig ist, geht man nach a zurück, wo die Boussole noch aufgestellt steht. Hierauf visire man

2) aus a nach d, addire zu oder ziehe von der hier erhaltenen Declination ad ab 90 Grad, damit man die Linie ca so anlegen kann, daß Winkel cad ein rechter (R) wird, oder doch wenigstens beinahe. Die gefundene Declination von ca ist nun die Declination aller noch zu ziehenden und zu messenden Parallellinien.

Ist in c ein Stab gesteckt, so wird ac ebenso, wie vorhin ab gemessen, d. h. die Scheidefurchen werden bemerkt, die Kette aber geht in einem Zuge fort.

Die Unterschiede der Zahlen geben wieder die besonderen Breiten der Stücke.

Für das erste Stück 14,1
„ „ zweite „ 37,3 — 14,1 = 23,2
„ „ dritte „ 55,2 — 37,3 = 17,9
„ „ vierte „ 69,7 — 55,2 = 14,5

Nun wird bc gemessen, und auch ihre Declination genommen. Die Ordinaten, welche überdieß nur unbedeutend sein werden, zu messen und aufzunehmen, ist nicht nöthig.

3.) Hierauf geht man nach a zurück, messe von da aus die ad, setze die Boussole in d, und bestimme, indem man die Nadel denselben Grad einspielen läßt, den sie in a zeigte,

die Lage der Parallele de, und läßt in e einen Stab setzen, um de ebenso wie vorhin ac zu messen. In der Figur findet man die Zahlen angeschrieben. Aus e wird dann ec gemessen und visirt.

4) Ebenso verfährt man bis zur letzten Parallele kl.

5) Zuletzt ist noch km und ml zu messen, um das Dreieck kml auftragen zu können. In lm sind die Furchen wieder zu bemerken, so wie es oben in ab geschehen.

Die Stationen in der Linie al oder die Punkte d, g, i sind so zu wählen, daß sie etwa höchstens 30 Ruthen von einander entfernt sind, und sich da befinden, wo man eine merkliche Krümmung, wie z. B. in i bemerkt.

Da man sich in der Figur mit jeder neuen Parallele wieder abschließt, und das vorgegebene Feld theilweise aufgenommen wird, so kann die Richtigkeit der Figur keinem Zweifel unterworfen sein. Man setzt die Aufnahme bis auf die Schlußdreiecke, aus lauter Trapezien zusammen.

Man wird vielleicht dieses Verfahren als eine sehr weitläufige Arbeit finden, allein auf eine zuverlässigere, leichtere und zugleich kürzere Art, kann diese Aufgabe nicht gelös't werden.

B) Die Flächeninhaltsbestimmung.

1) Nachdem die Figur ordentlich aufgetragen ist, wobei die Ordinaten füglich, (weil sie unbedeutend sein werden, und die Segmente sich einander ersetzen), weggelassen werden, muß man zunächst die besonderen Breiten aller Stücke in jeder Parallele durch die Subtraktion berechnen, und gehörigen Orts, (wie hier geschehen) in der aufgetragenen Figur anschreiben, um hernach in der Berechnung nicht aufgehalten zu werden.

2) Ziehe man die allgemeine Höhenlinie PQ außerhalb der Figur, mit den Parallelen ac, de u. s. w. senkrecht, und verlängere diese Parallelen bis an die allgemeine Höhenlinie.

3) An beiden Enden der hier gegebenen Figur liegen nicht Trapezien, sondern Trapezoiden, welche zusammen die

End- oder Schlußdreiecke ausmachen. Sich hier die Rechnung zu erleichtern, halbire man die schrägen Breiten der Aecker und lege durch die Halbierungspunkte Perpendikel auf die Höhenlinie PQ, und verlängere die kürzeren Grenzfurchen in ihrer Richtung bis auf diese Perpendikel, wodurch man lauter Trapezien erhält, deren zweite Parallele nach dem verjüngenden Maaßstabe zu messen, und ihr Maaß gehörigen Orts anzuschreiben ist, wie es die Figur zeigt.

4) Nun messe man in der allgemeinen Höhenlinie von R nach P alle Höhen der Endtrapezien, und schreibe diese Höhenmaaße neben den Parallelen an; messe auch in dieser Linie (PQ) alle Höhen der Mitteltrapezien, welche durch die Theile RO, OS, ST und TV angegeben werden.

5) Von V gegen Q hin, liegen die Höhen der End-Trapezien, welche noch zu messen und anzuschreiben sind.

Nun ist Alles zur Berechnung vorbereitet. Man fängt die Rechnung nun beim längsten Stücke A an, welches jetzt, sowie die Stücke B, C und D, aus sechs Trapezien besteht, folglich auch sechs Rechnungen erfordert. Man fängt nun mit dem Stücke A von oben her an; wobei jedoch noch zu bemerken ist, daß die unmittelbar unter den schrägen Breiten der Stücke A, B, C und D stehenden Zahlen: 14; 6; 18; 23,3 und 14,1 nicht die Längen dieser Breiten, sondern die der sie durchschneidenden, auf PQ gefällten senkrechten Breiten bezeichnen, daher:

erstes Trapez (unter A) $=(116'+145').\frac{300'}{2}=436{,}50$ □ Ruth.

zweites „ „ $=\frac{(115'+136').23}{2}=323{,}15$ ditto

drittes „ „ $=(136'+138').\frac{22}{2}=301{,}40$ ditto

viertes „ „ $=\frac{(138'+138').523'}{2}=721{,}74$ ditto

fünftes „ „ $=(138'+145').\frac{418}{2}=633{,}92$ ditto

sechstes „ „ $=(145'+191').\frac{22}{2}=369{,}60$ ditto

daher der Inhalt des krummlinigt. Ackerst. A $=2786{,}71$ □ Ruth.,

welches (wie wir annehmen wollen) nach dem Flurbuche 13 Morgen halten soll.

Was über 50 □' ist, gilt für eine Quadratruthe, und was unter 50 □' ist, wird nicht gerechnet, daher schreiben wir anstatt 2786,71 □Ruthen (für A) dafür 2787 □° für A. Das Ackerstück B enthält nach dem Flurbuche 11 Morgen.

Erstes Trapez (unter B)	$=\frac{(180'+179').213}{2}$	$=\ldots 382{,}38$	□°
zweites 〃 〃	$=\frac{(179'+159').230}{2}$	$=\ldots 388{,}70$	〃
drittes 〃 〃	$=(159'+150').\frac{22}{2}$	$=\ldots 339{,}90$	〃
viertes 〃 〃	$=\frac{(150'+131').523}{2}$	$=\ldots 734{,}81$	〃
fünftes 〃 〃	$=(131'+117').\frac{448}{2}$	$=\ldots 545{,}52$	〃
sechstes 〃 〃	$=(117'+121').\frac{152}{2}$	$=\ldots 180{,}88$	〃
folglich der Inhalt des Ackerstückes B	$=$	2571,19	□°
wofür wir nach voriger Regel setzen: B	$=$	2571	□°.

Das krummlinigte Ackerstück C soll nach Angabe des Flurbuches enthalten 16 Morgen.

Erstes Trapez (unter C)	$=\frac{(233'+232').125'}{2}$	$=\ldots 290{,}60$	□°
zweites 〃 〃	$=\frac{(232'+222').230'}{2}$	$=\ldots 522{,}10$	〃
drittes 〃 〃	$=(222'+188').\frac{220'}{2}$	$=\ldots 451{,}00$	〃
viertes 〃 〃	$=\frac{(188'+187').523}{2}$	$=\ldots 980{,}62$	〃
fünftes 〃 〃	$=(187'+161').\frac{448'}{2}$	$=\ldots 779{,}52$	〃
sechstes 〃 〃	$=\frac{(161'+164').87'}{2}$	$=\ldots 141{,}37$	〃
folglich der Flächeninhalt des Ackerstücks C	$=$	3165,21	□°
wofür man aber nur annimmt: C	$=$	3165	□°.

Das krummlinigte Ackerstück D soll nach dem Flurbuche halten 8 Morgen.

Erstes Trapez (unter D) $=(140'+141').\frac{36'}{2} =\ldots$ 50,53 □R
zweites „ „ $=\frac{(141'+150').230}{2} =\ldots$ 333,50 „
drittes „ „ $=(150'+147').\frac{220'}{2} =\ldots$ 326,70 „
viertes „ „ $=\frac{(147'+135').523}{2} =\ldots$ 737,43 „
fünftes „ „ $=(135'+87').\frac{448'}{2} =\ldots$ 497,28 „
sechstes „ „ $=\frac{(87'+82').41}{2} =\ldots$ 34,65 „
folglich der Flächeninhalt des Ackerstückes D = 1980,14 □R

Das ganze vorgegebene Feld enthält also:

1) für das Stück A =	2787 □R	= 13	Flur-Morgen,	
2) „ „ „ B =	2571 □R	= 11	„	„
3) „ „ „ C =	3165 □R	= 16	„	„
4) „ „ „ D =	1980 □R	= 8	„	„
folglich im Ganzen =	10503 □R	= 48	Morgen,	und

es kommen demnach auf den Morgen $\frac{10503}{48} = 218\frac{13}{16}$ □R (Ruthen).

C) Die Eintheilung oder eigentliche Berechnung.

Wir wissen nun, daß die vermessenen 48 Flur-Morgen 10503 □R (Quadratruthen) halten, und daß demnach auf jeden dieser Flur-Morgen $218\frac{13}{16}$ □R gehen. Das Ackerstück A von 13 Flur-Morgen, muß daher halten $2844\frac{9}{16}$ □R

„	B „ 11	ditto	„ „ „	$2406\frac{15}{16}$ „
„	C „ 16	ditto	„ „ „	3501 „
„	D „ 8	ditto	„ „ „	$1750\frac{8}{16}$ „

folglich Ackerstück A+B+C+D in Summa = 10503 □R.

Um dem Nachdenken überhoben zu sein, wieviel einem Ackerstücke auf der einen Seite zu nehmen, und auf der anderen wieder zu geben ist, damit es seine richtige proportionirte Größe erhalte, pflegt man sich eine Tabelle wie nachstehende anzulegen, in welcher für gegenwärtigen Fall die Berechnung vom Ackerstücke D angeht, weil hier auf dem

Felde die Vermessung aus den Stationen d, g, i ꝛc. angefangen wurde.

1. Ackerstück.	2. Flur-Morgen.	3. halten jetzt □R	4. sollen halten □R	5. zu wenig □R	6. zu viel □R	7. endet sich jetzt mit □R	8. soll sich endigen mit □R	9. rückt vor	10. tritt zurück.
D	8	1980	$1750\frac{8}{16}$	—	$229\frac{9}{16}$	1980	$1750\frac{8}{16}$	—	$229\frac{8}{16}$
C	16	3165	3501	336	—	5145	5251	106	—
B	11	2571	$2406\frac{15}{16}$	—	$164\frac{1}{16}$	7716	$7658\frac{1}{16}$	—	$57\frac{9}{16}$
A	11	2787	$2844\frac{9}{16}$	$57\frac{9}{16}$	—	10503	—	—	—
				$393\frac{9}{16}$	$393\frac{9}{16}$				

Die Summe der in der 5ten und 6ten Columne stehenden Zahlen, wovon No. 5. zeigt, was zugegeben, und No. 6., was abgenommen werden muß, müssen am Ende gleich sein, weil den zu kleinen Stücken, nicht mehr zugelegt werden kann, als die zu großen verlieren.

Die 7te Spalte zeigt, wieviel Quadratruthen in der ersten, zweiten, dritten, vierten ꝛc. Furche vorüber waren. Die mit No. 8. überschriebene Columne aber zeigt an, wieviel eigentlich, wenn jedes Stück die ihm gebührende Größe haben soll, vorüber sein müssen.

Die Columne No. 9. giebt an, um wieviel Quadratruthen die zweite Grenzfurche eines Ackerstücks von al her gerechnet, gegen bm hin zu verschieben sei.

Die 10te Spalte endlich zeigt, welcher Ackerstücke zweite Endfurchen gegen al hin, zurück zu ziehen sind.

§. 166.

Dieses Vorrücken oder Zurückziehen der zweiten Scheidefurchen, nämlich von al angerechnet, soll nun hier näher bestimmt und berechnet werden.

Die zweite Scheidefurche des Ackerstücks D, soll der Tabelle gemäß, um 229½ □R zurück nach al verlegt werden, d. h. das Stück D soll an dieser Furche und nach deren gekrümmten Richtung einen Streifen verlieren, der

229½ □R enthält; und es ist demnach die Frage: „Wie breit muß derselbe sein?"

Man bestimme, ein für allemal die Länge der Höhenlinie RV = 23° + 22° + 52,3° + 44,8° = 142,1°. Hierzu addire man die in PQ bemerkte Höhe beider Endtrapezien dieses Stücks (D), so hat man:

142,1° + 3,6° + 4,1° = 149,8°,

welche Summe als die völlige Höhe des Ackerstücks D angesehen werden kann, für welche man aber unbeschadet 150° setzen darf, und giebt den Divisor; 229½ aber, mit Hinweglassung des Bruchs (½) den Dividendus.

Die Breite des abzunehmenden Streifen ist daher =

$\frac{229}{150}$ = 1,52°.

Man muß also in jeder Parallele, der bei der Vermessung vorgefundenen Breite 1° 5′ 2″ abziehen. Hier haben wir von al an gerechnet, für die zu berichtigende Breite des Ackerstücks D; 1) in ac, 14,1° — 1,52° = 12,58
2) in de, 15,0° — 1,52° = 13,48
3) in gf, 14,7° — 1,52° = 13,18 und
4) in ih, 13,5° — 1,52° = 11,98 u. s. w.

Nach der Tabelle rückt die zweite Scheidefurche des Stücks C, um 106 □R vor. Die mittlere Höhe ist 142,1° + 12,5° + 8,7° = 163,3°, wofür wir aber 164° annehmen wollen.

Die Breite des zuzulegenden Streifen ist daher

$\frac{106}{164}$ = 0,65, also 6′ 5″

mithin haben wir in den Linien:

1) in ac, 37,3 + 0,65 = 37,95
2) in de, 37,2 + 0,65 = 37,85
3) in gf, 33,5 + 0,65 = 34,15
4) in hi, 33,2 + 0,98 = 34,18 u. s. w.

Die Tabelle sagt ferner, daß die zweite Furche des Stücks B um 57 □R zurückgezogen werden soll. Die mittlere Höhe für dasselbe ist 142,1 + 21,3 + 15,2 = 178,6; wofür der Bequemlichkeit der Rechnung wegen 180 gelten mag.

Die Breite des abzunehmenden Streifen ist daher:

$$\frac{57}{180} = 0{,}32.$$

demnach für 1) in ac, 55,2 — 0,32 = 54,88
2) in de, 53,1 — 0,32 = 52,78
3) in gf, 48,5 — 0,32 = 48,18
4) in hi, 45,3 — 0,32 = 44,98 u. s. w.

Bei den schrägen Endlinien nimmt man ab oder legt zu, und zwar nicht in der schrägen Linie, sondern ohngefähr parallel mit ac und kl soviel berechnet worden ist, ohne wie in den Parallelen ac, de u. s. w. geschieht, den ganzen Kettenzug vorzunehmen. So nimmt man dem Stücke D ohngefähr parallel mit ac, 1° 5′ 2″ ab, giebt dem Stück C hingegen 0,65°, und nimmt dem Stücke B, 0,32°.

Es versteht sich nun wohl von selbst, daß durch die Parallelen ac bis lk die Kettenzüge wie bei der Aufnahme wieder vorgenommen werden, und daher die Stationen oder die Punkte a, c, d, e ꝛc. deutlich bezeichnet sein müssen.

Im Memoriale werden die neuen berechneten Zahlen, neben den alten bei der Vermessung gefundenen mit rother Tinte angeschrieben. Auf dem Felde läßt man die Parallelen von al aus, genau wieder übermessen, und bezeichnet durch ein Pfählchen die berechneten Punkte, von wo aus von nun an die neuen Furchen durch gehen müssen; so hat man nun in ac:

statt 14,1 nur 12,58 zu nehmen
„ 37,3 aber 37,95 „ „
„ 55,2 „ 55,88 „ „ u. s. f.

§. 167.

Nach so geschehener Vorbereitung, ist nun die Vertheilung sehr leicht. Mit größter Sicherheit und Gemüthsruhe durchwandert der Feldmesser, das aufgeschlagene Memorial in der Hand, die Scheidefurchen der zu regulirenden Stücke, und giebt nur Acht, wenn soviel Ruthen und Fuße der Kette vorüber sind, als seine mit rother Tinte geschriebene Zahl im Memoriale anzeigt, wo er dann einen 1¼ Fuß

langen, und $1\frac{1}{4}$ Zoll ins Gevierte haltendes Pfählchen fußtief einschlagen läßt, und dieselben so lange stehen läßt, bis der Grenzstein an dessen Stelle eingesetzt worden.

§. 168.

Um die verschiedenen Breiten der zuzulegenden oder abzunehmenden Streifen zu finden, dividirten wir mit der mittleren Höhe des betreffenden Ackerstücks in die zugehörigen Restzahlen von Columne №. 9. oder 10. der obigen Tabelle. Dieses Verfahren ist eigentlich unrichtig; man sollte mit der Höhe derjeniger Endfurche dividiren, an welcher zugelegt oder abgenommen werden soll. Allein diese wird selten von der mittleren Höhe so verschieden sein, daß der Quotient auch nur in Zollen geändert wird; so z. B. giebt $\frac{57}{180} = 0{,}32^{\circ}$. Der Divisor 180 sei zu klein, dem zufolge wollen wir die Höhe der Endfurche $= 185$ setzen, so würde die richtige Breite des abzunehmenden oder zu verschmälernden Streifen sein: $\frac{57}{185} = 0{,}305$.

Der Unterschied beträgt also kaum nur 2 Zoll, und der Pflug kann doch nicht wie das Linial nach Zollen geführt werden.

Wer indessen hierin genauer sein will, der muß auch von dem Endpunkte der Furchen, Perpendikel auf die allgemeine Höhenlinie PQ (Figur 147.) fällen, wo es dann leicht sein wird, den völlig richtigen Divisor, folglich auch den ganz richtigen Quotienten zu finden; allein das Papier wird auch alsdann mit Hilfslinien und Zahlen überladen.

Bei sehr breiten Ackerstücken, ist es indessen doch rathsam, die wahre Höhe der Endfurche in Rechnung zu bringen.

§. 169.

Ist nun ein Grundstück auf diese Weise abgetheilt, so müssen die neuen Furchen den alten parallel geführt werden. Besser aber wäre es, wenn man von Flurstein zu Flurstein eine gerade Linie annehmen könnte, was jedoch von den beiden Nachbarn abhängt, ob diese die Endfurchen al

und bm auch so einrichten lassen wollen oder nicht, die aber gewöhnlich so willfährig nicht sind. Auch liegen oft an beiden Enden gekrümmte Graswege oder Raine, mit denen der Feldmesser keine Aenderung vornehmen darf.

§. 170.

Wir legten die Parallele auf dem Felde mit der Boussole. Wer nun dieses Instrument nicht besitzt, oder die Parallele mit dem Astrolabium legen will, verfahre wie folgt:

1) Er messe den Winkel abc (Figur 147.), und ziehe ihn von 90 Grad ab, so bleibt der ∟bac übrig, den man in a nehmen kann, um den Punkt c zu finden, oder die Lage der ersten Parallele bestimmen zu können.
2) Messe man den ∟dac, subtrahire denselben von 180 Grad, so giebt der Rest den ∟ade, welchen man im Punkte d ansetzen muß, damit der Punkt e gefunden und de mit ac parallel werde.
3) 180° (Grad) — ∟edg läßt den ∟dgf, und so kann bis ans Ende der Figur fortgefahren werden.

§. 171.

Auch blos mit Kette und Stäben kann man eine solche praktische Arbeit ausführen, nur daß man mehr Zeit dazu bedarf.

Den rechten (wenigstens beinahe rechten) Winkel cad, kann man entweder mittelst der Kette oder auch dem Augenmaaße nach bestimmen. Soll nun durch den angenommenen Punkt d mit ac eine Parallele gezogen oder abgesteckt werden, so ist dc zu messen und in q zu halbiren. Dann messe man aq, und mache eq = aq (der Punkt e mag außerhalb oder innerhalb der Figur fallen) so ist wegen der Congruenz der Dreiecke cqa und eqd, und hieraus zu leitender Gleichheit der Wechselwinkel dca und cde, die ed der ac parallel. Auf gleiche Weise wird die nächstfolgende Parallele fg zu ed u. s. f. gelegt. Die Enddreiecke cba und klm werden aus ihren drei Seiten aufgenommen.

§. 172.

Aufgabe 6.) Im Innern eines aufzunehmenden Grundstücks (z. B. eines Ackers, einer Wiese ꝛc.) (Taf. XXVIII. Figur 148) liegt eine von den Umfangslinien völlig abgesonderte Parcelle, etwa die Besitzung eines anderen Grundherrn; man soll dieselbe mit vermessen und ihrer Lage nach auftragen.

Auflösung. Es sei Taf. XXVIII. Fig. 148 das aufzunehmende Grundstück z. B. ein Acker, und die innerhalb desselben liegende Parcelle eine Wiese, so wähle man nach Aufgabe 3, (§. 153) innerhalb der letzteren den Centralpunkt (der Vermessung) A, und lege durch denselben die sich in demselben senkrecht durchschneidenden Hauptlinien BC und FD, so werden durch dieselben nicht allein die Punkte B, D, C, F im Umfange des Ackers, sondern auch die Punkte a, b, c, d im Umfange der inliegenden Parcelle ihrer Lage nach zu einander bekannt. Man wähle nun die Stationspunkte in beider Grundstücke Umfangslinien, und bestimme diese ganz nach den bereits bekannten Regeln, so haben Aufnahme und Berechnung durchaus keine Schwierigkeiten.

Könnte man aber den Centralpunkt A nicht ohne Nachtheil in das Innere der Parcelle legen, was z. B. der Fall wäre, wenn letztere nahe einer Seite des Ackers liegt, und somit die Hauptlinien die innere Figur nicht nach Wunsch zerlegen würden, so begnügt man sich, den Centralpunkt A so zu wählen, daß wenigstens die eine der beiden Hauptlinien die innere Parcelle schneidet, wodurch man jedenfalls zwei im Umfange der innern Figur liegende Punkte bestimmt, welche dann auch die Lage der ganzen Figur angeben.

Beim Auftragen werden nach den notirten Maaßen diese Punkte auf den Hauptlinien bestimmt, und an diese, durch die bekannte Construction von Dreiecken, die übrigen Stationspunkte, Umfangslinien, Diagonalen ꝛc., kurz, die ganze Figur niedergelegt.

Die Aufnahme der Wege.

§. 173.

Wege aller Art, größere und kleinere, werden im Allgemeinen wie die Bäche und kleinen Flüsse (§. 180) aufgenommen, wobei sich noch der Vortheil ungehindert benutzen läßt, daß man, wie es schicklich das Terrain mit sich bringt, die miteinander verbundenen Standlinien, bald auf die eine, bald auf die andere Seite des aufzunehmenden Weges legt.

Gegenstände einer Straßenaufnahme sind: alle Hauptkrümmungen, Brücken, Durchzugsschleußen, Wegweiser und Warnungssäulen, so wie die an den Straßen stehenden Gebäude. Von letzteren werden entweder die Giebelspitzen oder auch die Ecken der Fronten durch Visirlinien bestimmt. Die Breite der Häuser kann, wo es erforderlich ist, unmittelbar gemessen und mittelst des verjüngten Maaßstabes aufgetragen werden. Auch mißt man wohl — wo es nöthig scheint — die Breiten der Straße und die vielleicht an den Seiten derselben befindlichen (Chaussee-) Gräben, und nimmt auch diese auf den Plan oder Riß gehörig mit auf.

§. 174.

Aufgabe 1). Es sollen die in einem Grundstücke liegenden Wege und Gräben ꝛc. mit aufgenommen werden.

Auflösung a.) Hat ein sogenannter Feldweg, welcher durch das zu vermessende Grundstück, dessen Umfangslinien bereits nach früheren Aufgaben bestimmt worden, nur eine Hauptrichtung wie der in Figur 148. Taf. XXVIII. angegebene Weg, so ist bei Messung der Umfangslinien darauf Rücksicht zu nehmen, die Punkte, wo der Weg in die Umfangslinien eintrifft, entweder als Stationspunkte anzunehmen, oder, wenn dieß ohne andere Nachtheile nicht geschehen kann, nach Anleitung der Aufgabe №. 4 (§. 154) auf die Art, wie dort die Punkte, wo die Scheidungen eintreffen, im Memoriale zu bestimmen; zwischen diesen wird nunmehr eine gerade Linie abgesteckt, und die Abweichungen des Weges von der-

selben auf die bekannte Weise durch Messung der normalen Abstände ausgemittelt.

Auflösung b.) Hat der zu bestimmende Weg mehrere bedeutende Krümmungen, so ist dies ganz so zu betrachten, als ob dadurch ein oder mehrere Theile des Grundstücks abgeschnitten würden, und das Verfahren also ganz so, wie in Aufgabe №. 4 (§. 154).

Auflösung c.) Gewöhnliche Abzugsgräben, welche ihrer geringen Breite wegen den Messungen kein Hinderniß in den Weg legen, sind ganz nach Auflösung a oder b zu behandeln, je nachdem sie zu Auflösung a oder b gehören.

§. 175.

Aufgabe 2. Es sollen die Wege, welche durch einen Bruch führen, d. h. es soll ein Damm aufgenommen und verzeichnet werden.

Auflösung. Da es hier nicht möglich ist, Hauptlinien anzunehmen, weil man auf das nebenliegende Terrain nicht gelangen und messen kann, so muß man sich begnügen, die Breite des Dammes selbst zur Aufnahme zu benutzen.

Es sei nun Taf. XXIX. Fig. 149 ein solcher durch einen Bruch führender Damm, welcher noch zu beiden Seiten mit Abzugsgräben versehen sei. Der Bruch selbst sei der Voraussetzung nach schon aufgenommen und somit auch die Umfangslinien ab und xy, wo der Damm anstößt, bekannt.

Man stecke nun in den vorzüglichsten Wendepunkten des Dammes senkrecht Stangen ein, welche zugleich die Stationspunkte bezeichnen sollen, und zwar so, daß sie wechselseitig auf der einen und anderen Seite des Weges oder Dammes stehen, wie Figur 149 dies näher bezeichnet; der Punkt c, wo die eine Seite des Dammes an die Umfangslinie ab anstößt, ist bekannt, und seine Entfernung vom Endpunkte a im Manuale eingetragen. Man messe die Stationslinie c1, und wenn es das Terrain am Rande erlaubt, eine Linie wie b1 oder a1, um dadurch ein Dreieck zu erhalten und so die Richtung der ersten Stationslinie

bestimmen zu können. Erlaubt aber das Terrain die Messung einer solchen Linie nicht, so muß man sich begnügen, irgend wie den Winkel bc1 oder ⌊ac1 zu messen.

Nunmehr wird bei 1 der Winkel c12 gemessen und alsdann die Stationslinie 1—2; bei Station 2 wird gleichfalls der Winkel 123 gemessen und auch die Linie 2—3 und so fortgefahren, bis man den Endpunkt d des Dammes erreicht, welcher nunmehr seiner Lage in der Linie xy nach zu bestimmen ist, und woselbst auch die Stationslinie, welche hier endet, entweder durch Messung des Winkels 7dx (oder auch ⌊7dy) oder einer Diagonale, wie dies vorhin bei c angegeben worden, notirt wird. Eine Brücke, welche etwa vorkömmt, wird durch einen dabei angenommenen Stationspunkt bestimmt, und die Breite derselben besonders vermessen und angemerkt.

Das *Auftragen* hat keine Schwierigkeit. Man legt die erste Stationslinie auf eben die Art, wie sie bestimmt worden, nieder, giebt ihr die verlangte Länge, trägt an den so bestimmten Endpunkt den zugehörigen Winkel an, verlängert den erhaltenen Schenkel dem ihm zugehörigen Maaße nach, und fährt hiermit bis zu Ende fort. Man erhält hierdurch Punkte, welche wechselseitig auf einer und der anderen Seite des aufgenommenen Dammes liegen, und da die Breite desselben sich gewöhnlich überall gleich bleibt und gemessen ist, so kann man, durch entgegengesetztes Auftragen diese Breite auch für jeden Punkt den der gegenüberliegenden Seite erhalten, diese Punkte aber alle durch Linien, welche möglichst gleichlaufend (parallel) bleiben, mit einander verbinden.

Das Ausmessen 2c. solcher Grundstücke, welche zwar eine übersehbare Fläche darbieten, die aber nicht betreten werden können, als: Seen, Teiche, Sümpfe, Flüsse 2c.

§. 176.

Brüche, Teiche, Seen, Sümpfe und Moräste 2c. werden von mehreren festen Punkten oder besser von Stand-

linien aus, aufgenommen, indem man verschiedene Punkte am Rande oder Ufer anvisiret und schneidet; reichen Punkte in der Natur hierzu nicht aus, so werden die Ufer mit einer Reihenfolge von Pflöckchen versehen, an welche dann, von einem Gehilfen ein Stab senkrecht angehalten wird. Ist der Teich, See 2c. nicht zu breit, so können oft von dem einen Ufer aus, an dem jenseitigen Punkte bestimmt werden, die, wenn später das Detail jenes Ufers aufgenommen wird, einem vortheilhaft zu statten kommen. Bei Teichen oder Seen kommen der gewöhnliche Wasserspiegel, die Dämme, Fluther, Schleußen, sowie die anstoßende Länderei-Besitzungs-grenzen in Betracht.

§. 177.

Aufgabe 1.) Einen Bruch, Teich oder Sumpf 2c. der von krummen Linien eingeschlossen ist, soll aufgenommen und vermessen werden.

Auflösung. Man umschließe den Bruch, Teich oder Sumpf 2c. (Taf. XXIX. Fig. 150) mit so wenig als möglich geraden Linien, nämlich hier durch AB, BC, CD, DE und EA; sodann messe man diese Umfangslinien und die durch sie gebildeten Umfangswinkel A, B, C, D und E und notire die Krümmungen des aufzunehmenden Stücks durch auf die Umfangslinien gefällte Ordinaten (Perpendikel), wie an Figur 150 deutlich zu ersehen ist.

Da hier die Umfangslinie BC aber nicht so dicht am Teiche 2c. vorbeigeht, daß man die Krümmungen daselbst genau durch Ordinaten bestimmen könnte, so nehme man in der nächsten Krümmung bei B (nach C hin) und bei C (nach B hin) in der Stand- oder Umfangslinie BC noch die Stationspunkte F und G, so wie am nach innen zu liegenden Rande, den Punkt H als Stationspunkte so an, daß man von F und G nach H sehen und ungehindert messen kann; bestimme sodann das Dreieck FGH durch seine drei Seiten, oder nehme in F und G die Winkel GFH und FGH, so wird man das einwärtsgehende Dreieck FGH

genau erhalten. Zuletzt messe man noch die Linien FH und GH, und bestimme auf denselben als Stand- und Abscissenlinien von den wesentlichsten Krümmungen des Ufers oder Randes aus, die nöthigen Ordinaten, so wird die Inhaltsbestimmung ꝛc. leicht geschehen können.

§. 178.

Aufgabe 2.) Einen Wassergraben aufzunehmen und aufzutragen.

Auflösung. In §. 173 — 175 ist die Aufnahme von Wegen und gewöhnlichen Abzugsgräben angegeben; die Aufnahme der größeren Wassergräben unterscheidet sich von jenen blos dadurch, daß man die Hauptlinien so wählt, daß sie auf der einen Seite des Grabens bleiben und denselben nicht durchschneiden. Soll z.B. der Graben Taf. XXVIII. Fig. 151. aufgenommen und aufgetragen werden, so wird man zuvörderst die Stationspunkte am Rande desselben bestimmen, und nun in der Entfernung von etwa 10 — 20 Ruthen die Haupt- oder Standlinie AB legen, ihre Lage gegen die Umfangslinien der Figur auf die bereits bekannte Art bestimmen, und dann durch Diagonalen die Stationspunkte festlegen, alsdann die Normalen, Stationslinien und Diagonalen messen, und beim Auftragen genau so verfahren, als es oben beim Aufnehmen und Auftragen eines Weges angegeben ist. Hierdurch wird indeß nur der eine Grabenrand bestimmt, und man hat also nöthig, beim Messen der Normalen (oder Ordinaten) zugleich von Zeit zu Zeit die Breite des Grabens zu messen, und auch dieses Maaß gehörigen Orts im Feldbuche oder Manuale zu notiren, alsdann die so erhaltenen Punkte durch eine Linie zu verbinden, welche nunmehr das Bild des jenseitigen Grabenrandes sein wird.—

Dasselbe gilt von einem Bache oder kleinen Flüßchen.

Das Aufnehmen der Bäche, sowie der kleinen und größeren Flüsse.

§. 179.

1.) Um Bäche und kleine Flüsse aufzunehmen, stellt man sich denselben zur Seite, jedoch weder zu nah

noch zu weit entfernt, auf, und nimmt in ziemlich paralleler Richtung mit denselben eine zu messende Standlinie an; visirt von dem einem Ende dieser Standlinie die Hauptkrümmungen der aufzunehmenden Gewässer, den Anfang und das Ende der Stege über dieselben, Wehre, Fuhrten, Einbaue, ein- und abgehende Kanäle, Gräben, und besonders die am Ufer gelegenen bemerkenswerthen Gegenstände, als: Gebäude, Steinklippen, besonders sich signalisirende Bäume rc. an, und schneidet diese anvisirten Gegenstände von dem nächsten Punkte der Standlinie, wobei diejenigen Visirlinien, die einen zu spitzwinklichten Schnitt geben würden, von einem anderweitigen, im Verfolge der Aufnahme zu bestimmenden Standpunkte aus, geschnitten werden. Sind auf diese Weise von dem zweiten Stationspunkte, alle zu schneidenden Visirlinien gehörig geschnitten, so werden von hieraus wiederum neue Gegenstände anvisirt, und wenn es die Krümmung des Flusses verlangt, auch eine neue Standlinie bestimmt, die Visirlinie dahin gezogen, selbige wie die vorige Standlinie mit der Kette gemessen, und das Maaß derselben gehörig aufgetragen, wodurch sich ein dritter Stationspunkt ergiebt, von welchem aus sich die im zweiten Stationspunkte anvisirten Gegenstände schneiden, und dadurch bestimmen lassen. Auf diese Weise wird mit Standlinien längs des Baches oder Flusses die Arbeit fortgesetzt. An einigen Stellen muß auch die Breite des Baches oder Flusses direkt gemessen und auf den Riß oder Plan mit übertragen werden.

Hierbei ist nur noch zu bemerken, daß man stets da, wo sich schon auf dem Meßtischblatte bestimmte feste Punkte zur Seite liegend, vorfinden, diese stets zur Prüfung der Arbeit benutzt werden müssen. Geht die Messung von einem Menselblatte auf das andere über, so müssen weit vom Bache oder Flusse abliegende, seitwärts desselben befindliche Gegenstände, und wo diese fehlen, besonders hierzu signalisirte Punkte anvisirt und geschnitten werden. Diese zwei bestimmten Punkte bilden eine, den Gang der Aufnahme

durchschneidende Anbindungslinie, die auf das folgende Menselblatt übertragen, und von hier aus die Messung ꝛc. fortgesetzt werden muß.

§. 180.

Aufgabe 1.) Einen Bach, oder einen kleinen Fluß (Taf. XXXI. Figur 152) aufzunehmen.

Auflösung. Die Aufnahme und Vermessung der kleinen Gewässer und Gräben, durch welche man gehen oder über welche man schreiten oder springen kann, und die gemeiniglich die mehresten und wunderbarsten Wendungen machen, geschieht am bequemsten dadurch, daß man durch sie eine Hauptstandlinie AB, (Figur 152), welche die Krümmungen möglichst oft durchschneidet, absteckt, und beim Messen derselben vorzüglich die Punkte bemerkt, in welchen die Meßkette ihre Ufer berührt.

Hierauf steckt man auf der Hauptlinie AB solche Punkte ab, aus welchen man alle merkliche Biegungen übersehen und messen kann, wie z. B. die Punkte C, D, E, F, G, H, I und K, und notire deren Entfernungen von A gehörig auf. Sodann markirt man (durch eingeschlagene Pfähle), die Punkte a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u nnd w, welche die Punkte der Hauptkrümmungen bezeichnen, und von welchen die Punkte b, C, c; d, f, e; f, G, g; m, B, n; und o, I, p in einer geraden Linie liegen; und beginne nun die Aufnahme und Messung des Gewässers auf der einen Seite desselben, messe z. B. von a nach b, von hier aus nach C, sodann von C nach c, von c nach d, von d nach F, messe weiter von F nach e, von e nach f, von f nach G, bis g, dann von g nach h, von h, nach i, von i nach k, von k nach K, nehme auf kK zwei Ordinaten bis zum Gewässer; hierauf mißt man von K nach l und von l nach m, woselbst die Linienmessung auf dieser Seite beendet ist. Jetzt nimmt man noch auf dieser Seite die Winkel bei b, c, d, e, f, g, h, i, k, K, l und m auf, und hat somit die Messung und Aufnahme auf der einen Seite völlig ausgeführt.

Verfährt man nun auf der anderen Seite des aufzunehmenden Gewässers eben so, mißt hier nämlich die Stationslinien mB, Bn, no, oI, Ip, pq, qH, Hr, rs, sE, Et, tD, Du, uw und wA, sowie die Stationswinkel bei m, n, o, p, q, H, r, s, E, t, D, u und w, verzeichnet Alles möglichst deutlich und genau im Brouillon oder auf dem Menselblatte (wenn die Aufnahme mit Beihilfe des Meßtisches geschieht), so wird die Aufnahme zur Genüge geschehen sein und die Verzeichnung des Gewässers nach allen seinen Biegungen und Breiten leicht geschehen können.

§. 181.

Um größere Flüsse und Ströme aufzunehmen, müssen bemerkbare Punkte an beiden Flußufern durch visirte und wieder eingeschnittene Linien auf das Meßtischblatt gebracht werden. Auch alle Fuhrten, Brücken, Wehre, Bollwerke, Mühlen, Buhnen, Schleußen, Dämm etc., werden nach der Figur ihres Grundrisses, und insbesondere die Eckpunkte gehörig aufgenommen. Zuweilen ist es auch erforderlich, die Strömung im Flusse in den Plan mit aufzunehmen, für welchen Fall Stäbe mit Strohwischen versehen, in jede abwechselnde Wendung der Strombahn senkrecht festgesteckt werden, und die so bezeichnete Stromlinie von den passendsten Stellen aus, gehörig anvisirt und geschnitten wird; z. B.

§. 182.

Aufgabe 2). Einen größern Fluß (Taf. XXX. Fig. 153) mit allen seinen Krümmungen aufzunehmen and aufzutragen.

Auflösung. Es sei Fig. 153. der zur Aufnahme bestimmte Fluß von mittlerer Größe, d. h. seine Breite betrage nicht mehr als 20—25 Ruthen.

Zuerst untersuche man vor der Aufnahme rc., wie das Ufer des Flusses beschaffen ist, ob es aller Orten zugänglich sei, oder ob Moräste, Ueberschwemmungen rc. das Messen und Aufnehmen desselben hindern. Sodann stecke man anfänglich auf der einen Seite des Ufers, da, wo die merklichsten Krümmungen sind, Stäbe senkrecht ein, also hier in den Punkten: A, C, D, E, F, und auf derselben Seite

noch die Standlinie AB ab. Hierauf fahre man auf's jenseitige Ufer, und stecke an denselben entlang ebenfalls in allen Wendepunkten senkrecht Stäbe, oder besser Fahnen ein. Nun beginne man die Operation der Aufnahme selbst, setze zu diesem Behufe das Winkelmeßinstrument (wozu sich zu diesen Aufnahmen am besten der Meßtisch eignet) in A gehörig auf, visire von hier aus zuerst nach G, dann nach H C und B, deute diese Visirlinien auf dem Meßtische gehörig an, messe noch die Visirlinie AC mit der Kette und trage sie nach dem verjüngten Maaßstabe gehörigen Orts auf. Das an dieser gemessenen Linie krummlaufende anschließende Ufer bestimme man, wie schon wiederholentlich gelehrt worden ist, durch Ordinaten.

Hierauf stellt man das Instrument in C, richte die auf dem Meßtische gezeichnete Visirlinie AC in ihre vorige Lage (welche sie im Stationspunkte A hatte), und visire sodann aus dem Standorte C die Stationspunkte G, H, I K und D ein; wo sich nun auf dem Menselblatte die Linien in G und H schneiden, da sind die Entfernungspunkte von einem Ufer zum andern. Alsdann messe man die Linie CD, und bestimme auf derselben durch Ordinaten die Krümmung des Ufers; und fahre so in den Punkten D, E und F fort. Zuletzt mißt man noch die Standlinie AB, und bestimmt in ihr die Ordinaten von den Krümmungen bei C, D, E und F.

Hat man nun auf diese Weise die Vermessung &c. auf der einen Seite des Flusses beendet, so setzt man sich nach G über, mißt von hier aus die Linien GH, HI, IK, KL und LM, und bemerkt auf jeder dieser Linien durch in ihr gehörigen Orts gefällte Ordinaten die entsprechende krumme Uferlinie. Treffen nun die hier gemessenen Linien mit den gleichnamigen auf dem Meßtische, hinsichtlich ihrer Länge genau überein, (d. h. ist z. B. die gemessene Linie GH nach dem verjüngten Maaßstabe der GH auf dem Meßtische befindlichen, völlig gleich), so ist dieß ein sicherer Beweis von der Richtigkeit der Aufnahme und Vermessung, und die Arbeit ist beendet.

Hat man die Aufnahme statt mit dem Meßtische, mit der Boussole oder dem Astrolabium vorgenommen, und will nun seine Arbeit gehörig auftragen, so trage man auf einer unbegrenzten geraden Linie, zuerst, nach dem zum Grunde gelegten verjüngten Maaßstabe die gefundene Länge der Standlinie AB, sodann alle anderen Linien und Winkel der zuerst aufgenommenen Uferseite des Flusses auf, bestimme hierdurch die jenseitigen Punkte wohin man visirt hat, und vergleiche ihre Entfernungen von einander, mit denen durch wirkliche Kettenmessung gefundenen Weiten; dann messe man alle Winkel welche dieselben mit einander bilden, und untersuche, ob alle die mittelst Durchschnitte entstandenen Punkte, mit denen bei der Vermessung festgelegten genau übereinstimmen. Stimmt nun dies Alles, so kann man sich für hinlänglich überzeugt halten, daß die Aufnahme nicht nur ganz richtig geschehen, sondern auch ebenso genau aufgetragen sei.

§. 183.

Aufgabe 3). Einen Fluß, dessen eine Seite nur zugänglich ist, mit allen seinen Krümmungen aufzunehmen.

Auflösung. Wenn nach §. 182. auf allen merklichen Krümmungen des z. B. nur diesseits zugänglichen Ufers (Taf. XXX. Fig. 153.) Stäbe senkrecht eingesetzt worden, begebe man sich auf einem Kahne 2c. zum jenseitigen Ufer, und stecke im Anfangspunkte G einen Stab ein. Wäre es nun der Fall, daß das gegenüberstehende Ufer, theils der Ueberschwemmung, theils auch des sumpfigen Grundes wegen, nicht betreten werden könnte, so fahre man längs diesem Ufer herunter, und stecke da, wo sich dasselbe vorzüglich krümmt, als in H, I, K, L und M, senkrecht Stäbe ein. Ist man hiermit fertig, so setzt man das Instrument in A, visire von hieraus wie in §. 182. angegeben, nach den bezeichneten Punkten GH und C, messe die Linie AC, und ziehe an derselben die krummlaufende unzugängliche Uferlinie. Hierauf stellt man das Instrument (den Meßtisch

die Boussole oder das Astrolabium) horizontal in C auf, visire nach A zurück, sodann aber nach den Punkten G, H, I, K, und D; wodurch sich nun die Visirlinien in G und H schneiden, und so ist der Anfangs- und Endpunkt der Linie GH, an welcher entlang man nun nach einem guten Augenmaaße die bis dahin krummlaufende Uferlinien möglichst genau zeichnet. Hat man nun auch noch die diesseitige Linie CD mit der Kette gemessen, und auch an dieser entlang die daselbst befindliche Uferkrümmung möglichst getreu gezeichnet, so begebe man sich mit dem Instrumente nach dem dritten Stationspunkte D, von welchem aus man die Entfernungspunkte I, K, L und E einvisirt, die Linie DE mißt, sich hierauf nach dem Stationsorte E begiebt, von demselben aus die Punkte K, L und M einvisirt, sodann an den durch diese Visirlinien gebildeten Durchschnittspunkte sich ergebenden geraden Linien HI, IK, KL und LM entlang die Krümmung des jenseitigen Ufers nach dem Augenmaaße möglichst getreu zeichnet, zuletzt aber auch auf den diesseits gemessenen Linien mittelst Ordinaten die krumme Flußlinie bestimmt, und so bis zu Ende fortfährt.

§. 184.

Aufgabe 4). Einen Fluß aufzunehmen, zu dessen beiden Ufern man nicht kommen kann.

Auflösung. Die in den zwei vorletzten Paragraphen beschriebenen Vermessungsarten von Gewässern sind zwar immer die richtigsten, sie setzen aber überall einen festen Boden an ihren Ufern voraus; wo aber auf beiden Ufern Sumpf und Gebüsch sich befinden, daß man weder zu Fuße noch in einem Fahrzeuge so nahe heran kommen kann, als es eine genaue Vermessung wohl erfordert, da muß man andere Hilfsmittel ergreifen, welche freilich dem vorigen untergeordnet, jedoch aber im Nothfalle um so eher anwendbar sind, da eines Theils solche sumpfige Ufer doch immer zweifelhaft (d. h. in trocknen und nassen Jahren verschieden) und mehrentheils ohnehin unbrauchbar sind.

Um nun einen solchen zu beiden Seiten sumpfigen rc. Fluß aufzunehmen, wähle man, wie aus Taf. XXX. Fig. 154. zu ersehen, so nahe an demselben als es sich wohl thun läßt, eine schickliche Standlinie NO, und in derselben nach Umständen die Stationspunkte P, Q und R so, daß von jedem der Punkte N, P, Q, R und O der aufzunehmende Fluß bequem übersehen, und die Entfernungen von einem Standpunkte zum andern ohne Hinderniß mit der Meßkette gemessen werden können. Die Standlinien NO sowohl, als die in ihr angenommenen Stationspunkte P, Q und R bezeichne man durch senkrecht eingesteckte Stäbe und fahre sodann in einem Kahne den Fluß herunter, um zu beiden Seiten desselben seine merkbarsten Uferkrümmungen durch eingesteckte Fahnen anzugeben.

Nachdem man nun die Figur des Flusses auf diese Weise abgesteckt hat, setzt man den Meßtisch oder Winkelmesser horizontal in N (als dem ersten Stationspunkte) ein, visirt von hier aus nach F', M und P, und mißt die Linie NP. Von dem zweiten Stationsorte P, visirt man zuerst zurück nach N, um dadurch das Instrument in seine gehörige Richtung zu bringen; sodann visirt man nach dem Punkten F, M, S, a, T, und dem nächsten Standorte Q. Sobald nun die Visirlinien PT, PM, PS, Pa, PT und PQ bezeichnet sind, so setze man da, wo sich diese Visirlinien auf dem Menselblatte durchschneiden die gleichnamigen Buchstaben, sowie es Figur 154. angiebt und zeichne denselben entlang nach den besten Augenmaaße die Krümmungslinien des dies- und jenseitigen Ufers. Ist man auch hiermit fertig, so messe man die Linie PQ, trage ihre gefundene Länge gehörigen Orts (von P bis Q) auf, und setze sodann das Instrument in den folgenden Stationsorte Q horizontal auf.

Von hieraus visire man nach P zurück, sodann nach den Punkten S, a, T, b, V und dem vierten Stationsorte R. Diese Visirlinien werden ebenfalls gezeichnet, und sodann von einem Durchschnittspunkte zum andern entlang, die be-

merklichen Uferkrümmungslinien möglichst genau gezogen. Ganz auf dieselbe Weise verfährt man in allen etwa noch folgenden Stationsorten der Standlinie, so wird man seinen Zweck zur Genüge erreicht haben.

Ist die Entfernung der Stand- oder Stationspunkte N, P, Q, R und O bis zu den beiderseitigen Ufern zu groß, so daß das Augenmaaß in solcher Entfernung trügen könnte, so ist man genöthigt, zum zweiten Male den Fluß hinunter zu fahren, um seine krummen Ufer so ins Brouillon aufzunehmen, als man sie vorfindet. Treten aber außer der Unzugänglichkeit beider Ufer noch andere Hindernisse ein, stehen z. B. am Ufer des Flusses noch Gebüsche, hinter welchem man die krummen Uferlinien nicht sehen kann, so verschiebe man die Aufnahme bis zum Winter. Alsdann nehme man Stäbe, welche mit eisernen Spitzen versehen sind, stecke dieselben in die zu bemerkenden Uferkrümmungen, und verfahre hierauf so, wie es auf gangbaren Ufern im Sommer geschehen würde.

Das Auftragen eines so aufgenommenen Flusses ergiebt sich schon aus den oben geschehenen Anweisungen.

§. 185.

Aufgabe 5). Ein Fluß oder Strom von mehr als 25 Ruthen Breite aufzunehmen und zu verzeichnen.

Auflösung. Gewässer von solcher Breite müssen von beiden Ufern aus aufgenommen und vermessen werden. Die Aufnahme ꝛc. jedes der beiden Ufer geschieht nach obwaltenden Umständen entweder nach §. 182. oder 183. (s. d.), nur ist noch zu bemerken, wie man die beiderseitigen Messungen mit einander in Verbindung setzt; und was wie folgt, geschieht:

Nachdem zu beiden Ufern die Stationspunkte zweckmäßig gewählt und sodann durch kennbare Signalstangen bezeichnet worden, wähle man am jenseitigen Ufer (Taf. XXXII. Fig. 155) zwei Punkte, z. B. №. 12. und 15., welche in Verhältniß zur Breite des aufzunehmenden Stromes, hinlänglich weit von

einander entfernte und welche den Hauptlinien des gegenseitigen Ufers nicht entgegen liegen, sondern so gelegen sind, daß die sie verbindende gerade Linie, welche gemessen werden kann, denselben mehrentheils parallel läuft; diese Punkte werden kennbar von den andern unterschieden gemacht, und nach den obigen Auflösungen durch die Visirlinien A12, a12, b12, a15, b15 und B15 von dem anderen Ufer bestimmt. Hierauf mißt man auf dem Ufer, wo diese Punkte liegen, noch besonders die Linien 12 — 15, 12h, 15h und 12D, so daß durch diese und die im gewöhnlichen Laufe der Messung vorkommende Länge Dh, zwei Dreiecke nämlich: Dh12 und 12h15, und durch diese die Punkte D und h in der Haupt- oder Standlinie, in ihrer Lage zu den Punkten 12 und 15, und also auch in ihrer Lage zu der Hauptlinie am diesseitigen Ufer bestimmt werden.

Das Auftragen hat ganz den Gang wie er in den letzteren Paragraphen angedeutet worden ist; es werden hierdurch auch die Punkte 12 und 15 nach der obigen Art bestimmt. Die gemessene Linie 12 — 15 dient nun zur Prüfung, ob diese Punkte auch richtig bestimmt worden; findet sich dieses, so trägt man mit den Maaßen 12h und 15h ein Dreieck über die Linie 12 — 15 auf, und über 12h mit den Maaßen 12D und hD ein Dreieck 12Dh, wodurch die Punkte D und h niedergelegt sind. Man ziehe die Linie Dh und verlängere selbige, denn sie ist die Hauptlinie für diese Messung, in welcher nun die Punkte bestimmt und durch die Diagonalen und Stationslinien 2c. die Uferlinien des Flusses genau zu bestimmen sind.

§. 186.

Aufgabe 6). Die Lage einer über einen Fluß führenden Brücke soll bestimmt werden.

Auflösung. Die Brücke Taf. XXIX. Fig. 156. über einen aufzunehmenden Fluß soll mit verzeichnet oder aufgenommen werden. Man kenne bereits die Lage der Stationslinie 10 — 11 man wird über derselben den Punkt, wo die Brücke beginnt,

sowie deren Breite anmerken, in der Mitte derselben aber eine Linie bezeichnen, durch einen am anderen Ende eingesteckten Stab, und den Winkel, welchen selbige mit der Stationslinie 10—11 bildet, oder vielmehr den Scheitelwinkel, (da ersterer selbst nicht gemessen werden kann), bestimmen, hierauf die Länge der Brücke messen, und zum Ueberfluß auch wohl noch die Entfernung des eingesteckten Stabes von einem der Punkte x oder y, welche bereits schon bestimmt sind, nehmen. Das Auftragen geschieht ganz auf die bekannte Weise; die gemessene Linie wird nämlich niedergelegt (durch Zeichnung) und zu beiden Seiten das Maaß der halben Breite (der Brücke) aufgetragen, wodurch man das Verlangte erreicht.

Aufnahme der Meeresküsten, Etangs, Häfen und Rheden ꝛc.

§. 187.

Solche Parthieen werden ganz nach den Grundsätzen einer jeden begrenzten Fläche aufgenommen. Man stellt sich in einer angemessenen Entfernung ihrer Breite mit dem Meßtische gehörig auf, und bestimmt mittelst Standlinien ihre Figur. Hierbei sind noch besonders in Grundriß zu bringen: der Stand der gewöhnlichen Ebbe und Fluth, die sandigen oder felsigen Küsten, die Riffe und Vorgebirge, sammt den dort oft befindlichen Leuchtthürmen, Feuerbecken ꝛc., ferner die Ankerplätze, die Dämme, die Bauwerke an den Häfen, und alle sonst am Ufer befindliche und bemerkenswerthen Gegenstände.

Aufnahme der Inseln, Eilande und Heger.

§. 188.

Diese Terraingegenstände werden, wenn sie in der Nähe des festen Landes sich befinden mittelst einiger Punkte ihrer

Hauptform nach bestimmt, das übrige Detail aber muß durch Standlinien auf der Insel selbst gewählt, entweder von einem nach ihrer Begrenzung vom Gewässer, oder wenn die Insel stark bewachsen ist, und daher jede freie Aussicht gehindert wird, durch Messung aus ihrem Umfange bestimmt werden.

§. 189.

Aufgabe. Eine, in einem Fluß, See oder Teich liegende Insel, oder eine von einem Bruch oder Moraste ꝛc. umgebene trockene Wiese oder Acker aufzunehmen, und der Lage gemäß in den bereits gezeichneten Plan mit einzutragen.

Auflösung. Es wird hierbei vorausgesetzt, daß man auf irgend eine Weise zu dem aufzunehmenden Terrain gelangen kann, im Bruche oder Moraste also ein Weg hinführt oder sonst, wenn es eine Insel ist, ein Fahrzeug zu Gebote steht.

Man stecke dann am Umfange Stangen aus, welche die Stationspunkte bezeichnen und legt zwei derselben, welche verhältnißmäßig weit genug von einander entfernt sind nach der bekannten Methode fest. So z. B. wird man in Figur. 157. Taf. XXIX. die Punkte 1 und 6 annehmen, weil diese am weitesten von einander entlegen sind, und die zwischen beiden gedachte gerade Linie eine den am Umfange gemessenen Linien pq, qr, rs ꝛc. fast parallele Lage hat, auch ferner als Diagonale bei Ausmessung der Insel gebraucht werden kann. Durch die Winkel, welche die Visirlinien p1, q1 und r1 bei den Punkten p, q und r machen, wird hier der Punkt 1, und ebenso durch die bei r, s und t gemessenen Winkel, welche die Visirlinien r6, s6 und t6 mit den betreffenden Umfangslinien bilden, der Punkt 6 festgelegt. Nunmehr werden die einzelnen Stationslinien und Diagonalen gemessen, wie dieses oben bei Aufnahmen solcher freien Grundstücke gezeigt worden.

Die Auftragung selbst geschieht nach bekannten Regeln. Nachdem die Umfangslinien des See's, Flusses oder

Morastes niedergelegt sind, werden die Punkte 1 und 6 durch das Antragen der Winkel bestimmt und durch die Länge 1—6, welche bekanntlich gemessen worden, geprüft; alsdann aber kann durch Antragen der Dreiecke, wie sie auf einander folgen, jeder Stationspunkt, und somit die ganze Figur der Insel niedergelegt werden.

§. 190.

Die Aufnahme der Gärten und Obstpflanzungen sind gleichfalls nach ihrer Form Behufs des Grundrisses zu vermessen. Erlaubt es die Größe des Maaßstabes, so wird die Abtheilung der Beete, die Wege, die Lust- Treib- und Gewächshäuser, die Springbrunnen, Hecken, Bänke und Lauben ꝛc. sorgfältig nach ihrer Lage aufgenommen, und auf dem Meßtischblatte verzeichnet.

§. 191.

Aufgabe. Einen Garten mit all' seinen inneren Abtheilungen, als: Hecken, Gängen, Teichen ꝛc. zu vermessen.

Auflösung. Wenn ein Garten vermessen werden soll, so mache man sich erst mit den inneren Anlagen desselben bekannt, um darnach die ganze Art des Messens und Aufnehmens einzurichten. Zuerst sei man bemüht, den Umfang des zu messenden Gartens genau aufzunehmen; und überzeugt man sich von einer richtigen Vermessung, so schreite man zu den inneren Abtheilungen. Auf der Linie AB (Figur 158. Taf. XXXIII.) messe man die Breite des Ganges AD, die Entfernung von A bis a, wo ein kleinerer Gang den Hauptgang berührt, und die Entfernung von a bis b. In b sucht man die Breite des Ganges, und fährt so fort bis B. Nachdem alle Hecken und Gänge, sowie die Länge und Breite der Gartenstücke, welche an den Hauptgang AB anschließen, sorgfältig im Memoriale bemerkt worden sind, so messe man auf der Linie BC die Entfernungen von B bis d—e—f —g—h—i—k—l—C.

Ein ähnliches Verfahren beobachte man bei der Vermessung des Ganges CD, und weil DA dem Gange BC hier gleich

ist, so ist das Messen dieser Seite (DA) überflüssig. Hierauf messe man die Linie bn, welche den Garten in der Mitte durchschneidet, und notire das gefundene Längenmaaß aller inneren Eintheilungen ins Memorial. Da die Linie Bn zwei kleine Cirkelflächen schneidet, so bemerke man deren Durchmesser ebenfalls; zuletzt messe man noch die Länge und Breite des Teiches G, so ist die Aufnahme geschehen, und kann nun leicht aufgetragen und dem Inhalte nach berechnet werden.

§. 192.

Englische Gärten (Parks) haben stets krummlaufende Linien zu ihren Gängen, welche zu beiden Seiten mit Buschwerk und Bäumen aller Art besetzt sind, und aus diesem Grunde auch die Aufnahmen und Vermessungen etwas erschweren. Man suche daher für solche Gartenaufnahmen den Anfangs- und Endpunkt dieser krummen Wege bestimmt im Memoriale anzugeben, nehme dasselbe hierauf zur Hand, gehe den ganzen Weg bis zu Ende, und zeichne die Krümmungen desselben nach dem Verhältniß der Schritte und einem geübten Augenmaaße auf. Wenn die Hindernisse, krumme Gänge zu messen nicht zu groß sind, so zieht man mit der Kette gerade Linien, und bestimme durch Ordinaten die Krümmungen der Wege. Grotten, Einsiedeleien, Tempel, Lust- und Gartenhäuser, Lauben rc. zeichne man der Länge und Breite nach aus freier Hand, jedoch nachdem ihre Lage durch Messung vorher bestimmt worden.

Soll nach einer so geführten Aufnahme aus dem Memoriale ein Plan des Gartens gezeichnet werden, so trage man erst den Umfang des Gartens nach seinen Linien und Winkeln aufs Papier, und in dieser Fläche zeichne man alle vorgefundenen inneren Abtheilungen so richtig, als es das angemerkte Längenmaaß im Brouillon angiebt.

§. 193.

Die Aufnahme rc. der Weinberge und Weingärten geschieht ganz so wie die der Gärten, nur das hier

noch besonders der Raum muß getrennt werden, der mit Weinstöcken besetzt ist, und der sich vom Wiesen und Gartenlande scheidet. Bei Weinbergen muß man schon in einiger Entfernung von demselben Punkte bestimmen, auf welche man sich, wenn man in den Berg selbst kömmt, einsetzt.

§. 194.

Die Aufnahme einzelner Gebäude, oder auch geschlossener Höfe, geschieht durch auf dem Meßtische bestimmten festen Punkten, oder auch von Standlinien aus, die eine passende Lage, d. h. eine solche gegen die aufzunehmenden Gegenstände haben, daß keine zu spitzen Schnittlinien entstehen. Gegenstände, die auf diese Weise auf das Menselblatt aufgetragen werden, sind die Giebelspitzen, oder die scharfen, eine Front bildenden Seiten bedeutender Biegungen in den Gebäuden, alle Einfriedigungsecken, Ausbaue, Thürme und wenn der Maaßstab sehr groß ist, auch Thore, Säulen, vor den Gebäuden befindliche Bäume 2c. Am vortheilhaftesten kommt man bei dieser Arbeit weg, wenn man die Hauptrichtungen durch Visirlinien bestimmt, die einzelnen kleinen Gegenstände, so wie die Tiefen der Gebäude aber einmißt, d. h. ihr Maaß unmittelbar durch Kette oder Maaßstäbe findet, und auf dem Risse, mittelst des verjüngenden Maaßstabes, überträgt.

Das Ausmessen und Auftragen solcher Grundstücke, welche eine unübersehbare Fläche darbieten.

§. 195.

Zu dieser Gattung zählen wir die größeren und kleineren Waldungen, sowie auch die Gehöfte und Dörfer, obgleich letztere auch übersehbare Theile enthalten; da beide aber eine verschiedene Behandlungsweise hinsichtlich ihrer Aufnahme erfordern, so nehmen wir sie hier nach einander durch, und handeln zuerst

A) Von den Waldungen und Gebüschen.

Die Aufnahme von Gebüschen und kleinen Waldungen geschieht wie die der Teiche, Moräste u. dergl., indem man ein solches Gehölz wie dort, durch so wenig als möglich gerade Linien einschließt, diese während der Messung zugleich als Stand- oder Abscissenlinien benutzt, in denen man gehörigen Orts Ordinaten zu den gegenüberstehenden hervor- und hereinspringenden Waldecken fällt, dieselben nebst ihrer Länge auf dem Meßtische oder dem Manuale notirt, und dann auch die Länge dieser Standlinien mißt und einträgt. Sind nun auch entweder mit dem Meßtische oder der Boussole die Umfangswinkel der durch die einschließenden Linie gebildeten geradlinigten Figur gemessen, auch alle in den Wald führenden Wege, Grenzsteine und dergl. m. bemerkt, so ist die Aufnahme geschehen, und es kann dann zur Inhaltsbestimmung 2c. des Gehölzes geschritten werden. Z. B.

§. 196.

Aufnahme einer Waldung mit dem Meßtische.

1.) Es sei (Taf. XXXIV. Fig. 159.) die aufzunehmende kleine Waldung cdghiklwrqm, so stelle man den Meßtisch horizontal außerhalb des zu vermessenden Waldes in A auf, so zwar, daß man zur Rechten und Linken des Waldes Grenzen nach B und C hin übersehen kann.

2.) Nehme man gegen den Rand des Meßtischblattes hin den Punkt A, visire mittelst des Diopterlinials an A entlang nach B, wo ein Gehilfe, der die Begrenzung des Waldes nach D hin übersehen kann, eine Meßfahne einsteckt.

3.) Während die Linie AB mit der Kette aufs Genaueste gemessen wird, errichtet man im Punkte A auf derselben (auf dem Menselblatte) eine unbegrenzte senkrechte Linie über C hinaus, welche jedoch, sobald man die Regel (das Diopterlinial) scharf an dieselbe anlegt, am Saume des Waldes vorbeigehen muß.

4.) Nachdem die Linie AB gemessen, und alle Ordinaten in derselben nach den bemerkbarsten Winkelpunkten des Waldes

notirt worden, trägt man ihre Länge, so wie die in derselben befindlichen Ordinaten, nach dem verjüngenden Maaßstabe auf den Meßtisch, wodurch die AB begrenzt ist, und die Waldpunkte auf dieser Seite bestimmt sind.

5.) Hierauf läßt man einen Gehilfen soweit in die Richtung der auf AB errichteten Senkrechten sich begeben, bis er von da aus die äußersten Grenzen des Waldes nach D hin ungehindert übersehen kann; es sei dieses hier im Punkte C der Fall, in welchen er sodann senkrecht eine Fahne einsteckt, und sich wieder nach A begiebt.

6.) Sodann mißt man die Linie AC, bemerkt in ihr (im Manuale) die nach den merklichsten Waldspitzen o, r, t, v und w gefällten Ordinaten: no, pq, pr, st, uv und lw, trägt dieselben nun wie in №. 4 gehörigen Orts auf, und begiebt sich nun

7.) mit dem Meßtische nach B; hier angekommen, stellt man denselben horizontal, legt das Diopterlinial mit der Kante genau an die Linie BA an, und bringt die Visirlinie BA auf dem Menselblatte vermittelst Drehung der Micrometerschraube vollkommen in die Vertikalebene oder Linie BA auf dem Felde; legt im Punkte B (auf dem Meßtische) zu AC eine Parallele unbestimmt lang, legt das Visirlinial scharf an die letztere an, visirt in dieser Vertikalebene einen Stab in D so ein, daß von demselben der Punkt C (dem Walde entlang) ungehindert gesehen wird, mißt endlich

8.) die Umfangslinien BD und DC mit den auf ihnen nach dem Walde hin zu fällenden Ordinaten, trägt auch wie in №. 4.) Alles auf dem Meßtische gehörigen Orts sauber und deutlich auf, verbindet die oberen Endpunkte der Ordinaten jedesmal durch die zwischen ihnen befindlichen Grenzlinien des Waldes, so ist die Aufnahme desselben geschehen.

Fällt nun der Endpunkt C, der vom verjüngten Maaßstabe abgenommenen Länge DC, genau in den Endpunkt C

der Linie AC, so ist dieses ein Beweis von dem richtigen Schlusse der Figur.

Anmerkung 1.) Nur in Ermangelung eines Winkelmeßinstruments ist es nöthig, bei A und B (auf AB) rechte Winkel zu bilden; theils um das unsichere Messen der Winkel mit der Kette zu entgehen, und theils um sich das Auftragen zu erleichtern, wenn die Aufnahme blos mit Kette und Stäben geschehen soll.

Anmerkung 2.) Wo es bei einer Waldvermessung auf große Genauigkeit ankömmt, und die Waldung steil bergauf, und wohl auch wieder so bergab, oft sogar über Berg und Thal geht, muß man sich anstatt der Kette richtig eingetheilter Ruthenstäbe zur Messung der Linien bedienen, in der Richtung der jedesmal zu messenden Linie eine Schnur ausspannen, und in deren Linie ruthenweise, kleine Pflöcke einschlagen; wobei der Ruthenmaaßstab mit seinem einen Ende bergaufwärts auf dem blosen Erdboden, mit dem Ende bergabwärts aber auf einem so tief eingeschlagenen Pflock zu liegen kömmt, daß das auf den Ruthenstab gesetzte Richtscheit genau in der Mitte einspielt. Hierauf schlägt man im oberen Endpunkte wo der Ruthenstab auf den Waldboden gelegen, einen Pflock ein, legt das untere Ende des Ruthenstabes der gespannten Schnur entlang, auf den Pflock, mißt wie vorhin wieder eine Ruthe ab, und fährt so bis zu Ende der zu messenden Linie fort. Daß eine solche Längenbestimmung sehr zeit- und kostspielig ist, leuchtet ein.

§. 197.

Einen Gehau (Taf. XXXII. Fig. 160) so groß als den anderen einzutheilen.

Dieses ist eine eben so nöthige Sache für den Jäger, als die Kenntniß von dem ganzen Flächeninhalte seines Holzes. Das Verfahren einen Gehau so groß als den anderen anzulegen besteht nun in Folgendem:

Gesetzt es sollte neben einem schon abgetriebenen und 14 Acker haltenden Gehau ein zweiter eben so starker angelegt werden, so sehe man zuerst zu, ob die Scheidungslinie zwischen dem vorjährigen und dem neu anzulegenden Gehau gerade läuft; ist es nicht der Fall, so lasse man sie ohne Umstände gerade hauen, alsdann messe man sie, und finde ihre Länge z. B. = 32 Ruthen. Nun setze man im Endpunkt A der Scheidungslinie AC den Meßtisch horizontal ein, markire den Endpunkt der Scheidungslinie, und visire an demselben durchs Diopterlinial die Scheidungslinie AC (Figur 160.) genau ein. Sodann errichte man in A auf AC die Senkrechte AB, mache dieselbe so lang als der Saum des Waldes auf dieser Seite zeigt, so bildet diese Linie die Hauptlinie. Auf derselben messe man aus A nach B hin, 10 Ruthen ab, markire diesen Punkt D sowohl auf der Erde als dem Menselblatte, bringe sodann den Meßtisch genau über diesen Punkt, visire von D rückwärts nach A, und bringe vermittelst der Micrometerschraube die Visirebene DA über die Vertikalebene DA auf dem Waldboden, lege dann zu AC durch D eine Parallele, an diese das Diopterlinial, visire dann nach E, und finde die gemessene Linie DE = 44 Ruthen. Man nimmt jetzt von beiden Längen AC und DE, das arithmetische Mittel, nämlich $\frac{32^0+44^0}{2}=\frac{76}{2} = 38^0$, und multiplicirt diese arithmetische Mittelzahl mit 10^0, so erhält man den Flächeninhalt von ADEC = 380^0.

Auf gleiche Weise findet man die Länge von FG = 66 Ruthen, diese zu der Länge der DE = 44^0 addirt und die halbe Summe mit 10^0 = DF multiplicirt, giebt $\left(\frac{66+44}{2}\right)10=\frac{110.10}{2} = 55.10 = 550$ Quadratruthen für die Waldfläche DFGE; und auf ganz gleiche Art findet man für die folgende Waldfläche, (wenn z. B. die nächste Längenlinie 90 Ruthen lang gefunden würde) $=\frac{(66+90).10}{2}$ $=\frac{156.10}{2} = 780$ □Ruthen.

Wenn man nun so mehrere Durchschlagsflächen ihrem Quadratinhalte nach berechnet hat, so addirt man dieselben zusammen; also: 380 + 550 + 780, und erhält 1710 □Ruthen zur Summe. Sieht man nun aus der so erhaltenen Summe, daß sie noch die geforderte Größe nicht hat, so sucht man noch eine oder mehrere solcher Durchschlagsflächen, bis man die Zahl der verlangten Äcker voll hat. Die kleinen Bogen und Winkel an der Grenze werden so genau nicht genommen, wenn sie nicht beträchtlich sind. Man thut übrigens sehr wohl; wenn man Gehaue abtreiben läßt, man führt gerade Linien von einem Gehaue zum anderen fort, so kann man auch den Flächeninhalt richtiger überschlagen.

§. 199.

Aufgabe. Die im Innern einer Waldung liegenden Wege sollen aufgenommen und vermessen werden.

Auflösung. Es ist hier nicht thunlich, wie bei den sonstigen Aufnahmen von Wegen, Haupt- oder Standlinien abzustecken und Diagonalen zu messen, sondern es müssen zuvörderst die Punkte, wo der zu vermessende Weg die Umfangslinie schneidet, bei der Aufnahme dieser letztern schon als Stationspunkte gewählt, oder doch gehörig darin bestimmt werden. Sodann werden längs des aufzunehmenden Weges die Stationspunkte durch Stangen bezeichnet, und zwar wenn der Weg schmal ist, auf der einen Seite desselben; ist er aber breiter als 3 Ruthen, so wechselsweise auf der einen und der andern, wie dies bei der Aufnahme eines Dammes gezeigt worden ist. Die erste Stationslinie cd (Fig. 161 Taf. XXXIII.) wird mit der betreffenden Umfangslinie gehörig verbunden und zwar durch Verlängerung der cd, da dies weniger Schwierigkeit haben wird, als wollte man es im Innern des Waldes bewirken. Nachdem sie nun über c hinaus vielleicht um 15 bis 20 und oft noch mehr Ruthen verlängert werden mußte, mißt man nun eine Diagonale fa nach einem Stationspunkte im Umfange, wodurch ihre Lage genau

bestimmt wird. Jede Stationslinie längs dem Wege wird über ihren Endpunkt hinaus noch um 10—15 Ruthen verlängert, so also die Linie cd bis v, die Linie dg bis w; die gh bis u u. s. f., so, daß nunmehr noch ein Punkt in den folgenden Stationslinien bestimmt wird, der auch um 10—15 Ruthen von dem Anfangspunkte entfernt ist, wie z. B. l in dg, oder auch, wenn die Stationslinien kurz sind, der Endpunkt selbst diese Stelle vertritt. Nach diesen Punkten werden nun auch von jenen andern in den Verlängerungen angenommenen Linien gemessen, und alles im Manuale gehörig notirt. So wird man also im vorliegenden Falle die Stationslinie cd bis v verlängern, und die Punkte d und v in ihren Abständen von c im Memoriale bemerken; ein Gleiches geschieht bei Messung der Linie dg mit den Punkten l, g und w; bei der Messung von gh, mit den Punkten m, h und u 2c. Ebenso wie die Stationslinien werden nun auch die Diagonalen vl, wm, uk 2c. gemessen und notirt, bis man so fortschreitend zum Ausgang des Waldes gelangt ist, die letzte Stationslinie auf gleiche Weise wie die erste einbindet und dadurch das Geschäft der Aufnahme vollendet hat.

Zu bemerken ist noch, daß man bei der Wahl der Punkte l, m 2c., wohin man die Diagonalen führen will, darauf zu sehen hat, daß sie nicht allein verhältnißmäßig weit von dem Anfangspunkt der Stationslinien selbst liegen, sondern daß sie auch keine zu stumpfen Winkel bilden, und daß man ferner ungehindert nach dem in der Verlängerung angenommenen Punkte sehen und messen kann.

Beim Auftragen wird aus dem auf der Stationslinie ab bereits bemerkten Punkte c, mit dem Maaße cf, und aus a mit dem Maaße af ein Contrebogen geschlagen, hierdurch der Punkt f bestimmt, ferner die Linie fc gezogen und verlängert, die Maaße von cd und cv aufgetragen, aus d mit dem Maaße von dl, und aus v mit dem Maaße von vl Contra- oder Gegenbogen geschlagen, der Punkt l hierdurch bestimmt, die Linie dl gezogen und verlängert, hierauf die

Maaße von dg, dw abgesetzt und so bis zu Ende fortgefahren, wo zuletzt die beim Ein- oder Anbinden der letzten Stationslinien gefundenen Maaße noch zur Prüfung der Arbeit dienen werden. Hat man alle Stationspunkte auf einer Seite des Weges angenommen, so trägt man von jedem Stationspunkte die Breite des Weges nach der betreffenden Seite ab, und zieht durch alle diese Punkte Linien, welche nun die Lage und Breite des Weges bezeichnen. Hat man aber die Stationspunkte wechselsweise zu beiden Seiten des Weges angenommen, so ergiebt sich leicht, daß auch die bekannte Breite des Weges wechselseitig abgesteckt werden muß.

§. 199.

Aufgabe. Einen Waldfluß Taf. XXXI. Fig. 162., dessen Ufer also mit Gebüsch oder Waldung besetzt sind, aufzunehmen.

Auflösung. Da hier die für Vermessung eines Flusses oben angegebenen Regeln nicht wohl angewendet werden können, weil es nicht leicht angeht, die entsprechenden Standlinien abzustecken, so muß man sich deshalb begnügen die einzelnen Stationslinien am Ufer, so gut es sich nur thun läßt, zu wählen, und ihre gegenseitige Lage durch die Messung der Winkel, welche sie einschließen, oder auch auf die Art zu bestimmen, wie es so eben bei der Aufnahme von Waldwegen gezeigt worden ist. Die erste Stationslinie a — 1 (Figur 162) wird wie im vorigen Paragraph mit der allenfallsigen Umfangslinie des Waldes durch Verlängerung verbunden; beim Stationspunkte 1 wird der stumpfe Winkel a12 gemessen werden müssen; bei dem Stationspunkte 2 aber kann die Stationslinie 1—2 verlängert, und wie in der vorigen Aufgabe der Punkt v bestimmt und die Linie vm gemessen werden; so wird längs dem Ufer bis zum Ausgange des Waldes verfahren, und daselbst die letzte Stationslinie wieder mit der allenfalls betreffenden Umfangslinie verbunden. Wegen der Bestimmung des jenseitigen Ufers wird man entweder nach §. 184. oder §. 185 verfahren, und im letzteren Falle beide Ufermessungen auf die daselbst

angegebene Weise in gehörigen Zusammenhang bringen; nur ist hier noch zu bemerken, daß die Winkel der dort angegebenen Visirlinien in vorliegendem Falle in den Stationspunkten selbst genommen werden müssen, und weil diese nicht unmittelbar gemessen werden können, ihre Neben- oder auch ihre Vertikal- (Scheitel-) Winkel zur Messung benutzt werden. Die Figur, bei welcher auf beide Arten der Messung, (je nachdem man dieselbe nur auf einer, oder unmittelbar auf beiden Seiten ausführen will), Rücksicht genommen worden, wird dem aufmerksamen Beobachter das Verfahren noch deutlicher angeben.

Das Auftragen geschieht nach den bereits bekannten Regeln, wie jenes eines vermessenen Waldweges, mit den Abänderungen, welche sich durch die Messung selbst ergeben, und welche nach den vielfachen Anwendungen nun schon einem Jeden geläufig sein werden.

Regeln zur Aufnahme und Vermessung einer ins Große gehenden Waldung.

§. 200.

Da man wohl der Bäume als auch des gewöhnlich bergansteigenden Bodens wegen, (worauf die Wälder gemeiniglich zu stehen pflegen) nicht durch sie hindurch sehen kann, so ist einleuchtend, warum sie nicht wohl anders als aus ihrer Peripherie aufgenommen werden können. Weil aber aus den beiden so eben angeführten Ursachen die Schwierigkeit, Diagonalen durch den aufzunehmenden Wald zu legen, sich erklärt, welche — möglichenfalls, dem Aufnahmegeschäft sehr große Erleichterungen verschaffen würden, so ist es rathsam, um nicht allzuviel Linien und Winkel am Umfange zu bekommen, und dadurch Fehler 2c. zu veranlassen, daß man eine große Waldung wo möglich in mehrere Sektionen theile, jede derselben wie nachstehend besonders aufnehme, und die so aufgenommenen Sektionen zuletzt im Plane oder Risse gehörig aneinander hänge und dann berechne.

Solche Sektionen, welches keineswegs von einerlei Größe zu sein brauchen, erhält man gewöhnlich durch die Waldung gehende Wiesenthäler, Wege, u. dergl. m.

Um nun eine solche größere oder kleinere Waldsektion aufzunehmen, verfährt man wie folgt:

1) Zur Aufnahme selbst bedient man sich außer der Meßkette und Absteckfahnen noch des Meßtisches oder der Boussole. Bei ersterem wird das Papier mit Eiweiß — wie bekannt — aufgezogen. Das Menselblatt erhält eine besondere Einrichtung und Eintheilung nach Quadraten, welche bei der Arbeit ungemein große Vortheile gewähren.

2) Die passend zu wählenden Umgebungslinien, müssen (weil bei kürzeren Umfangslinien und also auch mehr entstehenden Umfangswinkeln leicht gefehlt wird) so lang als es wohl thunlich ist, genommen, und die Entfernungen von letzteren nach den heraus- und den nicht zu weit in den Wald einspringenden Ecken, und Grenzsteinen ꝛc. mittelst Ordinaten bestimmt und gehörigen Orts notirt werden.

3) Alle Standorte müssen hinlänglich gesichert und bezeichnet werden.

4) Die bergauf- und bergablaufenden Linien müssen bekanntlich mit gehobener Kette horizontal gemessen werden; dasselbe versteht sich auch von den aufzunehmenden Winkeln.

5) Das dem Messen und Visiren hinderliche Gesträuch muß entweder zurück gebogen, oder (wenn es erlaubt ist) weggehauen werden. Geht beides nicht an, so verschiebe man — wo möglich — lieber die Aufnahme bis zum Winter, wo keine Blätter mehr an den Bäumen sind.

6) Größere, einwärts in den Wald laufende Blößen, Acker- oder Wiesenstücke ꝛc. werden, als für sich bestehende Figuren auf die möglichst einfachste Weise aufgenommen, die senkrechten Abstände ihrer Umfangslinien vom Walde aber, an den betreffenden Stellen durch Ordinaten bestimmt.

7) Sobald man auf vorbeschriebene Weise mit dem Umfange einer Waldsektion fertig ist, nimmt man die Wege, welche durch diese Waldabtheilung gehen, besonders auf, nicht nur weil sie ohnehin in den Plan mit eingezeichnet werden müssen, sondern auch weil sie die Stellen der Diagonalen vertreten, welche, wenn sie genau zutreffen, zur Prüfung der Messung dienen.

8) Sodann werden die in dieser Waldsektion befindlichen Blößen, Acker, Wiesen oder dergl., wenn sie die Größe von 50 Quadratruthen enthalten, genau vermessen und benannt.

9) Um die Form und Richtung der Schläge bestimmen zu können, müssen auf solchen Standorten, wo, wegen Beschaffenheit des Terrains, die Richtung der Schlaglinien nur an Ort und Stelle bestimmt werden kann, diese Linien sogleich bei der Messung abvisirt, und auf dem Meßtischblatte bemerkt werden.

10) Alle zu den Forstrissen nöthigen Bemerkungen müssen sogleich bei der Messung auf das Menselblatt aufgetragen werden; weßhalb auch in jeder Abtheilung die vorkommenden Holzarten mit den bekannten feststehenden (eingeführten) Zeichen anzugeben sind.

11) Bei verschiedenen Holzarten in einer Abtheilung wird die herrschende vorangestellt, das Verhältniß der Mischung aber wird durch vorgesetzte Punkte bezeichnet.

12) Alle vorkommenden Wege sind nach ihrem Woher und Wohin, alle Brücken, Stege ꝛc. nach ihrer Lage und Benennung auf dem Menselblatte zu bezeichnen, alle die Grenzen betreffenden Gegenstände genau und klar darzustellen.

In größeren Forsten, sind gewöhnlich schon Gestell- und Schlaglinien, welche in der Regel unter einander parallel laufen, und sich also auch gegenseitig unter gleichen Winkeln schneiden, durchgeschlagen. Solche Linien erleichtern die Aufnahme, insofern sie genauer werden kann, sie müssen aber alle gemessen und dieserhalb zuvor durch eine in ihrer Mitte abgesteckte Linie kennbar gemacht werden.

B) Aufnahme der Gehöfte und Dorfschaften.

§. 201.

Einzelne Vorwerke, Bauernhöfe und ganze Dörfer, haben gewöhnlich eine Umzäunung, welche die Gebäude, einen Hofraum, Garten ꝛc. umschließt, und um welche sich jedesmal Haupt- oder Standlinien legen lassen, so wie längs den ins Innere führenden Wegen andere Linien abgesteckt und gemessen werden können, um alsdann durch diese Hauptconstruktion und die abgehenden Normalen die Gestalt und verhältnißmäßige Größe des Aufgenommenen und Gemessenen genau bestimmen und auftragen zu können.

§. 202.

Aufgabe 1). Ein Vorwerk wie Taf. XXX. Fig. 163., soll vermessen und nebst seinen Gärten ꝛc. verzeichnet werden.

Auflösung a) Gehöfte, Vorwerke ꝛc. gestatten bei einer regelmäßigen Bauart eine leichte Aufnahme; die Standlinien, welche man legt, können gemeinhin normal auf einander gewählt und somit die Messung der Winkel und Diagonalen erspart werden. Im vorliegenden Falle sei ein ziemlich regelmäßig gebautes Gehöft gewählt.

Es werden zuerst die Standlinien AB, BC, CD ꝛc. von außen herum geführt, und zwar rechtwinklicht auf einander, auch nicht weiter von den Hecken, Zäunen ꝛc., womit die Gärten und Gebäude umschlossen sind, abgelegt, als dieß nach den gegebenen Regeln wegen der nach jenen Gegenständen zulegenden Normalen sein darf.

Bei der Messung dieser Linien werden nun die Ordinaten nach der Umgrenzung gelegt, und auf bekannte Art im Manuale notirt, und auch da Stäbe senkrecht eingesteckt, wo man bemerkt, daß wegen der im Innern des Vorwerks ꝛc. liegenden Gebäude, Linien angebunden werden müssen. Hat man z. B. die Linien AB, BC, CD nach bekannter Art gemessen, so wird man bei der Messung der Linie DE bemer-

ken, daß um das Gebäude VI. zu bestimmen, eine Linie quer durch das Gehöft gelegt werden muß; man steckt daher in b eine Stange, so, daß man sieht, eine Linie kann hier ungehindert dem Gebäude VI. vorbei zur anderen gegenüberliegenden Hauptlinie abgesteckt und gemessen werden, diesen Punkt b notirt man im Manuale gehörig. Im Stationspunkte E, wo z. B. eine Linie längst der Landstraße gemessen werden müßte, wird gleichfalls eine Stange eingesteckt, und diese Linie EL sogleich gemessen. Vom Stationspunkte F führt man des andern Theils des Vorwerks wegen, die senkrechte Hauptlinie FG ab, und mißt so die Hauptlinien FG. GH und HI. Bei der Linie IK werden die Ordinaten ab, cf nach den Ecken des Gebäudes I. gefällt, und bei b die Breite des Gebäudes gemessen; von K aus läßt sich die Hauptlinie KA legen, und hier nimmt man, außer den Ordinaten nach der Umzäunung auch jene ef, gh nach den Ecken des Gebäudes I., und mißt bei h wiederum dessen Breite; bei t und v werden die Ordinaten tu und vw nach den Ecken des Gebäudes V. gelegt, und an beiden Punkten dessen Breite genommen und so die Messung gedachter Hauptlinie vollendet, nachdem man den Punkt a, welchen man mit dem gegenüberstehenden Punkte b verbinden will, gleichfalls abgesteckt und angemerkt hat.

Hierauf kehrt man zur Linie EL zurück, mißt die Ordinaten ik, lm, ln, op, qr und qs nach den Ecken der Gebäude №. II., III. und IV., ferner deren Breite und alle übrigen bemerkenswerthen Punkte. Bei Messung der nunmehr abgesteckten Linie ab, sind die Ordinaten 1 — 2 und 3 — 4 nach den Ecken des Gebäudes VI. zu legen, und der Punkt c, von welchem aus man die Linie cd normal abführt, zu bestimmen. Aus dieser Linie cd werden nun nach den Ecken des Gebäudes VII. die Ordinaten: 5 — 6, 7 — 8, 9 — 10, 11 — 12 gelegt, und an allen Orten die Breite des Gebäudes bestimmt, d. h. bei x und 12 die ganze Breite des Gebäudes, bei 6, 8 und 10 aber die Maaße seiner hervorspringenden Theile; ebenso wird auch

von 19 bis 20 gemessen, und hierdurch der Punkt bestimmt, wo auf der Hinterseite des Gebäudes der Vorsprung 20 — 21 vorspringt. Da die Ecke des Gebäudes IV. bereits festliegt, und die Mauer verhindert, die Linie cd in EL einzubinden, so mißt man hier den Abstand sd, um den Punkt d genau bestimmen zu können.

Auf gleiche Weise, wie beim Gebäude VII. dessen Vorsprung auf der Hinterseite bestimmt worden, ebenso geschieht dieß nun auch beim Gebäude №. V; um aber nicht noch eine Linie des kleinen Häuschens №. VIII. wegen, legen zu müssen, begnügt man sich längs dem Gebäude V von 13 bis 14, und von 14 ab die Ordinate 14 — 15 nach der einen Ecke dieses Häuschens zu messen, so auch durch die Ordinate 17 — 18, nachdem man durch Messung von 16 — 17 den Punkt, wo selbige geht, angegeben, auch die andere Ecke zu bestimmen, und endlich die Breite zu messen, womit nun das ganze Geschäft beendet ist.

Das Auftragen oder die Verzeichnung des aufgenommenen Vorwerks ist sehr einfach. Die Hauptlinien AB, BC ꝛc. werden zuerst normal auf einander gezeichnet und ihnen die gefundene Länge gegeben, wodurch man die Hauptfigur erhält; nun werden die Punkte a und b bestimmt, die Linien ab, EL gezogen, und auf allen die betreffenden Ordinaten, wie man sie nach der Umgrenzung auf die Gebäude gelegt, aufgetragen. Bei den hierdurch bestimmten Ecken der Gebäude trägt man die genommene Breite an, bestimmt so die anderen Ecken und verbindet sie. Bei jenen Gebäuden aber, wo Vorsprünge sind, werden erstlich die durch Ordinaten bestimmten Punkte mit einander verbunden, die bestimmten Längen auf diesen Linien abgetragen, dadurch jene Punkte bestimmt, wo der Gebäude Vorsprünge eintreffen ꝛc. Nunmehr kann die Linie cd gezogen werden, das Gebäude №. VII. nach gleichen Regeln aufgetragen, und endlich auch, durch Absteckung der gemessenen Längen und Absetzung der Ordinaten und Breiten, das Häuschen №. VIII. eingegeben werden.

Auflösung. b) Ist aber das zu vermessende Gehöfte weniger regelmäßig gebaut, oder liegen die Gebäulichkeiten mehr im Innern der Gärten, so daß von den Hauptlinien keine, oder doch nur wenige Ordinaten dahin gefällt werden können, so wird das Verfahren zur Aufnahme keine weitere Abänderung erleiden, als jene, daß mehrere Zwischenlinien eingebunden werden und von diesen ab, Zäune, Hecken, Mauern und Gebäude durch Ordinaten bestimmt werden.

Es sei Taf. XXXIV. Fig. 164. ein solches zu vermessendes Gehöfte. Wir wollen auch hier die Hauptlinien wieder soviel als möglich normal mit einander verbinden, wo dies aber nicht ohne sonstige Nachtheile geschehen kann, werden die schon bekannten Methoden angewendet; so ist z. B. in gegenwärtigem Falle die Hauptlinie DE bis F verlängert, von F aus die Hauptlinie FA abgesteckt und die Punkte E und G bemerkt, zwischen welchen nun eine Linie EG gelegt wird, um die Ordinaten nach der Hecke legen zu können. Es ist hier sehr nothwendig, die Linien, welche man zur Bestimmung der im Innern des Grundstücks liegenden Gebäude abstecken muß, so viel als möglich in die Hauptlinien einzubinden, um Unrichtigkeiten zu vermeiden; man muß sich einen Ueberblick zu verschaffen suchen, um beim Messen dieser Hauptlinien schon Punkte, von welchen man dergleichen Nebenlinien mit Nutzen abführen kann, sogleich abzustecken und im Manual einzutragen, damit man nochmals nicht doppelte Messungen nöthig hat. Wenn man sich bereits eine Figur im Manuale entworfen, so wird diese sehr zu Hilfe kommen, indem man daselbst beurtheilt, wie jene Linien am bequemsten und zugleich so zu legen sind, daß alle Irrungen vermieden werden. Im vorliegenden Falle wird man bemerken, daß bei Messung der Linie FH ein Punkt a abgesteckt werden muß, damit man die Linie ab legen kann, um durch dieselbe mit die Gebäude № VI. ꝛc. zu bestimmen. Beim Punkte k angelangt, wird man wahrnehmen, daß jene Linie (ab) am bequemsten in diesen Punkt einzubinden sei; so wird demnach die Linie ak abgesteckt und gemessen. Zur Bestimmung der

Gebäude III., IV. und V. ist aber eine andere Linie erforderlich, welche längs diesen Gebäuden läuft und die mit Vortheil in die Linie ak eingebunden werden kann; man bestimmt zu diesem Zweck zugleich den Punkt b, und bestimmt wie früher, durch Ordinaten die Lage und Größe des Gebäudes No. VI., von diesen ab aber auch das parallel liegende Gebäude No. VII. Sodann begiebt man sich auf den inneren Hofraum und sucht sich daselbst einen Punkt aus, der so gelegen ist, daß man ungehindert zwei Linien zu den Hauptlinien abführen könne, um hierdurch ein Dreieck zu erhalten, welches dann zu den ferneren Bestimmungen die Grundlage giebt. So bemerkt man hier, daß vom Punkte c aus an den Ecken des Hauptgebäudes No. I. vorbei, Linien nach den Punkten G und E abgemessen werden können; durch diese Operation wird demnach die Lage des Hauses I. und der Punkt c bestimmt. Bei Messung der Linie cE bemerkt man, daß im Punkte e die Verlängerung der Frontlinie des Gebäudes No. II. eintrifft, und also zur Bestimmung dieses Gebäudes dienen kann, man wird ihn also durch eine Stange bezeichnen und seine Lage im Manuale anmerken. Von c kann nun die Linie nach dem früher bestimmten Punkte b abgeführt, und das Gebäude No. V., so wie die erste Normale nach dem Gebäude No. IV. gelegt werden. Endlich bestimme man einen Punkt d, welcher in der Verlängerung der Frontlinie des Gebäudes No. II. befindlich ist, und lege hier eine Linie cd, welche man, wie hier, noch etwas verlängern kann; um das Gebäude No. III. völlig bestimmen zu können. Hat man dieses verrichtet und von allen Gebäuden die Breiten gemessen, von allen Linien die Ordinaten nach den Häusern, Hecken und Zäunen ꝛc., gelegt, so ist das Aufnahmegeschäft vollendet.

Das Auftragen bedarf keiner weiteren Erläuterung; zuerst werden in zarten Bleilinien die Hauptlinien zu Papier gebracht, der Punkt a bestimmt, die Linie ak gezogen, auf derselben den Punkt b bemerkt, sodann mit den Maaßen von Gc, und Ec, aus G und E durch Contrabogen der

Punkt c bestimmt, auf Ec der Punkt e bemerkt; ferner aus c und e mit den Maaßen von cd und ed durch Gegenbogen der Punkt d niedergelegt, und endlich auch die Linie bc gezogen, wodurch nun das Gerippe gelegt ist, und die übrigen Bestimmungen durch das Auftragen der Normalen auf bekannte Weise erreicht wird.

In Fällen, wo sich nicht zwei Linien nach den Hauptlinien abführen lassen, wie hier im Punkte c angenommen wurde, da findet sich doch jederzeit eine solche Linie, welche man längs dem ins Gehöft führenden Wege legen kann; diese Linie muß entweder durch eine Diagonale, oder durch Messung der Winkel, welche sie mit der betreffenden Hauptlinie bildet, in letztern eingebunden werden; alsdann lassen sich hier Dreiecke ꝛc. im Innern des Gehöftes legen, und so das Nothwendige bestimmen.

Auflösung c). Verhindern andere Umstände, daß die Hauptlinien nicht außerhalb der Umgrenzung gelegt werden können, wie z. B. wenn das zu vermessende Gehöft von andern umgeben ist ꝛc., so bleibt die Aufnahme den Verfahrungsarten, welche bei Aufnahme eines Ackers ꝛc. angegeben worden, unterworfen. Man nimmt Standlinien am Umfange und verbindet diese durch Diagonalen, legt von letzteren auch einige ins Innere des Hofraums, und bestimmt dadurch Punkte, welche wieder durch Linien verbunden zur Angabe der Gebäude dienen. Die Lokalität und einiges Nachdenken wird hier, wenn man das Frühere richtig aufgefaßt hat, die noch zum Ziele führenden Mittel angeben.

§. 203.

Dörfer und Städte werden aufgenommen, indem man schon in einiger Entfernung davon einzelne sich auszeichnende Gegenstände, als: Thurmspitzen, Wetterableiter, sich auszeichnende Gebäude ꝛc. von Standlinien aus, durch sich schneidende Visirlinien bestimmt. Rückt man an das Dorf oder die Stadt mit der Aufnahme näher heran, so steckt man sich besondere Punkte an den Thoren, Eingängen

und überhaupt da ab, von wo sich eine freie Aussicht in die Gassen, Straßen und öffentlichen Plätze des Orts ꝛc. eröffnet. Dann geht man mit Standlinien in die Gassen des aufzunehmenden Orts selbst hinein, visirt theils in die Mitte der Seitengassen, und trägt das unmittelbar gefundene Maaß derselben auf die entsprechenden Visirlinien (des Meßtisches), theils visirt man auf die Ecken besonders sich auszeichnender Gebäude, als: Rath- und Wachthäuser, Schlösser, Magazine, Springbrunnen ꝛc. Da, wo sich solche anvisirte Linien nicht schicklich schneiden lassen, wird die gemeinte Visirlinie mit der Kette gemessen und ihr Maaß aufgetragen. Erfordert es die Größe des Maaßstabes, daß nicht allein die Straßenviertel eines Orts, sondern auch die einzelnen Wohngebäude nebst Hofräumen, Hinter- und Wirthschaftsgebäuden, auf den Plan kommen müssen, so werden diese mittelst Abscissen und Ordinaten, wie beim Ausmessen krummlinigter Figuren gelehrt worden ist, bestimmt.

Beim Aufnehmen an Anhöhen sich anlehnender, mit Gebäuden unter einander verwickelter Ortschaften, ist die größte Vorsicht anzuwenden nöthig, um nicht durch Verwechselung der Visirlinien, falsches Auftragen gemessener Längen ꝛc. in Irrungen zu gerathen. Es bleibt daher stets eine Hauptregel, daß, ehe man dem Orte ganz nahe kommt so viele sichere Punkte als möglich innerhalb desselben, bestimmt, um, wenn man im Laufe der inneren Messung auf selbige stößt, die erforderliche Prüfung anstellen zu können.

In Gebirgsgegenden, wo die Häuser der Dörfer meist sehr zerstreut liegen, werden die Gebäude bei Aufnahme der Wege durch Visirlinien bestimmt.

§. 204.

Aufgabe 2.) Es soll ein ganzes Dorf (Taf. XXXV. Fig. 165.) aufgenommen und verzeichnet werden.

Auflösung. Bei der Aufnahme von Dörfern müssen — wie schon bemerkt — Hauptlinien gelegt werden, welche man soviel als möglich rechtwinklicht auf einander abführt, und

wo dies nicht sein kann, ohne sich anderen Nachtheilen auszusetzen, verbindet man sie durch Diagonalen oder Messung der Winkel. Auch bestimmt man die Umfangslinien des Dorfes, der Gärten 2c. auf gleiche Weise, indem man Stationslinien wählt und diese durch Diagonalen mit den Hauptlinien verbindet.

Bei der Wahl der Stationspunkte ist zu bemerken, daß man am Ausgange der Straßen, da, wo die Scheidungen der Gärten verschiedener Besitzer eintreffen und wo, wie bekannt, die Umfangslinien ihre Richtung verändern, dergl. angenommen werden. In dem vorliegenden Beispiele (Fig. 165.) sind die Hauptlinien I — II, II — III, III — IV, IV — V, V — I gelegt; hier könnte man aus dem Stationspunkte III den Winkel messen, welcher von den Hauptlinien II — III und III — IV eingeschlossen wird, wodurch, wenn auch die Linien II — III und III — IV gemessen werden, auf dem Meßtische sich das Dreieck II — IV — III bestimmt, und die Diagonale II — IV zugleich ihrer Größe nach bekannt wird. Auf gleiche Weise erhält man auf dem Menselblatte das Dreieck II — V — I durch Messung des Winkels I und der Linien I — II und I — V. So ist das ganze Dorf in 3 Dreiecke: II — V — I, V — II — IV und III — IV — III zertheilt, durch welche die Hauptlinien in ihrer wahren Lage sehr genau aufgetragen werden können.

Nunmehr sucht man auszumitteln, wo sich längs einer Straße, oder quer durch die Gärten Linien abstecken lassen, welche in die Hauptlinien eingebunden werden und so feste Punkte im Innern geben, auf welche sich die weitere Vermessung stützen läßt. Hier bemerkt man, daß rechts von dem Punkte A in der Hauptlinie II — III sich eine gerade Linie längs der Hauptstraße des Dorfs über das Gehöfte eines Bauers und durch dessen Garten bis in den Punkt B der Hauptlinie I — V abstecken läßt, man mißt diese Linie nochmals und bestimmt die Punkte A und B in ihren Entfernungen von den Stationspunkten II und I, welches Alles im Manuale bemerkt wird.

Ebenso läßt sich eine Linie quer durch die Gärten aus dem Stationspunkte IV bis in die Hauptlinie I—II legen, und in letzterer Linie der Punkt E von I der Entfernung nach bestimmen. Auf gleiche Weise legt man längs allen anderen Straßen Linien, welche man in die Hauptlinien einbindet, und zu diesen nunmehr bestimmte Nebenlinien führt; bei diesen, zur Bestimmung der Straßen dienenden Linien, müssen so wenig Winkel als möglich gemacht werden, und man die dadurch entstehenden Unrichtigkeiten zu vermeiden. So z. B. wird in der Hauptlinie II — III der Punkt K angenommen, und längs der Straße die Linie Kp abgesteckt, von p aus die Linie po in die AB eingebunden, der Punkt o aber festgelegt. Nochmals läßt sich beim Auftragen, wenn die Punkte K und o angegeben, mittelst zweier Contrabogen der Punkt p und so die Richtung der Straße bestimmen. So führen wir ferner eine gerade Linie von C (zwischen den Stationspunkten IV und III) bis c (in der Linie AB), von D (zwischen V und IV wird eine Linie bis h gelegt, von h aus eine andere hn in die vorhin bestimmte Cc bei n eingebunden.

Der innerhalb des Dorfes befindliche freie Platz wird nun durch Dreiecke, welche auf die bereits gelegten Linien begründet werden, vermessen, und somit ein Gerippe von Linien gebildet, durch welche das Innere des Dorfes völlig bestimmt, und wie dies aus der Figur ohne weitere Worte am deutlichsten zu entnehmen ist. Es werde nur noch bemerkt, daß bei einiger Umsicht es schon einleuchtet, wo dergleichen Linien in den andern eintreffen werden, und daß man dies beachtend, sich die Arbeit verkürzen kann, wenn man solche Punkte gleich bei Messung jeder Linie bestimmt, da man sonst, wenn man eine andere in diese Linie einbindet, immer wieder auf letzterer bis zum nächsten festen Punkte messen muß, um den nun erhaltenen Punkt zu bestimmen. Durch die erhaltenen Linien, und die im Innern zu legenden Stationslinien, wird man alle Umfangslinien bestimmt haben. Nunmehr führt man an den betreffenden

Orten von den Stationslinien Ordinaten in das Innere der einzelnen Gehöfte ab, und bestimmt diese nach den vorhergehenden letzteren Aufgaben. Um aber noch die verschiedenen Krümmungen der Scheidungszäune bei den Gärten zu erhalten, legt man quer hindurch Linien und zwar gemeinhin nahe an den Höfen, um von dort aus noch durch Ordinaten die Hintergebäude auf eine bequeme Art zu erhalten; so ist hier aus der Linie AB im Punkte b, eine Linie bG längs der Kirchhofsmauer abgeführt, und bei G in der Hauptlinie I—II eingebunden. Aehnliches gilt von den Linien fc, ei, il, IL, pq ꝛc. Der Kirchhof, welcher mit einer Mauer umgeben ist, wird in seiner Lage von den Hauptlinien I—II und AB aus, bestimmt, das Innere desselben aber durch eine hineingeführte Ordinate von AB aus vermessen, wodurch man nun auch die Lage der Kirche ꝛc. genau erhält.

Das Auftragen ist schon, durch die Meßtischaufnahme geschehen, und es braucht zu Hause der so erhaltene Riß nur noch mit Tusche gehörig ausgezeichnet ꝛc. zu werden.

Vom zusammenhängenden Aufnehmen einer Gegend, mit allen dabei vorkommenden Terraingegenständen.

§. 205.

Bei zusammenhängenden Messungen muß man unterscheiden:

1.) solche, die keinen zu großen Umfang haben, und nur über ein oder einige Menselblätter reichen, und

2.) solche, die über eine ganze Landschaft oder Provinz sich ausdehnen, und aus einer Folge von mehreren Menselblättern bestehen.

§. 206.

Ad №. 1.) Bei der Aufnahme einer Landstrecke von nur einer oder mehreren Quadratmeilen ist es rathsam, die

Gegend vorher zu recognosciren, d. h. zu umgehen, um sich eine möglichst allgemeine Uebersicht über dieselbe zu verschaffen, sich zugleich aber auch von den verschiedenen Schwierigkeiten der anzugreifenden Messung einen vollständigen und ausreichenden Begriff zu machen.

Während dieser Um- und Durchgehung der aufzunehmenden Gegend, wird man besonders die Lage und die Entfernungen der sich auszeichnenden Punkte und Gegenstände als Richtobjekte, deren Namen und Gestalt man sich aufzeichnet, beachten, um dadurch zugleich den Ort für die schicklichste Lage einer zu messenden Linie (Standlinie), welche die Grundlinie oder Basis der ganzen Aufnahme werden soll, auswählen zu können. Hat man Zeit übrig, so wird es gerathen sein, sich einen möglichst vollständigen Entwurf oder Bild von der ganzen Gegend zu entwerfen, um durch dasselbe während der Aufnahme selbst, Verwirrungen vorzubeugen. In manchen Fällen kann auch statt einer solchen zeitraubenden örtlichen Besichtigungs- oder Inspektions-Reise eine schon vorhandene Situationskarte den nöthigen Aufschluß und allgemeinen Ueberblick über das Ganze gewähren.

§. 207.

Soll die ganze Aufnahme auf ein einziges Meßtischblatt kommen, wie solches z. B. mit den gegebenen Sektionen trigonometrischer Netze der Fall ist, so hat man den verjüngten Maaßstab nach der Größe des aufzunehmenden Gebiets und der des Meßtisches einzurichten. Auf einem Meßtischblatte von 15 bis 18 Decimalzoll ins Quadrat läßt sich 1 bis $1\frac{1}{2}$ Quadratmeile nach dem 10zölligen Maaßstab immer sehr bequem construiren. Hat aber das aufzunehmende Gebiet eine viel größere Ausdehnung, so wird die Aufnahme desselben mit zwei oder mehreren Meßtischblättern in gehöriger Verbindung bewerkstelligt, und dann aus den so erhaltenen einzelnen Chartenblättern eine Total-Charte zusammengesetzt. Zwei Menselblätter können hier begreiflicherweise einander zur Prüfung und Berichtigung dienen.

§. 208.

Beim vorgängigen Rekognosciren der ganzen Landschaft wird man zugleich die schicklichste Lage der auszumessenden Hauptbasis, am besten da wählen, wo das Terrain die freieste Aussicht und die möglichst vollkommenste Ebene darbietet, zugleich aber auch in einer vortheilhaften Stellung gegen mehrere Hauptobjekte liegt. Die Grenzpunkte dieser Basis können schon jetzt durch künstliche Signale, wo es an natürlichen fehlt, bestimmt werden, wo möglich aber so, daß sie mit einem natürlichen Richtobjekte, z. B. einer Thurmspitze, einem ausgezeichneten Baume rc. im Alignement liegen. Die Lage der Basis gegen das Ganze ist zwar an sich willkürlich, doch thut man immer wohl, solche in der Mitte der aufzunehmenden Gegend so zu wählen, daß sich an diese Basis nach beiden Seiten eine doppelte Triangelreihe der herumliegenden Objekte anknüpfen läßt. Die den Meßtischaufnahmen eigenthümlichen Fehler können sich solchergestalt beim Fortgang auf neue Standlinien nicht so sehr anhäufen, als sonst geschehen würde. Aus der wahren Lage der Hauptbasis AB läßt sich auch ferner leicht die Lage beurtheilen, welche man ihrer Verjüngung ab auf dem Meßtischblatte zu geben habe, ob letztere nämlich mehr in die Mitte oder näher an den Rand rc. zu tragen, um durch sie die ganze Aufnahme oder doch eine bestimmte Sektion davon auf einem Blatte ausführen zu können.

Fehlt es der recognoscirten Gegend auf weite Strecken an natürlichen Richtobjekten, so ersetzt man diesen Mangel durch künstliche, weit sichtbare Signale in schicklichen Abständen, um hierdurch das Ganze in mehrere kleinere Dreiecke mit nicht allzuspitzen oder zu stumpfen Winkeln zu zerlegen. Die künstlichen Signale braucht man indessen an den ausgewählten Stellen erst im Fortgange der wirklichen Aufnahme aufzustellen, wenn durch Vor- und Rückwärtseinschneiden ihre Lage gegen die Hauptbasis und andere Punkte bestimmt werden soll.

Geben mehrere von der Hauptbasis aus sichtbare Richtobjekte mit diesen keine guten Dreiecke (wie vorhin), indem sie (die Richtobjekte) entweder zu entfernt oder zu nahe im Alignement der Hauptbasis stehen, so muß man die Lage dieser Richtobjekte aus anderen indirekt bestimmten Standlinien bestimmen. Die richtige Wahl solcher Standlinien erkennt ein etwas geübter Geometer schon bei der allgemeinen Recognoscirung. Auch lernt er bei letzterer die Beschaffenheit des aufzunehmenden Terrains, die Aussichten zum Visiren und Einschneiden auf Richtpunkte, die Verbindung der Wege, die Namen und Gestalten der vornehmsten fixen (festen) Objekte, vorläufig in einem rohen Entwurf (Brouillon) zu bemerken rc., kennen. Kurz, eine allgemeine Besichtigung der aufzunehmenden Gegend erleichtert das Geschäft des Geometers ungemein, und ist gewissermaaßen die halbgethane Arbeit.

§. 209.

Die Wahl einer vortheilhaften Vermessungs-Basis gründet sich daher nach dem darüber vorhin Angeführten auf folgende drei Haupt-Regeln:

1.) Die Endpunkte derselben sind wo möglich auf Höhen zu legen, um entweder, wenn diese Endpunkte eine Aufstellung gestatten, dadurch eine freie Aussicht nach den mehresten Richtobjekten zu haben, oder, wenn die Aufstellung in den Endpunkten nicht möglich ist, dieselben doch von vielen anderen Punkten aus bequem sehen zu können.

2.) Man lege die Basis — wie schon bemerkt, — so viel als möglich in die Mitte der Aufnahme, um nach den Richtobjekten bequeme Entfernungen zu erhalten, und damit durch fortgesetztes Trianguliren die auf der einen Seite etwa entstandenen Fehler sich nicht über die ganze Vermessung oder Aufnahme fortpflanzen.

3.) Man wähle die Hauptbasis weder zu lang noch zu kurz, um durch die Bestimmungslinie der Richtobjekte

keine zu spitzen oder zu stumpfen Winkel zu erhalten, und damit auch für den erstern Fall ihre (der Hauptbasis) Messung nicht erschwert werde. Für eine Aufnahme von einer oder mehreren Quadratmeilen mag eine Standlinie von 800 bis 1000 Ruthen schon genügen.

§. 210.

Die Hauptbasis, deren Endpunkte durch Signale, und deren Zwischenpunkte durch Stäbe bezeichnet sein müssen, wird nach Befinden der Umstände entweder mit der Meßkette oder auch mit Maaßstäben zweimal sehr genau gemessen, und die Summenhälfte beider gefundenen Längen als die gesuchte richtige Größe derselben angesehen. Zuverlässiger aber erhält man die Länge der Hauptbasis, wenn man dieselbe durch eine Seitenbasis von genau bekannter Länge mit Dreieckverbindung mittelst des Meßtisches oder durch Rechnung bestimmt.

Diese Seitenbasis wähle man in einem möglichst ebenen Boden, nach №. 3. des vorigen Paragraphen; und ob sie die zu messende Hauptbasis schneidet, oder ganz seitwärts derselben liegt, ist gleichviel.

Es sei z. B. AB (Taf. XXXVI. Fig. 166.) die ihrer Länge nach zu bestimmende Hauptbasis, CD hingegen die mit der Kette zweimal gemessene Seitenbasis. Soll nun AB mit dem Meßtische gemessen werden, so trage man die Länge von CD nach einem verjüngten Maaßstabe auf den Meßtisch auf, dies sei cd. Nun stelle man den Meßtisch in C horizontal und so auf, daß der Punkt c auf demselben über C auf dem Felde, und cd mit CD in ein und derselben Vertikalebene liege, was bekanntlich dadurch erreicht wird, daß man das Visirlinial an cd legt, und das Meßtischblatt mittelst der Schraube ohne Ende (oder Micrometerschraube) solange herumdreht, bis das in D stehende Signal vom Faden im Diopter gedeckt wird. Steckt man nun in c eine gerade dünne Nadel senkrecht ein, legt das Visirlinial dicht an dieselbe an, visirt sodann von hieraus die Endpunkte A und B der

Hauptbasis ein, zieht während dem die Visirlinien cA und cB auf dem Meßtische aus, stellt hierauf den Meßtisch horizontal in D auf, so, daß d über D, und die Linie dc in die vertikale Visirebene von DC fällt, steckt endlich die Nadel in d ein, legt an letztere das Visirlinial scharf an, und zieht an demselben entlang die einvisirten Linien dA und dB, so geben die Schneidepunkte dieser mit den aus c gezogenen Visirlinien, nämlich a und b, die gesuchte verjüngte Länge von der zu bestimmenden Haupt-Standlinie AB. Nimmt man nun die ab in den Zirkel, und mißt ihre Länge auf demselben verjüngten Maaßstabe, nach welchem man die cd aufgetragen hat, so erfährt man möglichst genau die Länge der Standlinie AB.

Zusatz. Fiele der Endpunkt A der Seitenbasis AC (Taf. XXXI. Fig. 167.) in den Endpunkt A der zu messenden Hauptbasis AB, so stelle man den Meßtisch in den gemeinschaftlichen Endpunkt A horizontal, richte mittelst des Visirlinials die verjüngt auf den Meßtisch getragene Seitenbasis ac auf den anderen Endpunkt C derselben, und ziehe von a eine unbegrenzte Visirlinie nach B. Hierauf begebe man sich mit dem Meßtische nach C, richte ca daselbst genau auf A und ziehe die Visirlinie cB, so ist ab die proportionelle Verjüngung von AB; dann

Beweis. Da ab parallel AB

so ist auch $\angle BAC = \angle bac$

$AC = ac$ (gleichgemacht)

und $\angle ACB = \angle acb$

folglich $\triangle BAC \sim \triangle bac$

und daher auch $ab : AB = ac : AC$

Anmerkung. Wären A und B (Figur 167) zwei an entgegengesetzten Ufern eines Flusses liegende Punkte, so hätte man durch letzteres Verfahren dessen Breite gefunden, falls die Linie AB normal auf beiden Ufern stände.

§. 211.

Zur Bestimmung der Länge einer Vermessungsbasis ist die trigonometrische Rechnung ihrer größeren Schärfe wegen immer vorzuziehen. Es sei (Taf. XXXIII. Figur 168.) AB die ihrer Länge nach zu bestimmende Hauptbasis, CD hingegen die unmittelbar gemessene Seitenbasis; so geschieht die Messung der AB wie folgt:

In D messe man mit dem Astrolabium die Winkel y und z, im Punkte C aber die Winkel p und x. Aus den Stücken: CD, $\angle x$ und $\angle (y + z)$ berechne man die Länge von DB, und ebenso aus den Stücken: CD, $\angle y$ und $\angle (p + x)$ die Länge von DA; dann ist im Dreieck ABD, der Winkel z, und die denselben einschließenden Seiten AD und BD bekannt, woraus sich AB berechnen läßt.

Da in den Dreiecken BCD und ACD die Winkel an der Grundlinie CD gemessen worden, so sind natürlich auch die dritten Winkel beider Dreiecke, nämlich $\angle q$ und $\angle n$ bekannt. Um nun aus den Stücken: CD, $\angle q$ und $\angle x$, die BD zu finden, setzt man: $\text{Sin. } q : \text{sin. } x = CD : BD$

und hieraus folgt für $BD = \frac{\text{sin. } x \times CD}{\text{sin. } q.}$

Um AD zu berechnen, schließe man:

$$\text{sin. } n : \text{sin. } (p + x) = CD : AD$$

und findet hieraus daß: $AD = \frac{\text{sin. } (p+x)\ CD}{\text{sin. } n.}$

$$AB = \sqrt{(AD^2 + BD^2 - \frac{2AD \times BD \times \text{cosin. } z)}{r.}}$$

§. 112.

Wenn Umstände weder die unmittelbare, noch die in den vorigen Paragraphen angegebene Messung einer genügend langen Basis verstatten, so würde man mehrere zwischen ihr und der Seitenbasis liegende Punkte bestimmen. Jede bekannt gewordene Entfernung zweier Punkte von einander läßt sich immer wieder als neue Seitenbasis zur Bestimmung anderer Entfernung benutzen, und so durch eine

Dreieckverbindung endlich die Länge der Hauptbasis finden. Hierbei ist aber die trigonometrische Rechnung vorzugsweise anzurathen. Es sei z. B. (Taf. XXXVI. Fig. 169.) AB die zu messende Hauptbasis, CD aber die ihrer Länge nach schon bekannte Seitenbasis.

Unter den eben gestellten Bedingungen nehme man an, E, F uud G, seien einige zwischen AB und CD liegende Punkte. Wie im vorigen Paragraph messe man die Winkel x und y und berechne hieraus in Verbindung mit der bekannten CD, die Linie CE, messe ferner die Winkel z und v, und berechne aus derselben in Verbindung mit der vorhin berechneten CE, nun die Länge der FE; auf gleiche Weise wird aus der so eben ermittelten FE und den gemessenen Winkeln m und n die Länge der Linie FG gefunden, welche nun als letzte Seitenbasis zur Berechnung von AB auf dieselbe Weise dient, wie im vorigen Paragraph die Seitenbasis CD unmittelbar benutzt wurde.

Leidet eine Gegend Mangel an Zwischenpunkten wie F, G und E, oder liegen solche nicht bequem genug, so, daß entweder die Winkel x, y, z, v, m und n zu spitz ausfallen, oder die Punkte selbst keine Ausstellung verstatten, so wird es am besten sein, sich passende Punkte nach Gefallen zu wählen, und diese durch Signale zu bezeichnen.

§. 213.

Nachdem man nun für die aufzunehmende, nicht über $1\frac{1}{2}$ Quadratmeilen sich erstreckende Gegend, eine zweckmäßig gelegene Hauptbasis oder Standlinie aufgefunden, und dieselbe entweder nach §. 215. gemessen hat, wird dieselbe passenden Orts nach dem vorgeschriebenen verjüngten Maaßstabe auf das Meßtischblatt getragen. Hierauf wird von den Endpunkten dieser Hauptbasis, und nach Befinden der Umstände auch wohl von einigen Zwischenpunkten ein geometrisches Netz (siehe §. 214.) von lauter festen Punkten über das gesammte Meßtischblatt gelegt. Da, wo hierzu sich eignende Gegenstände in der Natur nicht ausreichen, bedient man sich,

wie schon bemerkt, der Signale, die besonders da errichtet werden, wo man eine möglichst ungestörte Aussicht hat, und über denen man sich im Laufe der Aufnahme mit dem Meßtische vortheilhaft aufstellen kann. Kann man sich zum deutlichen Erkennen weit entfernter Gegenstände eines guten Fernrohrs bedienen, so wird dadurch das Geschäft wesentlich erleichtert.

Da, wo ein zweites Menselblatt anzubinden nöthig, werden an der betreffenden Stelle in der Natur, unweit des Randes des vollgezeichneten Menselblattes, zwei oder auch drei weit aus einander gelegene Punkte, die entweder in der Natur vorhanden sind, oder besonders bezeichnet werden müssen, zum Anbinden des neuen Blattes sehr sorgfältig auf dem Meßtische bestimmt. Diese auf dem Meßtische bestimmten Punkte werden mit einem Stangenzirkel genau gefaßt und auf eine gezogene Linie auf das zweite oder leere Menselblatt übertragen. Auf gleiche Weise wird dann auch beim etwa nöthigen dritten und vierten Menselblatte verfahren. Bei dieser Netzlegung ist die größte Vorsicht anzuwenden nöthig. Die außer der Standlinie befindlichen Netzpunkte dürfen auf keinen Fall durch weniger als drei Schritte bestimmt werden, und finde sich bei irgend einem Punkte ein Zweifel, wegen dessen überall stimmenden Richtigkeit, so muß derselbe vorher berichtigt, oder nach Befinden der Umstände verworfen werden.

Zwischen diese zusammenhängende Netzverbindung wird nun das Detail, wie es die Oertlichkeit des Terrains erfordert, aufgenommen und gehörig eingetragen. Hierbei ist nur noch zu bemerken, daß es zwar der Theorie nach nicht erforderlich, jedoch dennoch besonders zu empfehlen ist, daß, wenn man sich mit den Netzpunkten so weit von der Standlinie entfernt, daß kein Stationspunkt derselben mehr erkannt werden kann, man an einer passenden Stelle wieder eine neue Standlinie mißt, oder auch das Maaß zweier von der Hauptstandlinie aus gefundener Punkte, unmittelbar mit der Meßkette oder mit Maaßstäben prüft.

Auf jedem aufgenommenen Plane muß übrigens noch die Orientirung angegeben werden. Zuweilen genügt es, wenn eine mit der Magnetnadel der Boussole, gleichlaufende Linie auf einem frei geblieben Raume des Menselblattes gezogen wird; öfters wird aber auch größere Genauigkeit Bedingung, für welchen letzteren Fall man — wie schon weiter oben gelehrt worden — senkrecht auf der Mitte der leeren Stelle des Meßtischblattes einen dünnen, nicht zu kurzen, aber spitzen Stift errichtet, was sich mittelst eines richtigen Winkelhakens leicht bewerkstelligen läßt. Dieser Stift dient bekanntlich mehreren um denselben befindlichen, mit Bleistift gezogenen concentrischen Kreisen als Mittelpunkt. Es wird nun bei vollem Sonnenschein der Meßtisch mit dem senkrechten Stifte horizontal aufgestellt, und nach einer nach der Sonne gestellten und richtig gehenden Uhr das Eintreffen des Schattens des Stifts im Umringe eines der concentrischen Kreise, z. B. um 10 Uhr des Vormittags angemerkt, (z. B. durch einem Punkt), und dann wieder um ebensoviel Stunden abwärts von Mittag (also hier um 2 Uhr) gleichfalls die Schattenspitze vom Stifte angemerkt, wo dieselbe denselben concentrischen Kreis berührt. Wird nun die Linie zwischen den Berührungspunkten senkrecht halbirt, so bezeichnet diese senkrechte Halbirungslinie den Meridian (oder die gesuchte Mittagslinie) des Orts. Um dieselbe zu prüfen, kann man zugleich auch um 11 Uhr (also 1 Stunde vor Mittag) den Punkt bemerken, wo die Spitze des Stiftschattens hintraf, und ebenso des Stiftes-Schattenspitze um 1 Uhr Nachmittags bemerken, so muß die senkrechte Halbirungslinie der Schattenpunkte um 11 Uhr und 1 Uhr, mit der um 10 Uhr und 2 Uhr zusammenfallen.

§. 214.

Die geometrische Netzlegung.

Im allgemeinsten Sinne besteht die geometrische Netzlegung in der Aufgabe: Ueber einer gegebenen geraden Linie eine Figur zu beschreiben, die einer anderen gegebenen Figur

ähnlich sei. Dies ist der 18te Satz im 6ten Buche der Elemente des Euklid.

Denkt man sich nun im Felde eine große Anzahl von Punkten durch gerade Linien zu einem Dreiecknetze verbunden so, daß die gemessene Basis die allgemeine Dreieckseite bildet, so kann man sich auch diese Basis als eine Linie vorstellen, über welcher verschiedene Dreiecke construirt sind. Die Aufgabe ist nun: Ueber der auf dem Meßtisch getragenen verjüngten Basis jenen Dreiecken ähnliche Dreiecke zu beschreiben, oder allen Punkten im Felde ihre verhältnißmäßige Lage auf dem Meßtische anzuweisen. Man nennt dies die Bestimmung der Richtobjekte oder die geometrische Netzlegung, und sie geschieht durch Vorwärtsvisiren oder Vorwärtseinschneiden, Seitwärtsabschneiden und Rückwärtseinschneiden, von welchem ersteren und letzteren schon oben hinlänglich gehandelt worden.

Die Verfahrungsarten bei der Legung des geometrischen Netzes unterscheiden sich je nach Verschiedenheit der Lage des gewählten Standortes zur Basis oder Standlinie.

Verfahren, wenn man sich mit dem Meßtische sowohl in beiden Endpunkten A und B, als auch in einem bekannten Punkte C innerhalb der Standlinie AB aufstellen kann.

§. 215.

Auflösung. Man stelle den Meßtisch horizontal über A auf; sind nun X und Y (Taf. XXXVII. Fig. 170.) ein Paar Richtobjekte im Felde, so ziehe man vom Punkte a (auf dem Meßtische senkrecht über A) wie bekannt die Visirlinien nach X und Y, wodurch diese Objekte, wie man zu sagen pflegt, zum Erstenmale geschnitten werden. Begiebt man sich hierauf mit dem Meßtische nach C, und zieht nach vorheriger Horizontirung desselben von c zum Zweitenmale nach

X und Y, so geben die Schnitte x und y, dieser mit den vorigen Visirlinien die verhältnißmäßige Lage dieser beiden Objekte auf dem Meßtische an; denn da man durch dieses Verfahren die Winkel XAC und XCA welche auf der Grundlinie AC liegen, auf die gleichliegende Linie ac auf dem Meßtische angetragen hat, so ist auch $\Delta acx \backsim \Delta ACX$, und aus gleichem Grunde auch $\Delta acy \backsim \Delta ACY$, und demnach stehen auch die Seiten dieser Dreiecke, d. i. die Entfernungen der Punkte x und y von den Punkten a und c, mit den Entfernungen der Objekte X und Y von den Punkten A und C in Proportion.

Wäre nun bei vorstehendem Verfahren vielleicht durch ein nicht genaues Orientiren oder auch Horizontalstellen, sowie durch einen unvorsichtigen Stoß an den Meßtisch rc. ein Fehler entstanden, so kann derselbe durch eine dritte Aufstellung in B, und Ziehen von Visirlinien aus b nach den Objekten (X und Y) geprüft werden, und es müssen, wenn Alles seine Richtigkeit haben soll, die aus b gezogenen Visirlinien natürlich auch wieder durch die Punkte x und y gehen.

§. 216.

Zusatz.

1) Es versteht sich wohl von selbst, daß man bei jeder Aufstellung auf die angegebene Weise, soviel Richtobjekte auf dem Meßtische zu bestimmen sucht, als man deren nur ansichtig werden kann. Thurmspitzen, einzeln stehende Häuser, Windmühlen, durch ihre Größe oder Umfang ausgezeichnete Bäume, Wegweiser, Warnungstafeln, Meilensteine, Bergspitzen, kurz alle markirten Punkte können als dergleichen Richtobjekte berücksichtigt und auf dem Meßtische mit aufgenommen werden.

Je mehr man solcher Punkte bestimmt, desto leichter und richtiger wird alsdann die Aufzeichnung und Abbildung des aufzunehmenden Terrains, der Wege, Flüsse, Teiche, Gebüsche, Wiesen rc.

2) Es ist schon in §. 212. gesagt worden, daß man jede bekannt gewordene Linie, wie z. B. in Figur 170. Taf. XXXVII. XA oder XC oder XY immer wieder als neue Basis zur Bestimmung anderer entfernter liegenden Punkte benutzen, und so das geometrische Netz über die ganze aufzunehmende Gegend legen kann. Es leuchtet daher ein, wie nothwendig es ist, solche Objekte durch einen dreimaligen Schnitt auf dem Meßtische zu bestimmen, da zwei Schnitte allein nicht immer die gehörige Schärfe geben, und ein irgendwo entstandener Fehler sich über einen großen Theil der Aufnahme fortpflanzen und vergrößern würde.

3) Die Bestimmung der Richtobjekte auf dem Meßtische von einer Standlinie aus, durch Ziehen von Visirlinien nach vorwärts, nennt man das Vorwärtseinschneiden.

Verfahren, wenn man sich nur in einem Endpunkte A einer Standlinie AB aufstellen kann.

§. 217.

Auflösung. Man horizontire und orientire den Meßtisch in A (Taf. XXXVIII. Fig. 171.), und schneide von A aus die Objekte X und Y zum Erstenmale. Man lasse in einer Richtung seitwärts, z. B. in C, eine Fahne senkrecht einsetzen, und ziehe von a eine unbegrenzte Visirlinie an nach C hin. Hierauf stelle man den Meßtisch über den Punkt C, horizontire ihn daselbst, lege das Diopterlinial scharf an na, und drehe das Meßtischblatt, bis der verlassene, aber wieder mit einer Fahne oder einem Absteckstabe bezeichnete Punkt A vom Faden im Objektivdiopter gedeckt erscheint, so ist dadurch der Meßtisch auch orientirt. Mißt man nun die Linie AB und trägt ihr verjüngtes Maaß aus a nach b, steckt sodann im Endpunkte b eine gerade feine Nadel senkrecht ein, legt das Diopterlinial genau an dieselbe an, und rückt das Objektiv desselben bei unveränderten Meßtische so lange nach B, bis dieser Punkt vom Haar des letzteren Diopters

gedeckt ist, worauf man die Visirlinie Bb rückwärts (also nach sich zu) soweit verlängert, bis dieselbe die unbegrenzte an in c (auf dem Meßtischblatte) schneidet, so ist durch diesen letzteren Schneidepunkt der gesuchte Aufstellungspunkt C gefunden. Von c aus lassen sich daher die Objekte X und Y zum Zweitenmale schneiden, wodurch ihre ähnliche Lage in x und y auf dem Meßtische erhalten wird. Um genannte Objekte zum Drittenmale zu schneiden, kann man auf eben die Art wie vorhin, wieder eine Aufstellung in D nehmen, und daselbst ganz so wie in C verfahren.

§. 218.

Zusätze.

1) Die Linien AC und CD nennt man **Alignements**, und die Bestimmung des Aufstellungspunktes in einem Alignement durch eine über einen bekannten Punkt rückwärts gezogene, des Alignement im Aufstellungspunkte schneidende Visirlinie (wie hier z. B. die bB) giebt den Begriff des **Seitwärtsabschneidens**.

2) Bei **militairischen** Vermessungen werden kurze Linien öfters auch durch Schrittmessungen genau genug bestimmt, z. B. die Breite der Wege, die Länge und Breite eines einzeln stehenden Gehöftes ꝛc. Es ist daher rathsam, außer den Maaßstabe der Vermessung, den man auf einem mit Papier überzogenen Liniale verzeichnet hat, und stets bei sich führt, auch noch einen Schrittmaaßstab anzufertigen, oder wenigstens seinen Schritt mit bekannten Maaßen zu vergleichen. Hierzu dienen nun die Alignements am bequemsten. Gesetzt, man habe von A bis C 250 Schritte gezählt, und das Stück ac auf dem Meßtische betrage nach dem verjüngten Maaßstabe gerade 50 Ruthen, folglich wäre das Verhältniß des Schritts wie 50 : 250 = 1 : 5, d. h. 1 Ruthe = 5 Schritten. Hat man daher eine Länge abgeschritten, so dividire man die Schrittzahl durch 5, um durch den Quotienten die Zahl der Ruthen zu erhalten, welche

letztere man sodann vom verjüngten Maaßstabe abzugreifen und auf dem Meßtische aufzutragen hat.

Läßt sich aber das Verhältniß des Schritts zur Ruthe nicht in so kleinen rationalen Zahlen angeben, so bleibt weiter nichts übrig, als die durchs Seitwärtsabschneiden bekannt gewordene verjüngte Länge des Alignements auf den Rand des Meßtisches zu tragen, und daselbst so einzutheilen, daß die kleinste noch mit Genauigkeit abzugreifende Länge 3 bis 6 Schritte beträgt, wobei man sich ebenfalls der Transversallinien bedienen kann.

Die Aufnahme über eine ganze Landschaft.

§. 219.

Ad 2). Soll aber eine Aufnahme über eine ganze Landschaft sich ausdehnen, so ist eine trigonometrisch-geographische Bestimmung von Netzpunkten erforderlich. Es wird hierzu in einer möglichst vollkommenen Ebene eine Standlinie abgesteckt, abgewogen, und aufs sorgfältigste trigonometrisch berechnet. In weiten Entfernungen, jedoch auf weit erkennbaren Plätzen, werden nur soviele Signale errichtet, daß jedes der zur folgenden Detailaufnahme bestimmten Menselblätter deren (Signale) wenigstens zwei erhält. Hierauf werden sowohl von den Enden der Standlinie, als auch von schicklich gewählten, der Lage eines gleichseitigen Dreiecks nahe kommenden Zwischenpunkten, mit einem guten achromatischen Fehrnrohr versehenen Astrolabium (in Ermangelung eines Theodoliten) soviele Winkel gemessen, als erforderlich sind, um jene gesetzten Signale, sowie sämmtliche Kirchthürme und sich sonst scharf auszeichnende Punkte der aufzunehmenden Gegend, genau trigonometrisch zu bestimmen. Hat man von den Thurmspitzen aus Winkel observirt, so ist erforderlich, daß diese vor der damit vorzunehmenden Berechnung, gehörig centrirt werden.

Wie nun die Berechnung der Dreiecke aus der gemessenen Grundlinie und den Winkeln an derselben erfolge, und

wie die dadurch im Maaße gefundenen Seiten wiederum zur Bestimmung anderer an dieselbe sich anschließender Dreiecke diene, und wie endlich die horizontale und perpendikulare Entfernung solcher erlangter Winkelpunkte ausgemittelt wird, gehört in ein Lehrbuch der Trigonometrie.

Das gesammte zu vermessende Terrain wird nun in Sektionen, jede von der Größe eines Menselblattes, getheilet, wo dann — wie schon bemerkt — auf jedes Menselblatt wenigstens zwei, wo nicht drei trigonometrisch bestimmte Punkte fallen müssen, und von denen zwei so beschaffen sein sollen, daß sie gleichsam aus der Natur heraus genommen werden können und auf ihre verlassene Stelle der Meßtisch aufzustellen ist. Die trigonometrisch bestimmten und in einer besonderen Tabelle geordneten Punkte, werden auf die Menselblätter nach ihrem Abstande von der Randlinie, die gemeiniglich nach einer Himmelsgegend orientirt wird, mittelst Abscissen und Ordinaten aufs Sorgfältigste aufgetragen. In dem ganzen Vermessungsreiche wird wenigstens ein Punkt nach seiner geographischen Länge und Breite bestimmt, um ihm den Platz anzuweisen, welchen er in einer richtigen Charte einnehmen würde. Endlich ist auch noch die wahre Mittagslinie nach den Prinzipien der höheren Meßkunde zu bezeichnen.

Zwischen die auf den Menselblättern befindlichen trigonometrischen Punkte, wird nun mit dem Meßtische ein geometrises Netz gelegt. Zu dem Ende stellt sich der Geometer über mehrere der trigonometrisch bestimmten Punkte auf, betrachtet ihre Entfernung von einander als eine Standlinie, und legt nun, wie gelehrt worden, soviel Zwischenpunkte, als die Detailarbeit zum Anhalten und Berichtigen erforderlich hat. Die einzelnen Menselblätter werden hierauf an die Geodäten (oder untergeordneten Feldmesser) vertheilt, wobei aber, aus Erfahrung geschöpft, zu empfehlen ist; daß, wenn die Detailarbeit unter Mehrere vertheilt werden soll, es das ganze Geschäft außerordentlich fördert, diese Detailarbeit nicht nach Menselblättern an die Geodäten, sondern

nach Fluren, Gemeinden und Dorfschaften zu vertheilen. Jede Commune oder Gemeinde hat es dann nur mit einem Geodäten zu thun, und ertheilt diesem die Verzeichnisse der einzelnen Grundstücke und Parcellar-Besitzungen, und giebt auch demselben einen der Gegend genau kundigen Mann zum Anweisen der Grenzen mit. — Hat nun der Geodät die Messung der ihm übertragenen Gemeinde abgethan, so tritt er sein Menselblatt an den mit der benachbarten Arbeit beschäftigten Collegen ab, der mit den Grundstücken der ihm zugetheilten Commune an die Grenzen seines Vorgängers in der Arbeit anbindet, und auf diese Weise das Geschäft fortsetzt.

§. 220.

Nach erfolgter Aufnahme aller und jeder Terraingegenstände, erfolgt die Berechnung der Flächeninhalte, und zwar bei ganz kleinen Parcellen nach Dreiecken und Trapezen. Hierbei muß ausdrücklich noch bemerkt werden, daß die Flächeninhaltsbestimmung einer Aufnahme nach den vorgeschriebenen Regeln, nur die Horizontalprojektion einer Fläche, keineswegs aber die schiefe Fläche einer Abdachung, die bei einer Zusammenhang habenden Aufnahme, kein Gegenstand der Raumverhältnisse des Grundrisses sein kann, sondern lediglich nur nach ökonomischen Grundsätzen beurtheilt werden muß, giebt; einem Gegenstand betreffend, über welchen sich der Verfasser weiter unten aussprechen wird.

Die Resultate der Flächenrechnungen, die ordnungsmäßig in gehefteten Bogen zusammen zu halten sind, werden in besonders rubricirte Verzeichnisse eingetragen, so daß nicht allein jeder Grundstücks-Besitzer mit all seinen Grundstücken, sondern auch die einzelnen Parcellargrundstücke selbst, nach ihrem Flächeninhalte leicht aufgesucht und erkannt werden können.

Zusatz.

Als die vollkommenste, bequemste und schnellste Methode zum Aufnehmen, wird sich in allen Fällen das Trianguliren

im Großen mittelst guter Winkelmesser, und das Trianguliren im Kleinen durch den Meßtisch bewähren, vorausgesetzt, daß ihrer Anwendung keine unausweichlichen Hindernisse in den Weg treten.

§. 221.

Jede Messung und die darauf begründete Berechnung muß, da Irrthum hier so leicht möglich ist, (wenn ihr vollkommen Glauben geschenkt werden soll), einer Controlle oder Prüfung unterworfen werden. Bei großen zusammenhängenden Messungen wird das Prüfungsgeschäft besonders hierzu ernannten Vermessungsinspektoren übertragen.

Die Geometer erhalten die von den Trigonometern berechneten Hauptnetzpunkte, vermöge Abscissen und Ordinaten, auf die betreffenden Menselblätter aufgetragen, und verbinden diese mittelst einer ausreichenden Menge darzwischen zu legender und geometrisch zu bestimmender Netzpunkte. Die Anzahl dieser Netzpunkte richtet sich jedesmal nach dem mehr oder weniger coupirten (aufgenommenen) Terrain, so daß eine hüglige, buschige, mit Gewässern und Dörfern durchschnittene Gegend, mehr geometrisch bestimmte Punkte erhalten muß, als eine solche, die eine völlig freie Aussicht gewährt. Hierauf geben die Geometer die Menselblätter an die Geodäten zur Detailaufnahme ab, und prüfen von Zeit zu Zeit deren Messung, indem sie den Meßtisch über verschiedene Punkte der Aufnahme aufstellen, und mittelst Anlegung des Diopterlinials an den entsprechenden Punkt in der Natur, wo sich der Meßtisch aufgestellt befindet, nachsehen, ob die gezogene Visirlinie und der Visirstrahl nach dem Objekte in der Natur, übereinstimmen; auch können einige durch den Geodäten bestimmte Entfernungen unmittelbar mittelst einer Kettenmessung geprüft werden. Nur Fehler, die so gering sind, daß sie in der Berechnung keinen wesentlichen Ausschlag geben, und daher nach der Größe des Maaßstabes, der ganzen Aufnahme zum Grunde liegen und als solche beurtheilt werden müssen, können außer Acht gelassen

werden; jeder Fehler aber, der sich sowohl in der Lage der Einzelnheiten des Risses fortpflanzt, als auch von der Erheblichkeit ist, daß er den Flächeninhalt der einen oder der anderen Parcelle merklich ändert, muß sofort berichtigt werden. Gleichfalls sind auch die Flächeninhaltsberechnungen bis ins kleinste Detail d. h. bis zur Prüfung jeder Decimalstelle einer sorgfältigen Controlle unterworfen.

Da jede Messung nur aproximativ (annäherungsweise) als richtig betrachtet werden kann, so wird gemeiniglich nach Procenten bedungen, bis zu welchem Grade, die Zuverlässigkeit der Messung bestimmt reichen soll.

§. 222.

Bei einer zusammenhängenden Messung begreift das Geschäfte des Geometers auch die Obliegenheit der Anerkennung der gefertigten Pläne von den betreffenden Grundstücksbesitzern. Der Geometer hat dieses in Beisein einer Gerichtsbehörde, des die Vermessung besorgten Geodäten und der erwähnten Grundstücks-Besitzer zu bewirken. Hierbei wird jeder Besitzer namentlich vorgerufen, die Reihenfolge seiner Besitzungen bis auf die kleinste Parcelle, nach dem Verzeichnisse abgelesen, der gefundene Flächeninhalt angesagt, und der Ort, welchen die gemeinte Parcelle auf dem Risse einnimmt, auf demselben gehörig nachgewiesen. Alle Zweifel müssen hierbei gehörig berichtet und erläutert, alle Unrichtigkeiten in Namen, Zahlen oder in der Zeichnung, sofort verbessert und alles Mögliche angewendet werden, um der Arbeit Zuverlässigkeit zu verschaffen. Ist nun diese Durchgehung der geodätischen Arbeiten beendigt, so wird über den Verlauf dieses Anmerkungsgeschäfts von der assistirenden Gerichtsbehörde ein Protocoll angefertigt, und dieses sowohl von dem Geometer, dem Untergeometer oder Geodäten und sämmtlichen betheiligten Grundstücksbesitzern eigenhändig unterschrieben.

Grenzen aufzusuchen, zu entwickeln und dann in einem Risse darzustellen, ist gleichfalls Gegenstand der Meßkunst.

§. 223.

Ist eine Grenze noch gar nicht vorhanden, und soll sie nach gewissen festgestellten Bedingungen erst reguliret werden, so hat der dieses Geschäft übernehmende Geometer oder Geodät, sich von allen und jeden Bedingungen ganz genau zu unterrichten. Er hüte sich, nach mündlichen Instruktionen zu arbeiten, sondern halte sich nur an schriftliche Sätze. Hierauf mache er sich aus einer Specialcharte, insofern eine solche zu erlangen ist, einen Entwurf, um daraus ohngefähr zu beurtheilen, ob die gegebenen Bedingungen hinreichen, um der Grenzung die verlangte Richtung zu geben. Findet der Geometer, daß diese Bedingungen verschiedenartig auszuführen sind, so hat er die ihm Beauftragten, hierauf aufmerksam zu machen, und wenn diese demungeachtet ihre Instruktion nicht abändern wollen, so muß der Geometer seine Bedenken, nebst Erwähnung der Gründe zu Protocoll bringen lassen. — Die Absteckung der Grenzen erfolgt gemeiniglich im Beisein besonders hierzu beauftragter Commissarien, eines Protocollanten und sämmtlich betheiliger Grenznachbarn. Durch einzuschlagende Pfähle werden die Punkte markirt, wo die Grenze von der geraden Richtung abweicht, oder wo ein Wechsel der Grenznachbarn stattfindet. Der Geometer giebt hierbei zu Protocoll, wie weit ein Grenzzeichen von dem andern entfernt ist, und in welcher Richtung es zu dem vorhergehenden Grenzzeichen, so wie zu verschiedenen, vielleicht in der Nachbarschaft liegenden örtlichen Gegenständen liegt. Die Setzung der Grenzsteine, Grenzsäulen rc. folgt der Absteckung unmittelbar. Der Geometer hat bei letzterem Geschäfte mit darauf zu sehen, daß der Stein genau auf die Stelle kommt, die provisorisch durch den Pfahl bezeichnet wurde. Ist der Grenzzug vollendet und das Protocoll von dem Geometer, der insbesondere die Maaße und die Richtun-

gen zu vertreten hat, mit unterzeichnet, so wird zur Aufnahme der Grenze geschritten. Was das Geodätische hierbei anbelangt, so wird selbige, wie eine andere krummlinige Figur aufgenommen. Gegenstände der Aufnahme hierbei sind: Der Ort des Grenzzeichens mit seiner Nummer und sonstigen Abzeichnung, die Grenzlinie von einem Grenzzeichen zum andern, diejenigen Stellen, wo die anstoßenden Parcellarbesitzungen sich ändern und die Angabe örtlicher Gegenstände in der Nähe des Grenzzugs, um hiernach jeden Punkt der Grenze in der Natur sogleich auffinden zu können. Endlich wird dieser so gefertigte Grundriß von den gedachten Grenzcommissarien sämmtlichen Interessenten vorgelegt. Der Geometer hat ihn an Ort und Stelle gehörig zu erläutern, die etwa sich erhebenden geodätischen Zweifel zu beseitigen, worauf die Commissarien und sämmtliche Grenznachbarn den Riß mit unterzeichnen.

Ist ein Grenzzug nach gezeichneten und schriftlichen Angaben vorgelegt und es soll darnach die Grenze in der Natur abgesteckt werden, so suche man in der Natur die Punkte auf, von wo aus die Maaße nach dem Risse und laut der Beschreibung aufgetragen sind, und von wo aus die angegebenen Winkel abgesteckt und die bekannten Entfernungen wiederum aufgetragen werden. Es ist dieß öfters, wenn die meisten Grenzmale einer Grenze verloren gegangen sind, ein sehr aufhältliches und mühsames Geschäfte. Finden sich aber keine solchen alten Grenzpunkte auf, und sieht man auch in den schriftlichen Nachrichten keiner Alignements nach entfernten Objekten gedacht, oder hat sich wohl gar die Lage der Objekte bedeutend geändert, so wird dann die Arbeit sehr zweifelhaft. Man höre, was alte Leute, Schäfer, Jäger, Flurschützen ꝛc. über den Lauf der Grenze etwa anzugeben wissen, und vergleiche ihre Aussagen mit den Protocollen und mit der Natur. Anders gestaltet sich das Geschäfte, wenn der Geometer einen richtig anerkannten Riß des Grenzzuges ausgeantwortet bekommt. In diesem Falle, wird der Riß nach der Natur gehörig orientiret, welches sich

durch Alignementspunkte, die auf dem Risse aufgesucht werden, ergiebt. Hierauf wird die Entfernung von einem Punkte zum andern, oder von einem in der Nähe befindlichen und in dem Risse verzeichneten Gegenstande nach der Grenzlinie, gemessen und aufgetragen. Es ist bei diesem Geschäfte noch besonders zu empfehlen, in dem gesammten Grenzzuge gewisse Anhaltspunkte zu bestimmen, und sich von deren Richtigkeit zu versichern, entgegengesetzten Verfahrens, wenn man Stück für Stück nach dem Risse die Grenzen in die Natur überträgt, man nur zu leicht in Gefahr läuft, daß die Endpunkte nicht schließen, und da eine Nachlässigkeit dieser Art, oft nach Jahren erst zur Sprache kommt und dem Geometer zur Last gelegt wird, so hat derselbe für alles Zweifelhafte und Unsichere sich zu hüthen, und alle solche Fälle selbst zur Sprache zu bringen, damit sie im Protocolle zur Nachweisung für künftige Zeiten angemerkt werden können.

Zur Prüfung einer Vermessung.

§. 224.

Bei der Untersuchung, ob die ausgeführte Vermessung richtig, und sowohl beim Auftragen als Berechnen keine Fehler vorgefallen sind, mit Bezugnahme auf §. 221. noch Folgendes zu beachten:

Damit aber eine solche Prüfung nach möglichster Strenge ausgeführt werden kann, und nicht zufällig unwillkürlich solche Haupt- oder Messungslinien dazu genommen werden, bei welchen ein Fehler nicht so leicht wie bei solchen Linien gefunden wird, die nicht unmittelbar mit der Kette gemessen worden, so ist es Pflicht des Feldmessers die Haupt- und Messungslinien auf der Charte punktirt anzugeben, ihre Längen genau im Vermessungsregister, sowie auch die Standpunkte zu bemerken, damit man denselben bei einer vorzunehmenden Revision ausweichen und zugleich ersehen könne, wie man bei der Prüfung zu verfahren habe.

Das Aufnehmen à coupd'oeuil.

§. 225.

Das Aufnehmen à coupd'oeuil (d. h. nach dem Augenmaaße) ist die Kunst, die Lage und Entfernungen der Gegenstände durch den Eindruck, den sie auf das Auge machen, nach einem gewissen Maaße zu bestimmen und darnach auf das Papier zu zeichnen, ohne sich dabei der gewöhnlichen Werkzeuge zu bedienen.

Die Fertigkeit aber, nach dem blosen Augenmaaße befriedigende Aufnahmen zu liefern, erlangt man am besten durch Meßtischaufnahmen, weil durch dieselben das Auge sehr bald an das richtige Schätzen von Winkeln und Entfernungen gewöhnt wird, auch Irrthümmer bei Schätzung solcher Größen durch Instrumente sogleich berichtigt werden können. Wer aber die Uebungen im Aufnehmen mit genauen Instrumenten entbehrt, und gleichwohl in den Fall kommt, nach dem Augenmaaße aufnehmen zu müssen, hat sich die Uebung im Schätzen auf andere Weise zu verschaffen. Die Schätzung von Entfernungen nach Schritten nimmt man am besten erst an kurzen Linien vor; die auf den Chausseen liegenden, mit fortlaufenden Nummern bezeichneten Steine geben, weil ihre Entfernungen von einander bekannt sind, eine gute Gelegenheit sowohl im Schätzen kurzer Linien, als auch in der Vergleichung des Schrittes zur Ruthe, §. 218. №. 2. Von den kürzeren Linien geht man zur Schätzung längerer über, besonders solcher, welche in der Richtung der Gesichtslinie liegen, ohne aber die Schätzung der, die Gesichtslinie schneidenden Linien zu vernachlässigen.

Die Schätzung der Winkel wird zuerst mit dem **rechten** Winkel vorgenommen, welchen man nach dem Augenmaaße absteckt und dann nachmißt. Durch Theilung des rechten Winkels in willkürlich viele Theile, gewöhnt sich das Auge nach und nach, jeden Winkel ziemlich richtig abzustecken und abgesteckte Winkel aufs Papier zu tragen.

Nach erlangter Uebung im Schätzen ist dem Aufnehmer nach dem Augenmaaße eine genaue Kenntniß der Maaßstäbe rc. der Vergrößerung und Verkleinerung der Charten nach irgend einem Verhältniß, sowie die Theorie der Bergzeichnung, die Aufnahme der Berge und das Nöthige der Plan- oder Situationszeichnung unerläßlich, von welchen drei letztern Gegenständen in eigens darüber verfaßten Schriften genügend gehandelt worden ist.

Ist bei einer Aufnahme nach dem Augenmaaße die Lage und Entfernung einiger wichtigen Punkte gegeben, oder sind dieselben aus einer Charte genommen, und daher das Detail nach Schätzungen eingetragen, so wird diese Arbeit Croquiren genannt. Ein Croqui ist daher eine flüchtig aufgenommene Terrainparthie, in welcher die Hauptpunkte gegeben waren.

Aber in vielen Fällen muß man selbst dieses letztgenannten Hilfsmittels entbehren, und es ist dann dem Aufnehmer überlassen, eine Linie im Felde abzuschreiten und dann nach vorgeschriebener Verjüngung aufs Croquir-Brett zu tragen.

Diese Linie, welche man bekanntlich Grundlinie oder Basis heißt, mag etwa 500 bis 800 Schritte betragen, weil ein Croqui doch selten von einer so großen Ausdehnung sein wird, daß eine längere Grundlinie nöthig wäre.

Für die Arbeit des Croquirens selbst schlage man nun folgenden Weg ein. Ein möglichst völlig ebenes Bret von 1□Fuß ins Gevierte überziehe man mit Papier, und zeichne darauf ein Quadratnetz, doch so, daß jede Quadratseite 100 Ruthen des Maaßstabes beträgt, nach welchem das Croqui entworfen werden soll. (Wenn Umstände die Führung eines Bretes nicht erlauben, dann mag eine Pergamenttafel dessen Stelle vertreten). In dieses Quadratnetz trage man nun die abgeschrittene Grundlinie nach vorgeschriebener Verjüngung so ein, daß wenn die Pergamenttafel mit den vier Kanten nach den Himmelsgegenden gerichtet wird, die auf-

getragene Linie mit der abgeschrittenen im Felde entweder parallel laufe, oder mit ihr in eine Vertikalebene falle; daß ferner, wenn man sich die Zeichnung als vollendet vorstellt, das Bild der aufzunehmenden Gegend auch völlig auf die Tafel gehe. Bei jedem neuen Standorte des Aufnehmers hat derselbe die Kanten der Tafel immer wieder nach den vier Himmelsgegenden zu richten, damit die Grundlinie auf der Tafel stets mit der im Felde parallel laufe; oder umgekehrt kann er auch die Tafel so halten, (nach dem Augenmaaße), daß die beiden Grundlinien parallel sind, wodurch dann die vier Kanten auch wieder nach den Himmelsgegenden gerichtet sein müssen.

Dies Verfahren heißt: Die Aufnahme orientiren.

Denkt man sich alle in die Augen fallenden Punkte des Feldes durch gerade Linien mit einander verbunden, so entsteht bekanntlich ein Dreiecksnetz, in welchem die Grundlinie eine Seite ist. Die Aufgabe des Aufnehmers nach dem Augenmaaße ist, durch Schätzung der Winkel dieses Netzes und durch Schätzung oder Abschreitung der Seiten desselben, ein ähnliches Netz auf die Tafel zu verzeichnen, und die in den Dreiecken des Netzes liegenden Terraingegenstände nach dem Augenmaaße in das ähnliche Netz der Tafel einzutragen. Denkt man sich dabei alle Dreiecke des Feldes an die allgemeine Basis angereiht, so lassen sich auf der Tafel an die verjüngte Basis ähnliche Dreiecke in derselben Ordnung anreihen, und die zwischen den Winkelpunkten des Netzes liegenden Terraingegenstände einzeichnen. Das auf der Tafel construirte Quadratnetz hat den Nutzen, daß sich abgeschrittene Linien, ohne ihre Verjüngung erst vom Maaßstabe mit dem Zirkel abzugreifen, unmittelbar eintragen lassen; z. B. man habe eine Distanz (Entfernung) 750 Schritt lang gefunden, diese durch 5 dividirt, giebt 150 Ruthen, folglich ist die in das Netz einzutragende Linie durch ein Quadrat hindurch bis zur Hälfte des folgenden zu ziehen.

Dritter Abschnitt.

Die Felder-Theilung ꝛc.

§. 226.

A.) Vom geradlinigten Dreieck überhaupt.

Ueber das geradlinigte Dreieck läßt sich weit mehr sagen, als darüber in einer gewöhnlichen Elementargeometrie gesagt werden kann und darf. Alle geradlinigte Figuren lassen sich als Aggregate (oder Summen) von Dreiecken betrachten, und in Dreiecke zerlegen, und daher muß dem Feldmesser an richtiger Kenntniß dieser einfachen Figur sehr gelegen sein, welche als ein Element betrachtet werden kann, woraus alle mögliche Figuren bestehen.

§. 227.

Gewöhnlich werden die Dreiecke nicht auf dem Felde, sondern auf der Karte nach dem verjüngten Maaßstabe berechnet. Es können aber doch Fälle eintreten, wo es erforderlich ist, die Berechnung nicht auf der Karte nach dem verjüngten Maaßstabe (durch welchen vorzüglich die Höhenlinie bestimmt wird), sondern am Original und auf dem Felde vorzunehmen. Z. B. Es soll das Resultat einer vorherigen Messung auf das Allergenaueste geprüft oder revidirt, und durchaus der Gebrauch des verjüngten Maaßstabes nicht verstattet werden. Dieß möchte besonders alsdann nöthig sein, wenn mehrere Vermessungen einer und ebenderselben Figur vorhergegangen sind, und man nach langem Streit nicht einig werden kann, welches Resultat man für das richtige halten soll.

Hier kömmts darauf an, die Höhe der Dreiecke nicht unmittelbar auf dem Papiere, sondern unmittelbar **auf dem Felde selbst** zu messen. Wenn dieses geschehen soll, so ist in der Grundlinie des Dreiecks der Punkt zu bestimmen, wohin von der Spitze aus der Perpendikel hintrifft. Sind zu diesem Ende alle drei Seiten des Dreiecks gemessen, so führt eine leichte Anwendung des pythagorischen Lehrsatzes bald dahin.

Gesetzt, es sei im $\triangle$ABC (Taf. XXXVII. Fig. 172.) die Grundlinie = AB, und CB größer als AC, und man bezeichne die Basis AB durch b, die größere Seite BC durch g, die kleinere AC aber durch k, so kommt nun Alles darauf an, in der Basis den Punkt D zu bestimmen, d. i. entweder die Entfernung BD (die Entfernung dieses Punktes vom Endpunkte der längern Linie BC) oder die Entfernung AD vom Endpunkte der kürzeren Linie AC = k.

Für BD gilt folgende leichte Formel:

Die Entfernung vom Endpunkte der längsten Linie,

$$BD = \frac{(g+k)\times(g-k)}{2b} + \frac{b}{2},$$

d. h. Man multiplicirt die Summe der größeren und kleineren Linie, also g+k, mit ihrer Differenz (g—k), theilt das so erhaltene Produkt durch die zweifache Grundlinie, das ist durch b, und addirt zu dem sich so ergebenden Quotienten noch die halbe Grundlinie, wodurch der Punkt D bestimmt ist.

Es sei z. B. g=14°, k=11° und g = 16°, so erhält man

$$\text{für } BD = \frac{(14+11).(14-11)}{2.16} + \frac{16}{2} = \frac{25.3}{32} + 8$$

$$= \frac{75}{32} + 8 = 2{,}34 + 8{,}0 = 10{,}34^{\circ}$$

BD ist also = 10,34 und AD also 16 — 10,34 = 5,66°

CD (d. i. die Höhe des Dreiecks ABC) kann nun unmittelbar auf dem Felde gemessen werden, wenn sonst keine Hindernisse vorhanden sind.

§. 228.

Ist aber das Dreieck ABC gleichschenklich, also $k = g$, so liegt bekanntlich D in der Mitte der Basis b, welches auch aus der Formel erhellt, wenn man $g + k = 14 + 14$ mit $g - k = 14 - 14$, also 28 mit 0 multiplicirt rc. wo zuletzt nur $\frac{1}{2}b$ übrig bleibt. Fügt es sich aber, daß der Ausdruck:

$$\frac{(g+k) \cdot (g-k)}{2b}$$

schon für sich den Werth von $\frac{1}{2}b$ bekömmt, so ist $BD = \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}b = b$, d. h. das $\triangle ABC$ ist ein rechtwinklichtes, und AC ist der Perpendikel selbst.

Hat man aber ein stumpfwinklichtes Dreieck vor sich, so wird, um die Rechnung nicht zu verändern, die dem stumpfen Winkel gegenüberliegende Seite zur Basis genommen.

§. 229.

Wird der Perpendikel CD unmittelbar auf dem Felde gemessen, und die Grundlinie AB ebenfalls, so wird der Inhalt des $\triangle ABC$ so genau ausgerechnet, daß gar keine Zweifel mehr stattfinden. Ist aber im Dreieck ein Sumpf oder ein sonstiges Hinderniß, wodurch eine unmittelbare Messung des Perpendikels unmöglich wird; so läßt sich die Höhe CD (Taf. XXXVII. Fig. 172.) vermittelst des pythagorischen Lehrsatzes, wie folgt, mit gleicher Zuverlässigkeit berechnen. Nämlich, nachdem die Länge von BD nach §. 231. gefunden, und die BC gemessen worden, ist $CD = \sqrt{(BC^2 - BD^2)}$.

Da nun z. B. nach §. 231, $CB = 14^0$ und $BD = 10{,}34^0$, so wird also $CD = \sqrt{(14^2 - 10{,}34^2)} = \sqrt{(196 - 106{,}9156)} = \sqrt{89{,}0844} = 9{,}43^0$.

Da nun b (die Grundlinie) $= 16^0$ angenommen worden, so ist des Dreiecks ABC Flächeninhalt:

$= 9{,}43 \times \frac{16}{2} = 9{,}43 \times 8 = 75{,}44$ oder 75□Ruthen und 44□Fuß.

§. 230.

Es bedarf aber gar keiner Berechnung, um den Perpendikel aufzufinden, sobald der Feldmesser ein Astrolabium

oder eine Boussole bei sich hat; durch jedes dieser Instrumente kann der Perpendikel, wie folgt, bald bestimmt werden.

1. Mit dem Astrolabium.

Auflösung. Man mißt einen der Winkel A oder B (Figur 172) begiebt sich sodann mit dem Instrumente in C, und macht daselbst den Winkel BCD = 90 (Grad) — B°, oder den Winkel ACD = 90 — A, so geben die beweglichen Diopterm sogleich die Richtung vom Perpendikel CD an. Man setzt nun in E senkrecht einen Stab ein, der vom Faden des Objektivdiopters gedeckt wird, und visirt nun einen anderen Stab D in der Linie AB so ein, daß derselbe zugleich auch die gerade Verlängerung von CE ist, so kann nun die Länge des Perpendikels bald gefunden werden.

2. Mit der Boussole.

Auflösung. Man nimmt die Declination der Grundlinie AB; dieselbe sei z. B. 315°, zieht 90° davon ab, oder wenn die Declination von AB weniger als 90° beträgt, so addirt man 90° zu derselben, so giebt im ersteren Falle die Differenz, im letzteren aber die Summe die Gradzahl an, welche die Nadel im Punkte C zeigen muß, wenn die Diopterm die Richtung des Perpendikels CD angeben sollen.

§. 231.

Soll man aber die Rechnung auf dem Papiere oder nach der Zeichnung mit möglichster Zuverlässigkeit führen, so muß man sich eines solchen verjüngten Maaßstabes bedienen, von welchen 10 Ruthen schon die Länge eines Decimalzolls haben, und sich also auch halbe Fuße noch ziemlich genau vermittelst eines Haarzirkels abnehmen lassen.

§. 232.

Da bekanntlich in jedem Dreiecke drei Grundlinien und also auch drei Höhen angenommen werden können; so folgt hieraus, daß es sich auch dreimal ausrechnen läßt,

nämlich 1.) Man nimmt BC zur Basis, und Aa zur Höhe,
2.) „ „ AB „ „ und Cc „ „
3.) „ „ AC „ „ und Bb „ „.

Wenn nun (man sehe Taf. XXXVII. Figur 173)

$$\frac{BC \times Aa}{2} = \frac{(AB) \times Cc}{2} = \frac{AC \times Bb}{2}$$

gefunden wird, so ist das Dreieck ABC völlig richtig berechnet. Finden sich kleine, hier fast unvermeidliche Differenzen, so nimmt man von der Summe aller drei Resultate den dritten Theil als Fläche an.

Man wird finden, daß sich die drei Höhen, selbst auch wenn das Dreieck recht- oder auch stumpfwinklicht ist, in einem einzigen Punkte schneiden müssen, und zwar im ersteren Falle in der Hypothenuse, im andern aber außerhalb seiner Fläche. Dies ist zugleich die beste Probe, woraus man erkennt, ob die drei Höhen eines Dreieckes richtig gezogen oder gefällt sind.

§. 237.

Bezeichnet man in Fig. 173. Taf. XXXVII. der Kürze wegen die Linie AB durch b, die BC durch a, und die AC durch b, und die Summe der drei Seiten a, b und c durch S, so findet man bekanntlich den Flächeninhalt F des Dreieckes ABC durch die bequeme Formel:

$$F = \sqrt{\left(\frac{S}{2}\left(\frac{S}{2} - a\right) \times \left(\frac{S}{2} - b\right) \times \left(\frac{S}{2} - c\right)\right)};$$

wäre nun das zu berechnende Dreieck gleichschenklicht, so daß z. B. a die Grundlinie und b = c sei, so erhält man für den Flächeninhalt desselben aus vorstehender Formel die noch bequemere, nämlich:

$$F = \tfrac{1}{4}\sqrt{a^2 (2b + a) \times (2b - a)};$$

und für den Fall, wenn das Dreieck ABC ein gleichseitiges wäre, die noch einfachere Formel für dessen Flächeninhalt F,

$$F = \frac{b^2}{4}\sqrt{3} = \frac{b^2}{4} \times 1{,}732 = 0{,}433\,b^2;$$

d. h. die Fläche eines gleichseitigen Dreieckes ist gleich

dem Quadrate einer Seite desselben, mit $^{1,732}/_4 = 0,433$ multiplicirt. Wäre z. B. b = 15,6 Ruthen lang gefunden worden, so ist der Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks, wovon b eine Seite ist $= 15,6^2 \times 0,433 = 243,36 \times 0,433 = 105,37488$ □R, das sind 105 □Ruthen 37 □Fuß und 48 □Zoll.

§. 238.

Sollte man umgekehrt aus dem Flächeninhalte F eines gleichseitigen Dreiecks die Seite b desselben berechnen; so findet man, weil:

$$F = \frac{b^2}{4}\sqrt{3} = \tfrac{1}{4}\sqrt{3}.b^2$$

$$\frac{F}{\frac{1}{4}\sqrt{3}} = b^2$$

und hieraus $\sqrt{\left(\frac{F}{\frac{1}{4}\sqrt{3}}\right)} = b,$

d. h. Um aus dem Flächeninhalte eines gleichseitigen Dreiecks die Seite desselben zu finden, braucht man ersteren nur durch $\frac{1}{4}\sqrt{3} = \frac{1}{4} \times 1,732 = 0,433$ zu dividiren, und aus dem Quotienten die Quadratwurzel zu ziehen. Z. B.

Aufgabe. Wie groß muß jede Seite eines gleichseitigen Dreiecks genommen werden, wenn dasselbe gerade einen Morgen oder 180□Ruthen Fläche halten sollte?

Antwort. $\sqrt{(\frac{180}{0,433})} = \sqrt{\frac{180000}{433}} = \sqrt{415,7} = 20,3$ Ruthen. Um aber auch die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks aus seiner Fläche berechnen zu können, braucht man nur entweder:

a) letztere durch die halbe Seite, oder:

b) die doppelte Fläche durch die ganze Seite des gleichseitigen Dreiecks zu dividiren; z. B.

Aufgabe. Wie lang ist die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks, welches einen Flächeninhalt von 5400□° (oder 1 Hufe) hat?

Auflösung. Zuerst muß die Seite dieses Dreiecks gefunden werden; diese aber ist =

$$\sqrt{\frac{5400}{0{,}433}} = \sqrt{\frac{5400000}{433}} = \sqrt{12471} = 111{,}67^{\circ}.$$

daher die gesuchte Höhe entweder nach a.)

$$= \frac{5400}{\frac{111{,}67}{2}} = \frac{54000 \times 2}{11167} = \frac{1080000}{11167} = 96{,}7 \text{ Ruthen,}$$

oder nach b.)

$$= \frac{5400 \times 2}{111{,}67} = \frac{540000 \times 2}{11167} = \frac{1080000}{11167} = 96{,}7 \text{ Ruthen,}$$

wie vorhin.

§. 235.

Zusatz.

Obgleich die in §. 233. wiederholt angegebene Formel (zur Flächenberechnuug eines Dreiecks aus seinen drei Seiten) eine der nutzbarsten in der ganzen Feldmeßkunst ist, so giebt es doch viele Fälle, wo Ihre Anwendung schwer oder wohl gar unmlögich wird, und zwar z. B.

1) Wenn das Getraide in den Monaten Mai bis August im Halme steht, wo sich's die Ackerinteressenten sehr verbitten würden, Seiten und Diagonalen durchs Getraide messen zu lassen; allein auch hiervon abgesehen, so würde man schwerlich (besonders wenn die Frucht hoch steht) die abgesteckten Diagonalen 2c. sehen können.

2) In sumpfigten, bruchigten oder moorigten Gegenden wie auch in solchen, worin man stehende Wasser antrifft, ist dem Geometer die Diagonalmessung durch das Terrain verboten.

3) In Waldungen kann es ihm gar nicht einfallen, nach Dreiecken zu messen, und

4) ist es auch beschwerlich über beträchtliche Anhöhen Diagonalen zu führen. Oft aber läßt sich auf einer solchen Anhöhe ein Punkt annehmen, von welchem aus sich das aufzunehmende Feld ganz übersehen läßt, und dann kann

dieser Punkt als eine gemeinschaftliche Spitze, wo nicht aller, doch mehrerer die Figur bildender Dreiecke angenommen werden, die sich eines nach dem andern, aus ihren Seiten berechnen lassen.

§. 236.

B) Die Verwandlungen des Dreiecks.

Aufgabe 1) Ein niederes Dreieck abc (Taf. XXXVIII. Fig. 174.) in ein anderes von gegebener Höhe zu verwandeln.

Auflösung. Man errichte 1) auf der Grundlinie des gegebenen Dreiecks, z. B. hier in b eine Normale bh gleich der gegebenen Höhe;

2) Durch den oberen Endpunkt h lege man zur Grundlinie bc eine unbegrenzte Parallellinie; verlängere

3) die Linie ba bis sie diese Parallele in α trifft, verbinde sodann

4) den Punkt α mit dem Punkte c durch eine gerade Hilfslinie, lege zu dieser Hilfslinie αc durch die Spitze a des gegebenen Dreiecks die Parallele ay, und ziehe endlich die Linie αy, so ist $\triangle abc = \triangle \alpha by$; denn:

Beweis. Es ist $\triangle \alpha ay = \triangle ayc$

und $\triangle aby = \triangle aby$

$$\text{also } \underbrace{\triangle \alpha ay + \triangle aby}_{''} = \underbrace{\triangle ayc + \triangle aby}_{''}$$

$$\text{oder } \triangle \alpha by \quad = \quad \triangle abc.$$

Aufgabe 2) Ein hohes Dreieck $\alpha$by in ein niedrigeres von gegebener Höhe (z. B. = bβ) zu verwandeln.

Auflösung. 1) Man errichte (Taf. XXXVIII. Fig. 174.) aufder Grundlinie by des gegebenen Dreiecks wie vorhin die vorgeschriebene Höhe bβ, lege

2) durch β zur Grundlinie by eine Parallele, bis dieselbe die αb in a trifft; verbinde den Schneidepunkt a mit y, lege

3) durch α zu ay die αc parallel, und ziehe endlich

4) die ac, so ist jetzt $\triangle \alpha by = \triangle abc$.

Beweis wie vorhin.

Aufgabe 3) Innerhalb der Fläche eines Dreiecks z. B. abc, (Taf. XXXVIII. Fig. 175.) ist ein Punkt m gegeben, man soll von diesem Punkte aus, das Δabc in ein anderes verwandeln.

Auflösung. Man ziehe (Figur 175.) zu mb die die $a\alpha$, zu mc die $a\beta$ parallel, und ziehe sodann die Linien $m\alpha$ und $m\beta$, so ist $\Delta abc = \Delta ma\beta$

Beweis. Man denke sich die Hilfslinie ma,

so ist weil: $\Delta \alpha bm = \Delta abm$

$\Delta m\beta c = \Delta amc$

und $\Delta bmc = \Delta bmc$

also per. Addit. $\Delta \alpha m\beta = \Delta abc$.

Aufgabe 4) Außerhalb eines Dreiecks abc (Taf. XXXIX. Fig. 176.) ist ein Punkt p gegeben, man soll das Δabc in ein anderes verwandeln, welches den gegebenen Punkt p zur Spitze hat.

Auflösung. Ziehe bp, lege durch p zu ab die $p\beta$ parallel; sodann ziehe $a\beta$, und durch c die $c\alpha$ parallel, welche man von der genugsam verlängerten ba schneiden läßt, und zieht endlich αp, so ist $\Delta \alpha bp = \Delta abc$, denn:

Beweis. Zieht man die Hilfslinie $\alpha\beta$, so ist nach

Aufgabe 1) $\Delta abc = \Delta b\alpha\beta$,

aber $\Delta \alpha bp = \Delta b\alpha\beta$ (weil αb parallel $p\beta$)

folglich auch $\Delta abc = \Delta \alpha bp$.

Aufgabe 5) Jedes gegebene Dreieck, z. B. ade (Taf. XXXIX. Fig. 177 in ein gleichseitiges Dreieck zu verwandeln.

Auflösung. 1) Man errichte 1) über ae das gleichseitige Dreieck ahe.

2) Lege man durch d zu ae die dn parallel, verlängere ah bis sie diese Parallele in g trifft; beschreibe

3) über ag einen Halbkreis, errichte

4) in h eine Senkrechte welche den Halbkreis in l trifft; und ziehe die Sehne al.

5) Mit al schlage man aus l einen Bogen bis f, verlängere

6) die Grundlinie ae nach rechts, und ziehe endlich durch f zu he die fk parallel, so ist Δafk nicht nur gleichseitig, sondern auch $= \Delta ade$.

Auflösung 2) Wenn die Grundlinie ae (Fig. 178. Taf. XXXIX. die größte Seite des gegebenen Dreiecks ist, so liegt der Punkt h über der Parallele nd. Man ziehe nun durch den Punkt g die bis in den über ah beschriebenen Halbkreis verlängerte Linie eg, ziehe die Sehne al, schlage mit derselben aus a den Bogen lf, und lege durch f zu he die fk parallel, so ist Δafk nicht nur gleichseitig, sondern auch = Δade.

Aufgabe 6) Jedes gegebene Dreieck abc Taf. XXXIX. Fig. 179. in ein Quadrat zu verwandeln.

Auflösung. a) Geometrisch. Es sei Figur 179. das gegebene Dreieck abc; so lege man durch die Spitze a zur Grundlinie bc eine Parallele, halbire die Grundlinie bc in g, und errichte in g und c Perpendikel gh und cd welche die Parallele in h und d treffen, so hat man ein dem Δabc völlig gleiches Rechteck construirt. Verlängert man nun die Seite hd dieses Rechtecks ghdc, und macht diese Verlängerung df = dc (der Höhe des Rechtecks gleich) beschreibt über hf (oder hd + df) einen Halbkreis, und verlängert endlich die Linie cd bis sie den Halbkreis in e trifft, so giebt die Verlängerung de die Seite des gesuchten Quadrats, welches sowohl mit dem Rechtecke ghdc als auch dem gleich groß gegebenen Δabc einerlei Fläche hat.

Auflösung. b) Durch Rechnung. Man ziehe aus des gegebenen Dreiecks Fläche die Quadratwurzel, so ist dieselbe die Länge des gesuchten Quadrates Seite.

Aufgabe 7). Ein jedes Dreieck in ein Rechteck, und umgekehrt letzteres in ersteres zu verwandeln.

Auflösung. Soll das gegebene Dreieck in ein Rechteck von bestimmter Höhe verwandelt werden, so findet man die zugehörige Grundlinie, wenn man des Dreiecks Fläche durch die bestimmte Höhe dividirt, und umgekehrt. Z. B. die Fläche des gegebenen Dreiecks sei = 16 □Ruthen, und es soll dasselbe in ein 2 Ruthen hohes Oblongum verwandelt werden, wie groß muß des letzteren Basis werden?

Antwort. $\frac{16 \square^{\circ}}{2}$ = 8 Ruthen Länge.

Soll aber ein Quadrat oder ein Rechteck in ein Dreieck verwandelt werden, so muß man, wenn die Größe der Grundlinie des Dreiecks bestimmt ist, mit derselben in den doppelten Flächeninhalt des gegebenen Rechtecks dividiren (weil bekanntlich das Dreieck erst die Hälfte seines correspondirenden Parallelogrammes ist). Die so gefundene doppelte Höhe kann nun entweder auf den Endpunkten oder in jedem anderen Punkte der Grundlinie errichtet werden. Z. B. die Fläche des zu verwandelnden Rechtecks betrage 16 □°, und die Grundlinie des verlangten Dreiecks solle eine Länge von 8 Ruthen erhalten, so ist die entsprechend abzusteckende Höhe: $\frac{16 \times 2}{8} = 2 \times 2 = 4^{\circ}$.

Aufgabe 8) Zwei Dreiecke abc und $c\alpha\beta$ (Taf. XXXIX. Figur 180.) von verschiedenen Flächeninhalte in ein Dreieck zu verwandeln.

Auflösung. Man verlängere die Grundlinie bc des größeren Dreiecks; trage auf diese Verlängerung das kleinere Dreieck $c\alpha\beta$, verwandele letzteres in das höhere Dreieck $c\gamma\delta$ welches mit dem größeren Dreiecke abc einerlei Höhe hat, und ziehe endlich die Linie aγ, so ist das $\Delta ab\gamma = \Delta abc + \Delta c\alpha\beta$.

Aufgabe 9) Ein gegebenes und berechnetes Dreieck cab in ein Paralleltrapez mit Beibehaltung der Grundlinie ab, und des an derselben liegenden Dreieckswinkels α, so wie noch eines zweiten gegebenen und über dem anderen Endpunkte der Grundlinie liegenden Winkels abd zu verwandeln.

Auflösung. Das Dreieck cab (Taf. XL. Fig. 181.) enthalte 13 □ Ruthen und 50 □ Fuß; die Basis ab desselben messe 5° 0′ 5″. Der ∟ α und die Grundlinie ab bleiben, der ∟ abd aber sei gegeben.

Man lege nun durch die Spitze c des Dreiecks cab zur Basis ab eine Parallele, welche von dem in b auf ab getragenen ∟ abd, durch dessen Schenkel in d geschnitten wird; diese Parallele cd messe man, multiplicire ihr Maaß

mit dem von ab, und ziehe aus dem erhaltenen Produkte die Quadratwurzel; folglich, wenn z. B. cd = 875 Ruthen
und ab = 504 „
gefunden worden, hat man zu nehmen: $\sqrt{(875 \times 504)} = \sqrt{(441000} = 664$ Ruthen. Diese 664 Ruthen sind nun das Maaß für die zweite Parallele ef des zu findenden Trapezes. Um diese zweite Parallele aber ziehen zu können, addire man ihre Länge (also 664°) zu der Grundlinie ab (also zu 504°), halbire diese Summe, und theile mit der erhaltenen Hälfte in den Flächeninhalt des Dreiecks cab, so giebt der Quotient des gesuchten Trapezes Höhe xy, welche man auf der Basis ab errichtet, und durch deren Endpunkt y zu ab die Parallele eyf zieht, so wird aefb das verlangte Trapez sein. Man mußte also hier, um die Länge der Höhe xy zu erhalten setzen: $\frac{664° + 504°}{2} = \frac{1168°}{2} = 584°$,

und $\frac{13500000 \square'''}{58400'''} = 2° \; 4' \; 9''$ circa.

Trägt man nun die Höhe xy = 2° 4′ 9″ von x nach y, und legt durch y zu ab die ef parallel, so muß die ef genau 644° halten, und es ist jetzt auch der Forderung gemäß Δcab = Trapez baef.

C) Die Theilung der Figuren überhaupt.

§. 237.

Sehr oft liegt einer Vermessung der Zweck zum Grunde, daß eine neue oder veränderte Theilung des Grundstücks vorgenommen werden soll, oder auch den bestehenden Theilen durch gegenseitigen angemessenen Umtausch eine für die Bebauung oder sonstige Zwecke angemessenere Gestalt zu geben. Dergleichen Theilungen oder Verwandlungen der Figuren können nur nach vorhergegangener Aufnahme und Verzeichnung des Ganzen erfolgen, sie werden durch Construction oder Berechnung bewirkt und erfordern einerseits, außer dem Ausziehen der Quadratwurzel, noch eine besondere Fertigkeit

im Verzeichnen geometrischer Figuren; welches Beides ich bei meinen verehrten Lesern als bekannt voraussetzen darf und muß.

I. Die Theilung der Dreiecke.

§. 238.

Aufgabe 1. Ein Dreieck abc Figur 182 Taf. XL. soll von seiner Spitze a aus in mehrere gleiche Theile getheilt werden.

Auflösung. Gesetzt es sollte das $\triangle$abc aus dem Winkelpunkte a in drei gleiche Theile getheilt werden, so braucht man nur die gefundene Länge der dem Winkelpunkte a gegenüberliegende Seite bc (als Basis) durch 3 zu theilen und den erhaltenen Quotienten $(=\frac{bc}{3})$ dreimal aus b nach c zu tragen, so erhält man die Punkte α und β, welche die Theilungspunkte sind, die das gegebene Grundstück in die 3 gleichgroße Theile I = II = III zerfällt. Dieses ist zwar die leichteste aber auch am wenigsten vorkommende Theilungsart.

Um aber die Theilungspunkte bei dieser wie der folgenden Aufgabe, behufs der Versteinigung 2c. möglichst richtig in der Grundlinie zu bestimmen, mißt man mit der Kette von b nach c, und bemerkt in α den Endpunkt von $\frac{bc}{3}$; hierauf bei $\frac{2bc}{3}$ den Punkt β u. s. f.; was man das Zusammenschlagen der Maaße nennt.

§. 239.

Sollte man aber das vorige Dreieck abc (Fig. 182) nicht in gleiche, sondern in ungleiche Theile theilen, die sich z. B. wie 3:5:9 zu einander verhalten sollen, so braucht man nur das Maaß der Grundlinie bc durch die Summe der gegebenen Verhältnißzahl, hier also durch 3+5+9=17 zu dividiren, und für jede dieser Verhältnißzahlen eine Länge in der Grundlinie bc zu markiren, welche das Produkt aus der entsprechenden Verhältnißzahl in den erhaltenen Quotienten ist.

Hätte man z. B. daß Maaß der einzutheilenden Grundlinie $= 193^{\circ}\ 8'$ gefunden, so würde man dasselbe durch 17 dividiren und den Quotienten $11^{\circ}\ 4'$ erhalten. Um nun den Theilpunkt für die Verhältnißzahl 3 zu bestimmen, mißt man daher auf bc aus b eine Länge von $11^{\circ}\ 4' \times 3 = 34^{\circ}\ 2'$ ab; für die Verhältnißzahl 5 erhält man eine Länge $= 11^{\circ}\ 4' \times 5 = 57^{\circ}$, und für die dritte Verhältnißzahl 9 bleibt noch eine Länge von $11^{\circ}\ 4' \times 9 = 102^{\circ}\ 6'$ übrig, so daß sich nun die Dreiecke I, II und III wie ihre Grundlinien, d. i. wie 3 : 5 : 9 verhalten.

§. 240.

Aufgabe 2.) Ein Dreieck mit der Grundlinie parallel entweder in gleiche oder in proportionirte Theile zu theilen.

1.) In gleichgroße Theile.

Es soll das Dreieck abc (Taf. XL. Fig. 183) in drei gleiche Theile, also in zwei Trapezien und ein Dreieck getheilt werden.

Auflösung. Man theilt 1.) die ab (oder auch die ac) in drei gleiche Theile, in den Punkten n und m, und beschreibt über ab einen Halbkreis.

2.) Errichtet man aus den Theilungspunkten n und m Perpendikel, bis an die Peripherie in o und p, und zieht hierauf die Sehnen ap und ao.

3.) Macht man ad = ap und af = ao, so sind d und f die Punkte, durch welche die mit bc parallelen Theilungslinien de und fg zu ziehen sind.

2.) In proportionirte (oder ungleiche) Theile.

Sollen die Theile nicht gleich, sondern nach gegebenen Verhältnissen proportionirt eingetheilt werden, so ändert sich nur wenig in dem vorhin beschriebenen Verfahren. Es sollte z. B. das $\triangle$abc (Taf. XL. Fig. 184) in drei Theile eingetheilt werden, die sich zu einander verhalten wie 2 : 3 : 5.

Eigentlich müßte man $2 + 3 + 5 = 10$ gleiche Theile machen, und es bekäme von denselben nach dem bestimmten

Verhältnisse der erste Interessent $\frac{2}{10}$, der andere $\frac{3}{10}$ und dem dritten blieben $\frac{5}{10}$. Es braucht aber blos die eine Seite ab in 10 (oder n) gleiche Theile getheilt zu werden, und es bedarf nur zweier Perpendikel und mittleren Proportionallinien, nämlich bei den Punkten 2 und 5 (=2+3), um die Theilungspunkte zu bestimmen.

§. 241.

Es wird hier sehr viel auf die Richtigkeit und Schärfe des verjüngten Maaßstabes und der Zeichnung ankommen, besonders wenn der Theile viel sind. Ist das zu theilende Dreieck sehr groß, enthält es z. B. im Kleinen einige Hufen Landes, so wird ab auf dem Papier — weil der verjüngte Maaßstab nicht zu klein gewählt werden darf, eine sehr lange Linie sein, und der über dieselbe zu beschreibende Halbkreis sehr groß ausfallen, was die Zeichnung sehr erschwert und unsicher macht. Unmöglich wird man die Längen bis auf halbe oder ganze Fuß mit Zuverlässigkeit haben können, und welcher Interessent verliert heutiges Tages gern einen Fuß an der Breite seines Ackerstücks?

Der praktische Geometer, der sich ungern auf seine Hand, Augen und Zeichneninstrumente verläßt, wird unaufgefordert die entsprechenden Theilungspunkte durch Rechnung bestimmen, welche, wie wir gleich sehen werden, sehr einfach ist:

Bezeichnet nämlich a die Seite, von welcher aus man die Theilung vornehmen will, n aber die Zahl der gleichen Theile, in welche ein Dreieck eingetheilt werden soll, so verhält sich: $1 : n = x^2 : a^2$

und hieraus folgt: $x = \sqrt{\frac{a^2}{n}} = a\sqrt{\frac{1}{n}}$

man erhält demnach von der Spitze des einzutheilenden Dreiecks hier folgende Entfernungen der gesuchten Theilungspunkte:

für den ersten $\sqrt{\left(\frac{1}{n}a^2\right)} = a\sqrt{\frac{1}{n}} = a\frac{\sqrt{n}}{n}$

" " zweiten $\sqrt{\left(\frac{2}{n}a^2\right)} = a\sqrt{\frac{2}{n}} = a\frac{\sqrt{2n}}{n}$

" " dritten $\sqrt{\left(\frac{3}{n}a^2\right)} = a\sqrt{\frac{3}{n}} = a\frac{\sqrt{3n}}{n}$

u. für den letzten Theil: $\sqrt{\frac{(n-1)a^2}{n}} = \sqrt{\frac{(n-1)a}{n}} \times a.$

Gesetzt man habe das Dreieck ABC (Taf. XL. Fig. 185) mit der Grundlinie BC parallel in 5 gleiche Theile zu theilen, so ist hier $n = 5$, und die gemessene AB von $96^0\ 8' = a$, mithin

$$AD = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$AE = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{2.5}}{5} = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$AF = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{3.5}}{5} = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$AG = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{4.5}}{5} = 96{,}8 \times \frac{\sqrt{20}}{5}$$

Nun ist $\sqrt{5} = 2{,}236$, also $\frac{\sqrt{5}}{5} = 0{,}447$

" " $\sqrt{10} = 3{,}162$, " $\frac{\sqrt{10}}{5} = 0{,}632$

" " $\sqrt{15} = 3{,}873$, " $\frac{\sqrt{15}}{5} = 0{,}774$

und $\sqrt{20} = 4{,}472$, " $\frac{\sqrt{20}}{5} = 0{,}894.$

folglich $AD = 96{,}8 \times 0{,}447 = 43{,}27 = 43^0\ 2'\ 7''$

" $AE = 96{,}8 \times 0{,}632 = 61{,}2 = 61^0\ 2'$

" $AF = 96{,}8 \times 0{,}774 = 74{,}9 = 74^0\ 9'$

" $AG = 96{,}8 \times 0{,}894 = 86{,}5 = 86^0\ 5'.$

§. 242.

Soll aber die Theilung sogleich auf dem Felde ausgeführt werden, so müssen auch in der gegenüberstehenden Seite AC die Theilungspunkte d, e, f, g, (Figur 185.) abgesteckt werden. Hier aber ist nicht nöthig, vorige Rechnung

umständlich zu wiederholen. Man messe nur die AC genau; sie enthalte z. B. 112° 3′, so erhält man aus der Proportion: AB : AC = 43,27 : Ad nachstehende Proportionsätze:

$$\left.\begin{array}{r} 96{,}8 : 112{,}3 = \\ \text{oder } 968 : 1123 = \end{array}\right\} \begin{array}{l} 43{,}27 : Ad \\ 61{,}2 : Ae \\ 74{,}9 : Af \\ 86{,}5 : Ag. \end{array}$$

Sind der Theilungspunkte viel, so ist es vortheilhaft, das allgemeine vordere Verhältniß 968 : 1123, in einen Decimalbruch (hier also $\frac{1123}{968} = 1{,}16 \ldots .$) zu verwandeln, und mit demselben alle dritten Glieder der Reihe nach zu multipliciren.

§. 243.

Soll ein Dreieck abc (Taf. XL. Fig. 186) nach einem gegebenen Verhältniß getheilt und die Theilungspunkte berechnet werden; z. B. nach dem Verhältnisse 3 : 4 : 5, so muß zunächst die Seite gemessen werden, in welcher man die Theilung vornehmen will. Sie (z. B. die AB) messe etwa 144°, so theilt man dieselbe nach der Repartitionsregel (oder sogenannten Gesellschaftsrechnung) indem man setzt:

$$\left.\begin{array}{r} (3 + 4 + 5) : 144 = \\ \text{oder } 12 : 144 = \\ \text{oder } 1 : 12 = \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3 : x, \text{ u. findet } x = 36^\circ \\ 4 : x, \text{ u. } \;\;\text{"}\;\; x = 48^\circ \\ 5 : x, \text{ u. } \;\;\text{"}\;\; x = 60^\circ \end{array}$$

folglich Summe und Probe = 144°.

Der erste Hilfstheilungspunkt in AB fällt also von der Spitze A an gerechnet in den Punkt, wo 36 Ruthen vorüber sind, der zweite nach (36 + 48) oder nach 84°.

Der erste wahre Theilungspunkt in AB aber ist nach

$$\sqrt{(144 \times 36)} = \sqrt{(5184)} = 72^\circ$$

der zweite aber nach $\sqrt{(144.48)} = \sqrt{6912} = 83{,}9^\circ$.

Ebenso wird verfahren, wenn der Theilungspunkte mehrere zu suchen sind.

§. 244.

Etwas Anderes ist die noch oft vorkommende

Aufgabe: Von einem Dreieck abc (Taf. XL. Fig. 187.) eine bestimmte Anzahl von Quadratruthen z. B. 202 □° mit der Grundlinie bc parallel abzuschneiden.

Auflösung. Ist der Inhalt des $\triangle$abc nicht gegeben, so berechne man 1) denselben, und messe auch die Seite ab, in welcher die Theilung vorgenommen werden soll. Es sei der Inhalt 416 □° und ab = 36,4° gefunden.

2) Wird der abzuschneidende Theil 202 □° vom ganzen Inhalte abgezogen, also hier: 416 — 202 = 214, welcher Rest der Inhalt des $\triangle$ade ist, so an der Spitze übrig bleibt.

3) Hierauf schließe man: $\triangle abc : \triangle ade = ab^2 : ad^2$

oder: $416 : 214 = 36{,}4^2 : ad^2$

$$\text{also } \frac{214 \times 36{,}4^2}{416} = ad$$

$$\text{folglich } \sqrt{\left(\frac{214 \times 36{,}4^2}{416}\right)} = 26{,}1 = ad.$$

welchen Werth von ad man kürzer mit Logarithmen berechnet.

Sollte man ein zweites Trapez von gegebenem Inhalte über dem vorigen dbce abschneiden, z. B. eines von 120 □R, so ist über der Grundlinie bc nun ein Trapez von

202 + 120 = 322 □R

abzuschneiden. Wenn auch deren noch mehrere, eines nach dem anderen abgeschnitten werden sollen; so geschieht dieses wie so eben immer von der Grundlinie bc aus.

§. 245.

Bezeichnet man die Höhe ad des $\triangle$abc (Figur 188. Taf. XL.) durch h, die Basis bc des $\triangle$abc durch b, und F bezeichne den Inhalt des z. B. abzuschneidenden Trapeziums bfgc, dessen unbekannte Höhe de aber durch x, so erhält man für das Abschneiden eines Trapezes von bestimmter Größe über der Grundlinie eines Dreiecks, folgende einfache Formel:

$$x = h - \sqrt{h^2 - \frac{2Fh.}{b}}.$$

Es sei z. E. $h = 24$, $b = 36$ und $F = 200$ □R,

so ist $x = 24 - \sqrt{24^2 - \frac{2.200.24}{36}} =$

$24 - \sqrt{576 - 266,\ldots.)}$

oder $x = 24 - \sqrt{310}$

folglich $de = x = 24 - 17,6 = 6,4$.

§. 246.

Sollen oben von der Spitze her von eben diesem Dreieck, welches $\frac{24 \times 36}{2} = 432$ □R hält, $432 - 200$ oder 232 □R abgeschnitten werden, daß also $F = 232$, so ist die Formel für ae (s. Taf. XLI. Fig. 190.) $= x$, folgende:

$$ae = x = \sqrt{\left(\frac{2hF}{b}\right)} = \sqrt{\left(\frac{2 \times 24 \times 232}{36}\right)} = \left(\frac{4 \times 232}{3}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{928}{3}} = \sqrt{(309,33)} = 17,58.$$

daher $ae + de = 17,58 + 6,4 = 23,98 = h$.

Es kömmt also die Höhe 24 beinahe wieder heraus; der geringe Unterschied von 0,02 rührt blos von der Unvollständigkeit oder der Irrationalität der $\sqrt{309,33}$ her.

§. 247.

Folgende zwei Aufgaben mögen hier noch angeführt sein:

Aufgabe 1) Ein Dreieck abc (Taf. XLI. Fig. 189.) in drei gleiche kleinere Dreiecke zu theilen, so, daß der Punkt, wo ihre Spitzen zusammen treffen, innerhalb des gegebenen Dreiecks liege, und alle drei Seiten desselben die Grundlinien der Theile werden.

Auflösung. Es kömmt hier darauf an, den Punkt d zu finden, alsdann lassen sich db, da und dc ziehen.

Zu diesem Ende mache man $ce = \frac{ac}{3}$, und ziehe ef parallel bc, so liegt der gesuchte Punkt d in dieser Parallele denn alle Dreiecke, welche ihre Spitze in derselben, und die

bc zur Grundlinie haben, sind $\frac{1}{3}$ vom Δabc. Ebenso mache man ga = $\frac{1}{3}$ von ab, und gh parallel mit ac, so giebt der Durchschnitt beider Parallelen (also von fe und gh) den gesuchten Punkt d an. Es ist Δbcd = $\frac{1}{3}$ Δabc; ebenso ist auch Δadc = $\frac{1}{3}$ Δabc; das dritte Δbda macht daher das 3te Drittel aus.

§. 248.

2.) Im vorigen Paragraph wurde der Punkt d als die gemeinschaftliche Spitze der drei kleinen Dreiecke gesucht, er kann aber auch gegeben sein. Z. B. Es sei in d Figur 190 ein Brunnen gegraben, welchen die aneinander grenzenden Nachbarn gemeinschaftlich benutzen wollen, und man soll deshalb das Δabc, in 3, 4 oder mehrere gleiche Theile theilen, so, daß jeder Interessent zu dem Brunnen kommen kann.

Auflösung. Man berechnet 1) genau den Inhalt des ganzen Dreiecks abc aus seinen drei Seiten; es halte dasselbe z. B. 400 □R, und sollte in 4 gleiche Theile getheilt werden, daß also auf jeden Theil 100□R kommen.

2.) Fälle man aus d die Senkrechte df auf bc, und messe sie genau.

3.) Dividire man mit der gefundenen Länge von df in den doppelten Inhalt eines Theils, also in $100 \times 2 =$ 200 □R, so giebt der Quotient die Länge der Grundlinie be zu einem Dreieck bde, welches 100□R hält, und $\frac{1}{4}$ vom Δabc ist. Es sei df = 7, so ist be $= \frac{200}{7} = 28{,}57$, und Δbde = $\frac{1}{4}$ Δabc.

4.) Man berechne das Δdce, und finde dessen Inhalt = 40□R, so fehlen dem zweiten Theile noch $100 - 40 =$ 60 □R; dc als Grundlinie messe nun z. B. 23°, so ist $\frac{60 \times 2}{23} = \frac{120}{23} = 5{,}2^{\circ}$ die Höhe des über dc zu setzenden Δdgc von 60 □R, und das Trapez decg = 100 □R.

5.) Man ziehe da, und berechne den Inhalt des $\triangle$adg, für welches man z. B. 72 □R finde, so sind diesem Dreieck noch 100 — 72 = 28 □R zuzulegen. ad als die Grundlinie vom $\triangle$adg messe 12°, die Höhe des zuzulegenden $\triangle$adh ist also $= \frac{28 \times 2}{12} = \frac{14}{3} = 4{,}66$, und das Trapezoid dgah demnach = 100 □R.

6.) Das noch übrig gebliebene $\triangle$bdh muß demnach von selbst 100 □R halten.

§. 249.

Aufgabe 3.) Von einem Dreieck (Taf. XLI. Fig. 191) kennt man das Maaß der Grundlinie bc, nebst dem Maaße der Höhe ad; man soll von der Spitze a her, und mit der Grundlinie parallel eine bestimmte Anzahl Quadratruthen abschneiden; oder was Dasselbe ist, die Höhe eines Dreiecks zu finden, welches die bestimmte Anzahl von Quadratruthen enthält.

Auflösung. Man multiplicire den doppelt gegebenen Inhalt des abzuschneidenden Dreiecks mit der gegebenen Höhe, dividirt das erhaltene Produkt durch die gleichfalls bekannte Grundlinie, und zieht aus dem Quotienten die Quadratwurzel; so giebt dieselbe die aus der Spitze a abzusteckende Höhe des gesuchten abzuschneidenden Dreiecks. Z. B. Es soll vom $\triangle$abc von der Spitze a aus und mit der Grundlinie parallel ein Dreieck von 200 □R abgeschnitten werden; wie groß ist die Höhe des abzuschneidenden Dreiecks wenn bc = 42, ad (als Höhe) = 50 Ruthen mißt?

Antwort $\sqrt{\frac{2.200 \times 50}{42}} = \sqrt{\frac{20000}{42}} = \sqrt{\frac{10000}{21}} =$ $\sqrt{476{,}2} = 21{,}82$ oder 21° 8′ 2″ für ag.

II.) Die Theilung der Parallelogramme.

§. 250.

Aufgabe 1. Ein Quadrat, Rechteck oder sonstiges Parallelogramm soll in eine beliebige Menge festgestellter Theile zerlegt werden.

Auflösung a. Soll das Parallelogramm in lauter gleiche Theile zerlegt werden, so braucht man nur das Maaß einer Seite der Figur in die verlangte Anzahl gleicher Theile einzutheilen, sodann mit der Kette nach der Grundlinie entlang messend, bei den betreffenden Punkten (auf dem Felde) jedesmal einen Pflock einzuschlagen, und dasselbe Verfahren auf der parallel gegenüberstehenden Seite zu wiederholen, so ist das Verlangte geschehen. Gesetzt, man habe das Ackerstück abcd (Taf. XLI. Fig. 192) in 3 gleiche Theile und zwar auf Verlangen mit einer der kürzeren beiden Seiten ad, parallel zu zerlegen; so theilt man die Grundlinie dc, welche z. B. 120 Ruthen halten mag durch 3, und erhält $\frac{120}{3}$ oder 40 Ruthen. Man mißt daher mit der Kette zuerst von d nach c, und steckt so oft einen Pfahl ein, als 40 Ruthen vorüber sind; dasselbe geschieht auf der entgegengesetzten Linie ab, worauf das Geschäft der Theilung vollzogen ist.

Auflösung b.) Soll hingegen das einzutheilende Grundstück in ungleiche Theile nach einem bestimmten Verhältnisse eingetheilt werden, so wird die in §. 243, 246 und 247 gezeigte Verfahrungsart angewendet. Sei z. B. das gegebene Parallelogramm in 5 verschiedene Theile zu zerlegen, die sich zu einander verhalten wie 2:2:3:5:7, so messe man eine der Seiten und finde dieselbe z. B. $= 418°$; in diese Länge theile man mit der Summe der gegebenen Verhältnißzahlen, also hier mit $2+2+3+5+7 = 19$; multiplicire den erhaltenen Quotienten $\frac{418}{19} = 22$ nun nach und nach mit jeder der einzelnen Verhältnißzahlen, also mit, 2, 2, 3, ꝛc., und trage die so gefundenen Längen nämlich hier: $22 \times 2 = 44°$, $22 \times 2 = 44°$; $22 \times 3 = 66°$ $22 \times 5 = 110°$ und $22 \times 7 = 154°$ von einem Endpunkte der gemessenen Grundlinie zum andern hin, wie es vorhin gelehrt worden, so ist das Verlangte geschehen.

§. 251.

Aufgabe 2). Ein Parallelogramm abcd (Taf. XLI. Fig. 193.) so in zwei gleiche Theile zu zerlegen, daß die Theilungslinie durch einen Punkt e des Umfangs geht.

Auflösung. Man trägt die gemessene de auf die gegenüberliegende Parallele ab, aus b nach a hin bis in h, und zieht he, so theilt he das Parallelogramm in zwei gleiche Theile.

Beweis. Da ab parallel dc, so ist auch $\angle n = \angle m$
und $\angle o = \angle p$
ferner auch $\angle a = \angle c$ und $\angle b = \angle d$ ꝛc.
und daher auch dahe = bceh.

§. 252.

Aufgabe 3). Man soll ein Parallelogramm defk (Taf. XLI. Fig. 194.) so in zweg leich große Theile theilen, daß die Theilungslinie durch einen innerhalb des Parallelogramms gegebenen Punkt a geht.

Auflösung. Man ziehe die Diagonale df, die nicht in der Richtung des gegebenen Punktes a liegt, verbinde a mit deren Mittelpunkt g durch eine gerade Linie ag, und verlängere dieselbe auf beiden Seiten bis in i und h, so theilt ih das Parallelogramm in die beiden concruenten Theile ideh und ihfk.

Beweis. Weil die beiden Dreiecke dgi und fgh eine gleiche Seite und auf derselben zwei gleiche Winkel haben, so sind sie concruent. Auch ist die Figur ghed der unteren gikf gleich, weil beide gleiche Winkel und gleiche Seiten haben; denn wegen der Gleichheit der vorigen Dreiecke ist auch hf = di, und also auch das Stück eh = ik.

Nun besteht der eine Theil dehi aus dem $\triangle$hgf und der Figur dghe, und der andere aus zwei diesen gleichen Stücken, nämlich aus dem $\triangle$dgi und der Figur kigf, mithin ist auch dihe = hike.

In der Ausübung könnte diese Aufgabe vorkommen, wenn z. B. der Punkt a ein Brunnen wäre, welchen beide Interessenten benutzen wollten; sie ist übrigens auch nur bei einem Parallellogramm anwendbar.

§. 253.

Aufgabe 4). Vier Geschwister sollen sich in eine sechsseitig-rechtwinktigte Wiese abcdef (Figur 195.) so theilen, daß jedes von ihnen nicht nur soviel als das andere bekömmt, sondern daß auch jeder Theil dem Ganzen völlig ähnlich sei.

Die Auflösung dieser mehr zur Unterhaltung dienenden Aufgabe ergiebt sich aus der in der Figur geschehenen Construktion, aus welcher man ersieht, daß die Figur aus drei aneinander liegenden Quadraten besteht, und man nur eine Seite eines derselben zu halbiren braucht, um mit deren Hälfte die entsprechende Theilung vornehmen zu können, so daß №. I $\cong$ II $\cong$ III $\cong$ IV werde.

§. 254.

Aufgabe 5) Zwei Personen A und B besitzen ein Stück Feld (Figur 196.) dergestalt, daß der Theil des Einen dem Flächeninhalte nach dem Theil des Anderen gleich ist, nicht aber der Bonität oder Güte nach. Wie müssen die Grundstücke dieser beiden Interessenten bei einer neuen Vertheilung dergestalt nach Proportion regulirt werden, daß jeder ihrer Besitzer gleichviel Aussaat habe?

Auflösung. Gesetzt die Güte des Ackers vom Interessenten A verhalte sich zu der Güte des Ackers von B wie 240 : 180 oder in kleinsten Zahlen wie 4 : 3, d. h. A bedarf zu einem Scheffel Aussaat 180 □R, und B eben hierzu 240 □R. Der Flächeninhalt des ganzen Feldes betrage 2250 □R. Um nun das in der Aufgabe Verlangte zu bewirken, multiplicire man den Theil des A mit seiner kleinsten Verhältnißzahl, also mit 4, und ebenso den Theil des B mit seiner kleinsten Verhältnißzahl 3, ziehe das letztere

Produkt vom ersteren ab, und theile die Hälfte des Restes durch 4, so erhält man den Feldstreifen, welcher den A abgenommen, und dem B zugegeben werden muß. Das zuletzt erhaltene Facit als den Inhalt eines länglicht-schmalen Vierecks betrachtet, wovon die Scheidungslinie ba (siehe die Figur 198.) die wahre Länge giebt, dividire man durch die Länge von ba, so giebt der Quotient die gesuchte Breite des dem A abzunehmenden und dem B zuzulegenden Streifens dbac, welche Breite man aus d nach b und aus c nach a absetzt, und die Linie ba hierauf als neue Theilungslinie zieht.

Die hier angegebene Berechnung ist demnach:

$$\frac{(2250 \times 4) - (2250 \times 3)}{2 \times 4} = \frac{9000 - 6750}{8} = \frac{2250}{8} = 281\tfrac{1}{4} \square R,$$

gleich dem schmalen Feldstreifen bacd welcher dem A abgenommen und dem B zugelegt werden muß.

Probe. Um sich von der Richtigkeit der gegebenen Regel zu überzeugen, so ermittle man die Aussaat eines jeden der beiden Ackerinteressenten, welche hier für $A = \frac{2250}{180} = \frac{225}{18} = 12\frac{1}{2}$ Scheffel, für B hingegen $\frac{2250}{240} = \frac{225}{24} = 9\frac{9}{24}$ Scheffel betragen, und A dem B daher noch soviel Ackerland abzutreten hatte, als zu $1\frac{9}{16}$ Scheffel, der Hälfte des Ueberschusses von $(12\frac{1}{2} - 9\frac{3}{8})$ Scheffel erforderlich ist. Ebensoviel Aussaat sind aber auch zu dem abzunehmenden Stücke von $281\frac{1}{4}$ □R erforderlich, denn:

$$180 \square R : 281\tfrac{1}{4} \square R = 1 \text{ Scheffel} : X$$

woraus man für $x = \frac{281\frac{2}{8}}{180} = \frac{2250}{1440} = \frac{225}{144} = 1\frac{9}{16}$ Scheff. findet.

III. Berechnung und Theilung unregelmäßiger Vierecke.

§. 255.

Erklärung. Unter einem Trapezium versteht man bekanntlich jedes Viereck, in welchem nur zwei gegen-

überliegende Seiten parallel zu einander sind; unter einem Trapezoides aber, wo keine Seite zur anderen parallel ist.

a) Vom Trapezoides.

§. 256.

Jedes Trapezoides abcd, (Taf. XLII. Fig. 197.) ist gleich jedem anderen Viereck durch eine seiner Diagonalen, z. B. hier db in zwei Dreiecke zerlegbar, deren summarische Fläche die des Trapezoides ist. Diesen Flächeninhalt zu erhalten braucht man nur wenn es auf große Genauigkeit ankömmt — jedes der beiden Dreiecke, (also $\triangle$adb und dbc) aus seinen drei Seiten zu berechnen, und sodann ihre Inhalte zu addiren.

Will man aber den Flächeninhalt blos vermittelst des verjüngten Maaßstabes berechnen, so findet eine Abkürzung statt.

Man bezeichne die Diagonale db durch d
den Perpendikel af „ h
und den anderen „ ce „ p,
so ist der Flächeninhalt des Trapezoides abcd

$$= \frac{dh}{2} + \frac{dp}{2} = \frac{dh + dp}{2} = \frac{d(h+p)}{2},$$

d. h. „Man multiplicire die Summe beider Perpendikel oder Höhenlinien mit der Diagonale, und dividire das hier erhaltene Produkt durch 2.“

Je nachdem die Division durch 2 ohne Rest geschehen kann, ist letztere Formel auch wie folgt anwendbar:

$$\frac{d(h+p)}{2} = \text{entweder a) } \frac{d}{2}(h + p)$$

$$\text{oder b) } d\left(\frac{h+p}{2}\right).$$

Beispiele.

1) Wie groß ist der Flächeninhalt eines Trapezoides, wenn h = 23,5°; p = 16,6° und d = 28,9° ist?

Antwort. $\frac{28,9(23,5+16,6)}{2} = \frac{28,9 \times 40,1}{2} = 579,44$ □R.

In diesem Beispiele fand keine aufgehende Halbirung statt.

2) Wie groß ist die Fläche aber, wenn:

$h = 23,5$; $p = 16,7$ und $d = 28,9$ ist?

Antwort. Hier läßt sich $h + p$ der beiden ungeraden Endziffern wegen genau ohne Rest halbiren, und man findet demnach den Inhalt mittelst der Formel unter b). Daher ist die gesuchte Fläche $= 28,9 \left(\frac{23,5+16,7}{2}\right) = 28,9 \times 201$ $= 580,89$ □R.

3) Wie groß ist der Flächeninhalt, wenn:

$h = 23,5^0$; $p = 16,6^0$ und $d = 28,8^0$?

Antwort. Da sich hier $d = 28,8$ durch 2 ohne Rest theilen läßt, so benutzt man die Formel sub a); daher die gesuchte Fläche $= \frac{28,8}{2}$ $(23,5 + 16,6) =$ $14,4 \times 40,1 = 577,44$ □ Ruthen.

§. 257.

Werden die Höhen nach dem verjüngten Maaßstabe genommen, so muß zweimal von demselben abgegriffen, und es kann eben so oft in Kleinigkeiten, z. B. in halben und ganzen Fußen dabei gefehlt werden, weshalb es also besser ist, wenn man ihn (den verjüngten Maaßstab) nur einmal zu brauchen nöthig hat.

Zu diesem Ende lege man durch die Winkelspitze c (Taf. XLI. Fig. 198.) des unteren Dreiecks dbc zur Diagonale db die Parallele ch, und von der gegenüberstehenden Spitze a des oberen Dreiecks adb lasse man auf die Parallele ch den Perpendikel ag fallen, so ist derselbe, wie sogleich aus der Figur erhellt, $= h + p$ oder die Summe der Höhen beider Dreiecke. Es ist daher nur nöthig, ihn zu messen, und sein Maaß anstatt $h + p$ in Rechnung zu bringen. — Die Diagonale db braucht, weil sie schon durch ihre End-

punkte d und b bestimmt ist, nicht einmal gezogen zu werden, und man hat so eine Hilfslinie weniger.

Hat das Trapezoides adcb (Figur 198.) einen einspringenden Winkel wie adc, und ist eh parallel mit der nur durch ihre Endpunkte d und b gegebenen Diagnale db, so ist ag der Perpendikel aus a auf eh, folglich die Summe der Höhen beider Dreiecke adb und bcd, in welche abcd zerschnitten werden könnte.

§. 258.

Bei der Berechnung des Flächeninhaltes ist noch zu bemerken: daß, wenn das Maaß einer Linie mit dem Maaße einer anderen multiplicirt werden soll, man besonders die kürzere von ihnen mit möglichst größter Genauigkeit messe, und zwar mit einer desto größeren, je größrr die Differenz beider Faktoren ist. Z. B. es soll 6 mit 24 multiplicirt werden, und verkleinere die 6 um 1 (nehme also z. E. anstatt 6′ nur 5′), so erhält man statt $6 \times 24 = 144$, nur $5 \times 24 = 120$ zum Produkte. Verliert aber der größere Faktor 24 eine Einheit, so ist das Produkt $6 \times 23 = 138$, und es gehen an demselben nur $144 - 138 = 6$ Einheiten verloren, während vorhin $144 - 120 = 24$ derselben fehlten.

Ein Ackerstück sei 3,9° breit, und 182,4° lang, so hält dasselbe $182{,}4 \times 3{,}9 = 711$ □R und 36 □F. Läßt man hier an der Länge 4 Fuß fehlen, so erhält man $182{,}0 \times 3{,}9 = 709$ □R + 80 □F, und die Differenz ist: $711{,}36 - 709{,}80 = 1{,}56$ □R. Würde man aber auf dem Maaßstabe anstatt 3,9° nur 3,5° genommen haben, so würde man zum gesuchten Inhalte nur: $182{,}4 \times 3{,}5 = 638{,}40$ □R erhalten haben, mithin $711{,}36 - 638{,}40 = 72{,}96$ □R zu wenig; ein Unterschied der sehr bedeutend ist.

§. 259.

Vielseitige Figuren bestehen, wenn die Anzahl ihrer Seiten gerade ist, aus gewissen Trapezoiden und wenn

sie ungerade ist, aus Trapezoiden und einem Dreieck. Man kann daher auch leicht jede vielseitige Figur nach Trapezen berechnen. Die sechsseitige Figur abdegc (Figur 199.) auszurechnen, ist nur nöthig:

1) Sie in die beiden Trapezoiden abdg und defg durch die Diagonale dg zu zerschneiden.

2) Durch die Winkelspitze a zur Diagonale bg die ac parallel zu ziehen, und auf dieselbe aus d den Perpendikel di zu fällen.

3) Durch die Winkelspitze f lege man zur Diagonallinie ge die fh parallel, und fälle auf dieselbe die Normale dk, so ist die Fläche der sechsseitigen Figur abdefg = $\frac{bg \times di}{2} + \frac{ge \times dk}{2} = \frac{(bg \times di) + (ge \times dk)}{2}$.

Nur Aufmerksamkeit gehört dazu, damit man in Ziehung und Messung der Hilfslinien sich nicht irre. Daß man das bei einer ungleichen Anzahl Seiten zuletzt noch übrig bleibende Dreieck für sich berechne, und seinen Inhalt dann zu denen der Trapezoide rechnet werde, versteht sich von selbst.

b.) Vom Trapezium.

§. 260.

Die Linie he (Figur 200.) welche innerhalb des Trapezes abcd auf beiden einander parallelen Seiten senkrecht steht, ist des Trapezes Höhe.

Jede geradlinigte Figur von nach so vielen Seiten, läßt sich in Trapezien zerschneiden, und gemeiniglich durch diese am bequemsten ausrechnen. Die gewöhnliche Methode ein Feld in lauter Dreiecke zu zerschneiden, und jedes besonders auszurechnen, bediene man sich nur dann, wenn auf dem Felde mit der Kette nach Dreiecken gemessen worden, und also von jedem Dreiecke alle drei Seiten bekannt sind, aus denen der Inhalt berechnet werden soll, und auch weiter nichts nöthig ist, als den Inhalt der gemessenen Figur anzugeben.

§. 261.

Soll eine Figur, wie z. B. abcdefghik (Figur 201) in Trapezien zertheilt werden, so ziehe man innerhalb derselben zwischen den beiden am entferntesten liegenden Punkte z. B. von a bis g, besser aber neben ihr eine gerade Höhenlinie lm nach Belieben, welche jedoch oben und unten etwas länger ist als die gegebene Figur. Auf diese allgemeine Höhenlinie fälle man zuerst von der Winkelspitze a der Figur den Perpendikel aq und ziehe zu demselben durch alle Winkelpunkte der Figur bis in die links liegenden äußeren Seiten die Parallellinien: bn, αko, cp, βiv, dr, es, ft, γhu und gw, so erhält man lauter Trapezien, außer an den Enden, wo oben und unten ein Dreieck übrig bleibt; und es ist qn die Höhe des oberen Dreiecks,

uw " " " unteren "
no " " " ersten Trapezes,
u. s. f.

§. 262.

Durch die Diagonale ac (Taf. XLII. Fig. 202.) wird das Trapez abcd in die beiden Dreiecke abc und acd zerlegt, und es ist bekanntlich

$$\triangle abc = \frac{ab \times he}{2} \text{ und } \triangle acd = \frac{dc \times he}{2};$$

$$\text{folglich } abcd = \frac{ab \times he}{2} + \frac{dc \times he}{2} = \frac{ab \times he + dc \times he}{2}$$

$$= \frac{(ab+dc)he}{2} = (ab+dc)\frac{he}{2} = \left(\frac{ab+dc}{2}\right) \times he;$$

je nachdem nun die Summe der parallelen Seiten, oder auch nur die Höhe durch 2 ohne Rest theilbar ist; z. B.

1.) Wie groß ist der Inhalt eines Trapezes dessen Höhe 20°, und bei welchem ab = 15,9° und dc = 17,8° lang ist?

Antwort. Hier ist $(ab+cd)\frac{he}{2} = (15{,}9+17{,}8).\ \frac{20}{2}$

$$= 33{,}7.10 = 337 \,\square R.$$

2.) Wie groß ist die Fläche eines Trapezes, wenn ab $= 0,9^0$, dc $= 3,7^0$ und he $2,5^0$ ist?

Antwort. $\left(\frac{ab \times cd}{2}\right) . he = \frac{(0,9+3,7)}{2} \times 2,5 =$

$$\frac{4,6}{2} \times 2,5 = 3,2 \times 2,5 = 8 \, \square \text{Ruthen.}$$

Es werden dem Feldmesser gewiß viele irregulaire Figuren vorkommen, die sich in Trapezien von 10 Ruthen Höhe, bis auf einige kleine besonders zu berechnende Reste zerschneiden lassen. Alsdann ist die Berechnung des Ganzen sehr leicht und sicher, läßt sich schnell vollenden, und auch geschwind übersehen oder revidiren, welches Letztere aber nie unterbleiben darf.

§. 263.

Zusatz 1.) Trapeze sind von gleichem Flächeninhalte wenn bei ihnen nebst der Höhe noch die Summe ihrer Parallelen einander gleich sind.

Zusatz 2.) Ein Trapez läßt sich sogleich in ein Dreieck verwandeln, wenn man die obere Parallele hinweg nimmt, und sie der unteren gerade fort ansetzt; und umgekehrt, setzt man das der Grundlinie abgeschnittene Stück auf die obere Winkelspitze parallel mit der Grundlinie an, und verbindet das Ende dieser oberen Parallele mit dem der unteren, so ist dadurch das Dreieck in ein gleich großes Trapez verwandelt worden.

§. 264.

Aufgabe. Einem Ackerstück abcd (Figur 202), welches ein Trapezium ist, sollen an der Linie ac, 95 ihm fehlende Quadratruthen zugelegt werden, nicht aber in Form eines Parallelogrammes, sondern eines Trapeziums, so, daß der zugelegte Theil αadδ der ganzen Figur in den Breiten aα und dδ proportionirt ist.

Auflösung. Es sei des Trapezes Höhe fe $= 24,2$, die untere Parallele dc $= 28,6$ und die obere ab $= 16,8$

Die Seite eines zuzulegenden Parallelogrammes würde sein:

$$\frac{95}{24{,}2} = \frac{950}{242} = 3{,}9^0;$$

d. h. man dürfte nur beide Parallellinien ab und dc jede um $3{,}9^0$ verlängern, so wäre die Zulage geschehen; allein sie soll der ganzen Figur abcd ein, in den Breiten proportionirtes Trapez sein. Man schließe daher:

$$\underbrace{ab+dc}_{''} : \underbrace{cd}_{''} = \underbrace{2\times 3{,}9}_{''} : \underbrace{\delta d}$$

$$\text{oder: } 45{,}4 : 28{,}6 = 7{,}8 : \delta d$$

und erhält hieraus für $\delta d = \frac{28{,}6\times 7{,}8}{45{,}4} = 4{,}9;$

Die Seite cd müßte bis δ um $4{,}9^0$ verlängert werden. Ferner schließe man: $\underbrace{ab+cd}_{''} : \underbrace{ab}_{''} = \underbrace{2\times 3{,}9}_{''} : a\alpha$

$$\text{oder } 45{,}4 : 16{,}8 = 7{,}8 : a\alpha$$

und findet hieraus für $a\alpha = \frac{16{,}8\times 7{,}8}{45{,}4} = 2{,}9^0$

d. i. die Verlängerung der ba bis α (oder $a\alpha$).

Beide Verlängerungen: $2{,}9+49=7{,}8$, oder die doppelte Breite des zuzulegenden Parallelogrammes, die es auch sein muß. In cd wird also 1 Ruthe mehr, und in ba eine weniger genommen.

Beweis.

Wenn die zuzulegenden Theile, nämlich an cd und ba x und y heißen, so soll sein:

$$cd : ba = x : y$$

$$\text{daher } (cd+ba) : cd = (x+y) : x$$

$$\text{und } (cd+ba) : ba = (x+y) : y.$$

Die Summe $x+y$ aber ist bekannt, denn sie besteht aus den bei den gleichen Seiten eines zuzulegenden Parallelogrammes, oder was Dasselbe, sie ist die doppelte Seite desselben.

§. 265.

Sollte in γ noch ein Grenzstein gesetzt werden, und man könnte von δ bis α nicht visiren, so ist γn die mittlere arithmetische Proportionale zwischen $\delta\gamma$ und $a\alpha$, hier also $\frac{7,8}{2} = 3,9^0$. So läßt sich in der Mitte zwischen γ und α wieder ein Grenzstein in β anbringen, wenn man die mittlere arithmetische Proportionale zwischen 3,9 und 2,9 sucht, diese ist $\frac{3,9+2,9}{2} = \frac{6,8}{2} = 3,4$; also auch $\beta m = 3,4^0$ u. s. w.

---

c.) Die Theilung der Trapeze.

§. 266.

Aufgabe 1.) Ein Trapez ABCD (Taf. XLIII. Fig. 203) sozu theilen, daß die Theilungslinien normal auf den parallelen Seiten AB und CD stehen.

Auflösung. Man berechne den Inhalt des zu theilenden Trapezes, und bestimme hiernach auf bekannte Art die Inhalte der einzelnen gleichen oder ungleichen Theile, in welche das Trapez abgetheilt werden soll; schneide nun durch eine Normale aus einem der Winkelpunkte in der kürzeren parallelen Seite auf die gegenüberliegende parallele Seite ein Dreieck, z. B. wie hier fDB ab, und berechne dessen Inhalt, vergleiche denselben mit dem vorgeschriebenen Inhalte eines Theils, und in dem Falle, daß der gefundene Inhalt noch zu klein ist, dividire man in den Rest, um welchen der Theil noch größer werden muß, mit der Höhe des Trapezes hinein, so giebt der Quotient das Maaß der noch an Bf anzusetzenden Grundlinie.

Auf ähnliche Art wird die Höhe des Trapezes benutzt, um die entsprechenden Grundlinien der anderen Theile, in welche das Trapez getheilt werden soll, zu erfahren, und so wird der letzte Theil wieder ein Viereck oder Dreieck sein, welches sich von selbst ergiebt.

Im Falle aber der Inhalt des zuerst abgeschnittenen Dreiecks größer als der des entsprechenden Theils sein sollte, so wird von diesem Dreiecke auf schon bekannte Weise der zu große Theil desselben abgeschnitten.

Sollte nun z. B. das Trapez ABCD (Taf. XLIII. Fig. 205) in drei gleichgroße Theile eingetheilt werden, und es messe die Linie AB = 173° 2′, ferner die CD = 97° 4′, die Normale DF aber 23°, und man finde FB = 45° 5′, so ist der Inhalt des ganzen Trapezes ABCD $= \frac{173,2+97,4}{2}$ $\times$ 23 = 3111,90 oder: 3111 □R 90 □′; daher der Inhalt jedes der drei gleichen Theile

$$= \frac{3111,90}{3} = 1037 \;\square^{\circ}\; 30 \;\square'.$$

Das Dreieck DFB halte aber $= \frac{23^{\circ} \times 45,5^{\circ}}{2} = 523 \;\square^{\circ}$ 25 □′, folglich fehlen noch am ersten abzuschneidenden Theile:

$$1037,30 \;\square^{\circ} - 523,25 \;\square^{\circ} = 514 \;\square^{\circ}\; 5 \;\square';$$

es muß also ein Rechteck von 514,5 □° dem △DFB links noch zugelegt werden, dessen Höhe schon mit 23° gegeben ist; demnach ist die Grundlinie des beizulegenden Rechtecks

$$= \frac{514,05 \;\square^{\circ}}{23^{\circ}} = 22,35^{\circ} = 22^{\circ}\; 3'\; 5''.$$

Diese Länge von 22° 3′ 5″ trage man daher von F nach a, und bestimme so durch a den ersten Theilpunkt. Der nächstfolgende Theil wird ein völliges Rechteck von der bekannten Höhe = 23° und die Grundlinie dieses Rechtecks ist demnach:

$$= \frac{1037,30 \;\square^{\circ}}{23^{\circ}} = 45,1 = 45^{\circ}\; 1'$$

welche man von a nach b trägt, und so den anderen Theilpunkt bestimmt; man errichte nun in a und b die Normalen ac und bd, so ist die verlangte Theilung vollzogen, so daß:

$$ACdb = bacd = acDB.$$

§. 267.

Aufgabe. 2) Es soll das Trapez ABCD (Taf. XLIII. Figur 204.) mit AB oder CD parallel in drei gleich große Theile getheilt werden.

Auflösung. Man lege durch die Winkelspitze C des Trapezes zu BD die Linie CE parallel.

2) Beschreibe man über AB der größeren Parallele als Grundlinie einen Halbkreis, und schneide denselben in G aus B mit der Sehne BG = BE; und fälle sodann von G auf BA die Normale GH.

3) Theile man die HA in so viel gleiche Theile, als in wieviel das Trapez eingetheilt werden soll, hier also in drei, nämlich H1, 1 — 2 und 2 — A.

4) Errichte man in den Punkten 1 und 2 bis in den Halbkreis die Normalen 1 — J und 2 — K, zieht die Sehnen BJ und BK, und schlägt mit ihnen als Radien aus B vom Umringe des Halbkreises an auf die AB die Bogen JL und KM.

5) Durch die beiden letzteren Punkte L und M werden zu BD die Parallelen LO und MR, und endlich

6) durch die in AC so erhaltenen Punkte R und O, zu AB oder CD, die Parallelen OP und QR gezogen, so theilen dieselben das Trapez ABCD in die drei verlangten gleichen Theile ABQR = ROPQ = OPCD.

§. 268.

Für kleine Figuren nur, mag die so eben, an sich sehr schöne Auflösung gelten, aber im Großen, wenn z. B. ganze Hufen Landes zu theilen sind, kann sie der Praktiker schwerlich anwenden und gebrauchen.

Mit Nutzen bedient er sich dafür nachstehender Formeln, vermittelst welcher er die Lage der Theilungspunkte O und R, oder die Linien AO und AR aufs Zuverlässigste durch Rechnung bestimmt.

Bezeichnet man die größere Parallele AB durch P,
" kleinere " CD " p,
" Seite AC, in welcher die verlangte Theilung vorgenommen werden soll durch . . . . S

so findet man 1) $BH = \frac{P^2}{p^2}$;

2) $AH = \frac{P^2 - p^2}{p}$;

3) $BL = \sqrt{\left(\frac{P^2 + 2p^2}{3}\right)}$;

4) $BM = \sqrt{\left(\frac{3P^2 + p^2}{3}\right)}$.

Fände man nun z. B. P (oder AB) $= 69^0\ 5'$, und p (oder CD) $= 24^0\ 7'$ so ist $BL = \sqrt{\left(\frac{69{,}5^2 + 2(24{,}7)^2}{3}\right)}$ $= \sqrt{\left(\frac{4830{,}25 + 1220{,}18}{3}\right)} = \sqrt{\left(\frac{6050{,}43}{3}\right)} =$ $\sqrt{2016{,}81} = 44{,}9$, also $44^0\ 9'$.

Für BM aber findet man: $\sqrt{\left(\frac{2(69{,}4)^6 + 24{,}7^2}{3}\right)} =$ $\sqrt{\left(\frac{6660{,}5 + 610{,}09}{3}\right)} = \sqrt{3423{,}53} = 58{,}5$ d. i. $58^0\ 5'$.

Ist das Trapez in nochmehr als drei gleiche Theile einzutheilen, z. B. in n gleiche Theile, so sind die entsprechenden Formeln der Reihe nach folgende:

1) Für den ersten Theil (hier BL $= \sqrt{\left(\frac{P^2 + (n-1)p^2}{n}\right)}$;

2) „ „ zweiten „ (hier BM) $= \sqrt{\left(\frac{2P^2 + (n-2)p^2}{n}\right)}$;

3) „ „ dritten „ ..... $= \sqrt{\left(\frac{3P^2 + (n-3)p^2}{n}\right)}$;

4) „ „ vierten „ ..... $= \sqrt{\left(\frac{4P^2 + (n-4)p^2}{n}\right)}$

u. s. w.

Formeln, die sehr leicht zu behalten und auch leicht zu berechnen sind, besonders wenn man sich der Quadrattafeln bedient, aus denen P^2 und p^2 sogleich gefunden werden können. Auch die Quadratwurzeln lassen sich vermittelst der Quadrattafeln hinlänglich genau finden.

Sobald beim Gebrauch der letzteren Formeln n dem Coefficienten von P^2 also hier $= 4$, wird, so verwandelt sich die Formel № 4.) in: $\sqrt{\left(\frac{4P^2 + (4-4)p^2}{4}\right)} = \sqrt{P^2} = P$, d. h. man ist in der großen Parallele AB am Ende, und es giebt weiter keinen Theil mehr.

§. 269.

Soll aber ein Trapez nicht in gleiche, sondern in ungleiche Theile, (d. h. nach gegebenen Verhältnißzahlen) eingetheilt werden; so kann man sich nach einiger Ueberelegung eben dieser Formeln bedienen.

Die drei Theile des zu theilenden Trapeziums sollten sich z. B. zu einander verhalten, wie 3 : 4 : 5,

d. h. der erste Theil soll 3,
" 2te " " 4,
" 3te " " 5

Morgen oder dergleichen enthalten. Eigentlich sind es 12 Theile, nämlich: (3 + 4 + 5) zu machen, von denen der Interessent A deren 3, B deren 4, und C deren 5 erhalte, und es wäre hier also $n = 12$. Noch muß bemerkt werden, daß in den Formeln die Summe der Coefficienten von P^2 und p^2 die Eintheilungszahl giebt. Bei dem ersten Theile, wenn er

$= \frac{1}{12}$ sein sollte, würde man haben: $\sqrt{\left(\frac{P^2 + 11p^2}{12}\right)}$

für $\frac{2}{12}$ od. den zweiten Theil $\sqrt{\left(\frac{2P^2 + 10p^2}{12}\right)}$

folgl. für A od. $\frac{3}{12}$ ist $BL = \sqrt{\left(\frac{3P^2 + 9p^2}{12}\right)} = \sqrt{\left(\frac{P^2 + 3p^2}{4}\right)}$;

" B " $\frac{7}{12}$ ist BM . . . . . $= \sqrt{\left(\frac{7P^2 + 5p^2}{12}\right)}$;

und " C " $\frac{12}{12}$ hat man $\sqrt{\left(\frac{nP^2}{12}\right)} = \sqrt{P^2} = P$;

und es bedeutet P, daß der dritte Theil in der großen Parallele BA sich in dem Endpunkte derselben endigt.

§. 270.

Aufgabe. Man soll ein Trapez, so in vier Theile A, B, C und D theilen, daß sich diese Theile zu einander verhalten wie: 4 : 5 : 8 : 7; was kömmt auf jeden Theil?

Auflösung. Die Summe der Verhältnißzahlen, welche die Eintheilungszahl ist, ist $= 4 + 5 + 8 + 7 = 24$, und es würden die entsprechenden Formeln der Reihe nach sein:

für den Interessenten od. das Stück $A = \sqrt{\left(\frac{4P^2 + 20p^2}{24}\right)}$

$= \sqrt{\left(\frac{P^2 + 5p^2}{6}\right)}$;

„ „ „ „ „ „ $B = \sqrt{\left(\frac{(4+5)P^2 + 15p^2}{24}\right)}$

$= \sqrt{\left(\frac{3P^2 + 5p^2}{8}\right)}$;

„ „ „ „ „ „ $C = \sqrt{\left(\frac{17P^2 + 7p^2}{24}\right)}$;

„ „ „ „ „ „ $D = \sqrt{\left(\frac{24P^2}{24}\right)} = \sqrt{P^2}$
$= P$

§. 271.

Für die **eigentlich** gesuchten Punkte O und R, auf deren richtigen Bestimmung Alles ankömmt, und welche zugleich als Probepunkte für die Parallelen MR und LO dienen, hat man folgende Formeln zur Auffindung derselben, oder vielmehr der Linien AO und AR, nämlich:

1.) Für $AR = \frac{S}{P - p} \times \left(P - \sqrt{\left(\frac{(2P^2 + p^2)}{3}\right)}\right)$,

und 2.) für $AO = \frac{S}{P - p} \times \left(P - \sqrt{\frac{(P^2 + 2p^2)}{3}}\right)$,

wo S die Seite AC, in welcher die Punkte R und O liegen und also die Theilung vorgenommen werden soll, bedeutet.

Der Ausdruck $\frac{S}{P - p}$ kömmt für jeden der zu bestimmenden Punkte vor, und wird daher am vortheilhaftesten für die vorhabende Theilung ein für allemal in einen Decimalbruch verwandelt, besonders wenn der Theilungspunkte mehrere sind.

Oben im Beispiele des §. 268. fand man $P = 69.5^0$

$$p = 24{,}7^0$$

$$\sqrt{\left(\frac{P^2 + 2p^2}{3}\right)} = BL = 44{,}9^0$$

$$\text{und } \sqrt{\left(\frac{2P^2 + p^2}{3}\right)} = BM = 58{,}5^0$$

Diese schon gefundenen Werthe wollen wir hier nochmals benutzen, und haben demnach für

$$AO = \frac{S}{P - p} \times P - 44{,}9.$$

Ist nun AC oder $S = 55{,}4^0$ so erhält man für

$$AO = \frac{55{,}4}{69{,}5 - 24{,}7} \times (69{,}5 - 44{,}9) = \frac{55{,}4}{44{,}8} \times 24{,}6$$

$$= \frac{55{,}4 \times 12{,}3}{22{,}4} = \frac{27{,}7 \times 12{,}3}{11{,}2} = \frac{340{,}71}{11{,}2} = 30{,}4^0 \ldots,$$

d. h. Von A bis O sind $30^0\ 4'$ abzumessen. Die Zolle sind hier der Kürze wegen außer Acht gelassen.

Ferner BM war $58^0\ 5'$, mithin ist AB =

$$\frac{55{,}4}{44{,}8} \times (69{,}5 - 58{,}5) = \frac{27{,}7}{22{,}4} \times 11 = \frac{3047}{224} = 13{,}6.$$

d. h. Von A bis R sind 13 Ruthen 6 Fuß zu nehmen.

Soll die Theilung auf dem Felde ausgeführt werden, so muß bis auf Zolle genau gerechnet werden, besonders auch, wenn die Scheidefurchen lang ausfallen; denn ließ man z. B. bei einer Zahl 9 Decimalzolle aus der Rechnung, also $0{,}09^0$ von der Höhe oder Breite hinweg, und es wäre das in Rede stehende Ackerstück 100 Ruthen lang, so beträgt die fehlende Fläche $0{,}09^0 \times 100 = 9\square^0$, welche das folgende Stück bekommen würde. Gesetzt nun jedes Stück oder jeder Theil hielt $200\,\square R$, so hat das eine $200 - 9 = 191$,

das andere zu große aber $200+9=209\square R$, und der Unterschied beträgt hiernach $9\times2=18\square R$; eine Fläche, worauf, wenn deren Boden sonst gut ist, 25 Garben wachsen, also jährlich ein guter berliner Scheffel Korn gewonnen werden kann.

In der gegenüberstehenden Seite BD (Taf. XLIII. Fig. 206) sind die Theilungspunkte P und Q jetzt leichter zu berechnen, denn man hat: $AC : AO = BD : BP$

und $AO : AR = BP : BQ$.

§. 272.

Uebungsaufgabe. Das Trapez ABCD (Taf. XLIII. Fig. 205) soll unter 4 Interessenten A, B, C und D so getheilt werden, daß der Antheil des A zu dem des B, C, und D sich verhält, wie $3 : 4 ; 5 : 2$; wieviel wird ein jeder derselben vom Ganzen bekommen?

Antwort. Da $3+4+5+2=14$, so muß es tragen dem A $\frac{3}{14}$; dem B, $\frac{4}{14}$: dem C $\frac{5}{14}$ und dem D, $\frac{2}{14}$.

Der Bequemlichkeit wegen sei AB oder $P=20^{0}$ lang,

CD oder $p=10^{0}$ „

und AC oder $S=40^{0}$ „

so gilt für AE (§. 270 und 271) der Ausdruck:

$$AE=\frac{S}{P-p}\times\left(P-\sqrt{\frac{(3P^2+11p^2)}{14}}\right.$$

$$\left(\text{denn: } \sqrt{\frac{(3P^2+(14-3)p^2)}{14}}=\sqrt{\frac{(3P^2+11p^2)}{14}}.\right)$$

$$\text{Nun ist } 3P^2=3\times20^2=3.400=1200$$
$$11p^2=11.10^2=11.100=1100$$

$$\text{also } \frac{3P^2+11p^2}{14}=\frac{2300}{14}=164{,}28$$

$$\text{dah. } P-\sqrt{\frac{(3P^2+11p^2)}{14}}=20-\sqrt{164{,}28}=20-12{,}8=7{,}2.$$

$$\text{Ferner ist } \frac{S}{P-p}=\frac{40}{20-10}=4;\text{ und } 4\times7{,}2=28{,}8=AE.$$

Für AF hat man nach §. 270 in Verbindung mit . 271. die Formel:

$$AF = \frac{S}{P-p} \times \left(P - \sqrt{\frac{(7P^2 + 7p^2)}{14}}\right)$$

Nun ist $7P^2 = 7.400 = 2800$
und $7p^2 = 7.100 = 700$

also $\sqrt{\frac{(7P^2+7p^2)}{14}} = \sqrt{\frac{3500}{14}} = \sqrt{250} = 15,8$;

daher $P - \sqrt{\frac{(7P^2+7p^2)}{14}} = 20 - 15,8 = 4,2 = AF$

Für AG findet man die Formel:

$$AG = \frac{S}{P-p} \times \left(P - \sqrt{\frac{(12P^2+2p^2)}{14}}\right).$$

Nun ist $12P^2 = 12.20^2 = 12.400 = 4800$
und $2p^2 = 2.10^2 = 2.100 = 200$

daher $\sqrt{\frac{(12P^2+2p^2)}{14}} = \sqrt{\frac{5000}{14}} = 18,49 \ldots\ldots$

folglich $\frac{S}{P-p} \times \left(P - \sqrt{\frac{(12P^2+2p^2)}{14}}\right) = 4 \times (20 - 18,49)$;
nämlich $AG = 4 \times 1,51 = 6,04$.

§. 273.

Aufgabe. Von einem Trapeze, dessen Parallelen nebst der Höhe bekannt oder gegeben sind, eine bestimmte Anzahl von Quadratruthen parallel mit der einen Grundlinie, z. B. der kleineren Parallele, abzuschneiden.

Auflösung. Nimmt man die kleinere Parallel AB (Taf. XLIII. Fig. 206) als diejenige Grundlinie an, mit welcher parallel die bestimmte Anzahl Quadratruthen abgeschnitten werden soll, und bezeichnet diese kleinere Parallele AB durch p,
die größere Parallele CD durch P,
die Höhe des Trapezes durch h, und dessen Flächeninhalt durch m, und es halte das in Quadratruthen bestimmte abzuschneidende Trapezium SABR = m □R, so ist zuerst die Höhe desselben AV zu suchen.

Setzt man nun diese Höhe AV = x, zieht AF parallel mit BD, so ist FD = p, und CF = P—p, welche Dif-

ferenz wir durch d bezeichnen wollen. Für die gesuchte Höhe AV = x, hat man nun folgende Formel:

$$x = \pm\sqrt{\left(\frac{2hm}{d} + \frac{h^2p^2}{d^2}\right)} - \frac{hp}{d}$$

und es ist für den hier angenommenen Fall die Quadratwurzel dieser unreinen quadratischen Gleichung positiv zu nehmen. Gesetzt nun, es sei $p = 15{,}2^\circ$, $h = 11{,}8$ so ist $d = 16{,}6^\circ$; ferner sei $m = 96$ □R; gesucht wird $AV = x$.

daher: $$\frac{2hm}{d} = \frac{2 \cdot 11{,}8 \cdot 96}{16{,}6} = \frac{23{,}6 \cdot 96}{16{,}6} = \frac{118 \cdot 96}{83}$$
$$= 136{,}48.$$

$$\frac{hp}{d} = \frac{11{,}8 \times 15{,}2}{16{,}6} = \frac{11{,}8 \times 7{,}6}{8{,}3} = 10{,}8,$$ daher auch

$$\frac{h^2p^2}{d^2} = \left(\frac{hp}{d}\right)^2 = (10{,}8)^2 = 116{,}64.$$

folgl. $$\sqrt{\left(\frac{2hm}{d} + \frac{h^2p^2}{d^2}\right)} - \frac{hp}{d} = \sqrt{(136{,}48 + 116{,}64)} - 10{,}8 = \sqrt{(253{,}12)} - 10{,}8 = 15{,}9 - 10{,}8 = 5{,}1.$$

Die gesuchte Höhe AV = x ist also 5° 1′.

§. 274.

Soll über dem Trapeze LPVS wieder eine bestimmte Anzahl von Quadratruthen in der Gestalt eines Trapeziums abgeschnitten werden, so darf nicht die Parallele SR, sondern es muß abermals die erste Grundlinie AB zum Grunde gelegt werden. Gesetzt es soll ein Trapez LMSR, von 80 □R folgen, also über SR abgeschnitten werden; so ist nun in der letztern Formel $m = 96 + 80 = 176$ □R, und es wird dann über AB das Trapez LMBA von genanntem Inhalte abgeschnitten. Die Höhe PA muß also vorher nach letzterer Formel ermittelt werden; und daher $PA - AV = PV$.

§. 275.

Um sich das Rechnen nach letzterer Formel zu erleichtern, suche man zu allererst den Zahlenwerth von $\frac{2h}{d}$, welcher

für das eben abgehandelte Beispiel ist:

$$\frac{2h}{d} = \frac{2 \times 11,8}{16,6} = \frac{118}{83} = 1,42.$$

Sollte nun z. B. über LM (Taf. XLIII. Fig. 208.) noch ein Trapez von 112 □R gelegt werden; so ist nun $m = (96 + 80) + 112 = 176 + 112 = 288$ □R, und die ganze Berechnung ist folgende:

$$x = \sqrt{\left(\frac{2hm}{h} + \frac{h^2 p^2}{d^2}\right)} - \frac{hp}{d} = \sqrt{(2 \times 1,42 \times 288 + 116,64)} - 10,8$$
$$= \sqrt{(408,96 + 116,64)} - 10,8$$
$$= \sqrt{(525,60)} - 10,8$$
$$= 22,92 - 10,8 = 12,12^0,$$

als die Länge der gesuchten Höhe des abzuschneidenden Trapezes von 288 □R. Weil aber h nur $11,8^0$ beträgt, wovon $12,12^0$ nicht subtrahirt werden können, so ist dies ein Zeichen, daß das ganze Trapez nicht 288 □R enthält.

Es ist $p = 15,2^0$ und also $p + d = 15,2 + 16,6 = 31,8 = P$; $h = 11,8$; der Inhalt des gegebenen ganzen Trapezes also $= \left(\frac{P+p}{2}\right) h = \left(\frac{31,8 + 15,2}{2}\right) \times 11,8 = 47 \times 59 = 277,3$ □R also kleiner als 288 □R.

§. 276.

Bei großen Zahlen bedient man sich bekanntlich der Logarithmen mit dem möglichst größtem Vortheile. Sind nun mehrere Trapezen von gegebenem Inhalte über einander abzuschneiden, so wird gleich vorher gesucht:

1) der Logarithmus von $\frac{2h}{d}$

2) den Logarithmus $\frac{hp}{d}$ doppelt genommen, um dadurch

3) den Logarithmus von $\frac{h^2 p^2}{d^2} = \left(\frac{hp}{d}\right)^2$ zu erhalten.

Z. B. Es sollen über AB (Figur 208.) genau 156,17 □R abgeschnitten werden, und es wird wie vorhin die Höhe des abzunehmenden Trapeziums gesucht, und es sei jetzt

$$AB = 56{,}8 \;= p$$
$$CT = 24{,}56 = d$$
$$\text{und } EA = 34{,}78 = h,$$

so sucht man 1) die Logarithmen aller hier gegebenen Zahlen: also log. p = log. 56,8 = 1,7543483
„ d = „ 24,56 = 1,3902284
„ h = „ 34,78 = 1,5413296
und „ m = „ 156,17 = 2,1935976.

2) Bestimme man den Logarithmus von $\frac{2h}{d}$,

also log. h = 1,5413296
„ 2 = 0,3010300

also log. 2h = 1,8423596
ab log. d = 1,3902284

giebt für log. $\frac{2h}{d}$ = 0,4521312

Ferner bestimmt man den Logarithmus von $\frac{hp}{d}$ wie folgt:

log. h = 1,5413296
„ p = 1,7543483

also log. hp = 3,2956779
ab „ d = 1,3902284

folglich log. $\frac{hp}{d}$ = 1,9054495

wozu man in den Tafeln die Zahl 80,43 findet.

4) Suche man log. $\frac{h^2 p^2}{d^2} = \left(\frac{hp}{d}\right)^2 =$

2 log. $\left(\frac{hp}{d}\right)$, also 2 × 1, 9054495 = 3,8108990; hierzu findet man in den Tafeln die Zahl 6468, die man auch durch $80{,}43^2$ erhalten konnte, für welchen Ausdruck man aber 6468,9849 erhält, und wofür man füglich 6469 setzen darf.

Nun ist die Rechnung für jede mögliche Anzahl abzuschneidender Trapezien vorbereitet.

Da nun die Formel für die zu ermittelnde Höhe ist

$$x = \sqrt{\left(\frac{2hm}{d} + \frac{h^2 p^2}{d^2}\right)};$$

so findet man x oder die Höhe des abzuschneidenden Trapeziums von 156,17 □ Ruthen Inhalt = 2,7° denn:

$$\log. \frac{2h}{d} = 0{,}4521312$$

$$\text{und} \;\; \text{„} \;\; m = 2{,}1935976$$

$$\text{mithin} \;\; \log. \frac{2hm}{d} = 2{,}6459057$$

wozu man in den Tafeln die Zahl 442,49 findet $\left(=\frac{2hm}{d}\right)$.

$\frac{h^2 p^2}{d^2}$ fand man = 6469,

$$\text{also} \; \sqrt{\left(\frac{2hm}{d} + \frac{h^2 p^2}{d^2}\right)} = \sqrt{(442{,}49 + 6469)} = \sqrt{6911{,}49} = 83{,}13 \text{ beinahe.}$$

Hiervon abgezogen den Werth von $\frac{hp}{d} = 80{,}43$

bleibt für x, oder die Höhe des abzuschneidenden Trapezes = 2,70°.

§. 277.

Sollte nun noch ein zweites Trapez von 457,82 □R über dem vorigen abgeschnitten werden, so ist m = 156,17 + 457,82 = 613,99 wozu der log. 2,7881613 gehört,

Nun fand man log. $\frac{2h}{d}$ = ... 0,4523081

folglich log. $\frac{2hm}{d} = 3{,}2404694$

wozu man in den Tafeln die Zahl 1739,6 findet.

Hierzu der Werth von $\frac{h^2 p^2}{d^2} = 6469{,}0$

$$\text{giebt für} \; \sqrt{\left(\frac{2hm}{d} + \frac{h^2 p^2}{d^2}\right)} = \sqrt{8208{,}6^\circ} = 90{,}6^\circ$$

hiervon ab den Werth von $\frac{hp}{d}$, also 80,43°

giebt für die gesuchte Höhe des zweiten Trapezes = 10,17°.

Die wahre Höhe des zweiten Trapezes aber ist = 10,17° — 2,70° = 7,47°, welche jedoch nur der Probe wegen ermittelt zu werden braucht.

§. 278.

Aufgabe. Man soll über der größeren Parallele CD (Taf. XLIII. Figur 207.) eines Trapezes ABCD ein kleineres von bestimmten Flächeninhalte abschneiden.

Auflösung. Setzt man CD = P, so ist AB — CD eine negative Größe, und daher muß in der letzteren Formel — d statt + d gesetzt werden. Da nun vorhin (im §. 273.) die positive Quadratwurzel galt, so muß jetzt die negative gewählt werden. Setzt man nun — d statt + d, so ändert sich die in §. 273. gegebene Formel für die entsprechende Höhe = x des abzuschneidenden Trapeziums in folgende um:

$$x = \frac{hP}{d} - \sqrt{\left(\frac{h^2 P^2}{d^2} - \frac{2hm}{d}\right)}.$$

Gesetzt, es sei: AE = 25,6 = h
CD = 37,8 = P,
d = 16,8

und es werde verlangt, daß über CD ein Morgen (oder 180 □R) abgeschnitten werde, so ist m = 180.

Wir berechnen 1) $\frac{2h}{d}$; 2) $\frac{hP}{d}$ und 3) $\frac{h^2 P^2}{d^2}$.

Nun ist 1) $\frac{2h}{d} = \frac{2.25,6}{16,8} = \frac{256}{81} = 3,04.$

2) $\frac{hP}{d} = \frac{25,6.37,8}{16,8} = \frac{6,4.378}{42} = \frac{3,2.378}{21}$

$= \frac{3,2.126}{7} = 3,2.18 = 57,6.$

3) $\frac{h^2P^2}{d^2} \left(\frac{hP}{d}\right)^2 = (57,6)^2 = 3317,76.$

davon subtrahirt $\frac{2hm}{d} = 547{,}20 = 3{,}04 \times 180$

daher $\sqrt{\left(\frac{h^2P^2}{d^2} - \frac{2hm}{d}\right)} = \sqrt{2770{,}56} = 52{,}63.$

Nun ist $\frac{hP}{d} = 57{,}6$ hiervon subtrahirt

$\sqrt{\left(\frac{h^2P^2}{d^2} - \frac{2hm}{d}\right)} = 52{,}63$

läßt für $x = VE = 4{,}97^0$ übrig, die aus E nach V zu tragen sind.

Soll nun über GH noch ein zweiter Morgen abgeschnitten werden, so ist $m = 180 + 180 = 360$, und demnach $\frac{2hm}{d} = 30{,}4 \times 360 = 1094{,}4.$

Nun war $\frac{h^2P^2}{d^2} = 3317{,}76$

davon ab $\frac{2hm}{d} = 1094{,}4.$

folglich $\sqrt{\left(\frac{h^2P^2}{d^2} - \frac{2hm}{d}\right)} = \sqrt{2223{,}36} = 47{,}15.$

Ferner war $\frac{hP}{d} = 57{,}6.$

davon ab $\sqrt{\left(\frac{h^2P^2}{d^2} - \frac{2hm}{d}\right)} = 47{,}15$

bleibt für $x = 10{,}45 = NE$;

mithin die wahre Höhe $NV = NE - VE = 10{,}45 - 4{,}97 = 5{,}48^0$.

Soll die Theilung ausgeführt werden, so sind noch die Seitenlinien AC und BD (Figur 207.) zu messen, und sodann nach Maaßgabe der Höhenlinie zu proportioniren wie schon mehreremale bemerkt worden.

Die Länge CG findet man durch die Proportion:

AE : AC = VE : CG

und die Länge von CK durch die Proportion:

AE : AC = NE : CK.

IV. Theilung ꝛc. vielseitiger Figuren.

§. 279.

Aufgabe. 1) Von einer jeden geradlinigten Figur ein Dreieck von gegebenem Inhalte abzuschneiden.

Auflösung. Den gegebenen Inhalt, welchen das abzuschneidende Dreieck haben soll, theilt man durch das Maaß der Grundlinie, welche man dem abzuschneidenden Dreieck geben will, oder der Figur nach geben muß, so giebt der Quotient bekanntlich die Höhe des Parallelogramms welches mit dem Dreiecke einerlei Flächeninhalt hat. Man nehme demnach die doppelte Höhe dieses Parallelogramms vom Maaßstabe ab, errichte auf der angenommenen Grundlinie eine Normale, gebe derselben die vom Maaßstabe abgenommene Länge, ziehe durch den oberen Endpunkt dieser Normale eine Parallele zur Grundlinie, und verbinde den Punkt, wo diese Parallele die nächste Seite der gegebenen Figur trifft, mit dem entfernteren Endpunkte der erwählten Basis durch eine gerade Linie, so wird dieselbe ein Dreieck vom verlangten Inhalte abschneiden.

Gesetzt, man habe von der geradlinigten Figur ABCDEF (Taf. XLIII. Fig. 208.) ein Dreieck von 235 □R 56 □F abzuschneiden, dessen Grundlinie die Seite CD einnehmen soll, und deren Maaß nach dem Feldbuche $45^0\ 3'$ beträgt.

Man dividire mit dem Maaße der Grundlinie CD $= 45{,}3^0$ in die abzuschneidende Fläche, also $\frac{235{,}56}{45{,}3}$, so erhält man die halbe gesuchte Höhe $= 5^0\ 2'$, mithin die ganze Höhe: $5^0\ 2' \times 2 = 10^0\ 4'$, die man auf CD errichtet, so daß ab $= 10{,}2^0$ wird. Durch b legt man bM zu DC parallel, und zieht MD, so schneidet letztere das Dreieck MCD $= 235{,}56$ □R von der Figur ABCDEF genau ab.

§. 280.

Aufgabe. 2) Von einer jeden geradlinigten Figur ein Stück von gegebenem Inhalte abzuschneiden.

Auflösung. Die Auflösung der vorigen Aufgabe ist hier schon hinreichend, doch wird, wenn man mehrere Stücke nach dieser Anweisung abschneiden wollte, und denselben stets die Gestalt von Dreiecken gäbe, dadurch oft anderweitiger Interesse gefährdet. Um nun dieses Letztere zu vermeiden, zieht man in demjenigen Theile der gegebenen Figur, wo das verlangte Stück abgeschnitten werden soll, ein Paar Diagonalen, welche zwei Dreiecke abschneiden, vergleicht den Inhalt dieser so abgeschnittenen Dreiecke mit dem des abschneidenden Stücks, und wird dann über der letzteren Diagonale entweder, wenn die Summe der Dreiecke größer ist, ein Stück von diesen abschneiden, oder, wenn ihr Gesammtinhalt kleiner als das abzuschneidende Stück wäre, noch das fehlende Stück hinzufügen. Der Inhalt des abzunehmenden oder zuzulegenden Stücks ist durch die Vergleichung bekannt. Man schneidet daher im ersteren Falle ein Dreieck ganz nach Auflösung des §. 279 ab, dessen Grundlinie die letzte Diagonale ist.

Gesetzt man habe von der Fig. **ABCDEF** (Taf. **XLIV.** Fig. 209) ein verkauftes Stück von 500□R abzuschneiden; so messe man, nachdem die Diagonalen **BF** und **BE** gezogen worden, die Linie **FB** als Basis beider entstandenen Dreiecke und finde sie z. B. 30° lang. Ferner messe man die Normalen, welche man auf sie aus den ihr gegenüberliegenden Winkelpunkten **A** und **E** gefällt hat, möglichst genau, und finde z. B. die $AH = 10° \, 3' \, 6''$, und die $EJ = 16° \, 5' \, 4''$, so ist das Dreieck

$$AFB = \frac{30° \times 10{,}36°}{2} = 20° \times 5{,}18° = 155{,}40\,\square° =$$

155□° und 40□′; und für das Dreieck:

$$BFE = \frac{30° \times 16{,}54°}{2} = 30° \times 8{,}27° = 248{,}10\,\square R =$$

248 □R und 10 □F; folglich enthält die durch die beiden Diagonalen abgeschnittene Fläche **BAFE**=(155,40+248,10) □R = 403,50□R = 403□R 50□F;

und es müssen demnach noch (500—403,50) □R = 96,50 □R in Gestalt eines Dreiecks von dem übrigen Theile der Figur BCDE abgeschnitten werden, um den beabsichtigten Zweck zu erreichen. Man dividire daher mit dem Maaße der bekannten Grundlinie BE, welches = 40° gefunden sein mag in die fehlenden 96,50 □R, so giebt der Quotient $\frac{96{,}50\,\square R}{45^\circ} = \frac{19{,}30\,\square R}{9^\circ} = 2{,}145^\circ$ (beinahe) die halbe Höhe des noch zuzulegenden Dreiecks, welches nun nach §. 279. construirt, und somit die gesuchte Theillinie BK festgelegt, also BAFEK = 500 □R wird.

§. 281.

Aufgabe. 3) Eine jede geradlinigte Figur in beliebig gleiche oder verhältnißmäßige Theile zu zerlegen.

Auflösung. Man berechne den Inhalt der Figur, bestimme sodann nach den gegebenen Methoden den Inhalt der verlangten Theile, und schneide sodann mit Hilfe der vorigen Aufgabe (in §. 280.) erst einen Theil, sodann einen solchen Theil ab, welcher die Fläche zweier bestimmter Stücke hat, und fahre so bis zu Ende fort.

§. 282.

Aufgabe. 4) Eine jede krummlinigte Figur in beliebige Theile zu zerlegen.

Auflösung. Es wird die krummlinige Figur gemessen, die Stationslinien aber stets sehr nahe an die krummen Umfangslinien gelegt, so, daß die dadurch entstehende geschlossene Figur in ihrem Inhalte, den man berechnet, möglichst mit der krummlinigen übereinstimmt, und dies nicht allein im Ganzen, sondern auch in allen einzelnen Theilen der Fall ist. Die durch die Stationslinien erhaltene geradlinigte Figur kann sodann ganz nach Aufgabe 3. (§. 281.) behandelt werden. Die Unbequemlichkeit der vielen Seiten, welche eine solche Figur erhält, wird der Unkundige in der Mathematik sich gefallen lassen müssen, da

Hilfsmittel, welche die Geometrie an die Hand giebt, ihm nicht bekannt sind.

Ist nun bei einer solchen Figur ein Punkt bestimmt, wo, wenn nur wenige Theile geformt werden sollen, etwa bei zweien, die Theillinie ausgehen soll, so daß dieser bestimmte Punkt im Umfange liegt, so setzt man aus diesem Punkte alle Diagonalen, wie in §. 280. Aufgabe 2. wechselsweise gelegt wurden, und berechnet den Inhalt der so entstandenen Dreiecke, sowie überhaupt das ganze Verfahren keine weitere Aenderung, wie dort (§. 280.) erleidet.

In Fig. 210. Taf. XLIV. ist der Fall angenommen, daß die Theilungslinie vom Punkte **B** aus gehen soll; es sind die Diagonalen **BA**, **BC**, **BD** und **BF** gelegt, die Dreiecke **V**, **II**, **III** und **IV** gelegt, berechnet, und gefunden worden, daß die Inhaltssumme derselben um ein bestimmtes Quantum größer als der abzuschneidende Theil ist, weshalb das Dreieck **BTK** gebildet, welches das zu große Quantum zum Inhalte hat, und somit die Theilung durch die **BK** festgelegt ist.

§. 283.

Wäre dagegen ein Punkt innerhalb der zutheilenden Figur gegeben, von wo aus die Theilungslinien ausgehen sollen, (wie dies häufig bei Wiesentheilungen der Fall ist) so macht dies keinen weiteren Unterschied, als daß von diesem Punkte aus die Theilungslinien nach den Winkelpunkten der Figur geführt, und die hierdurch entstehenden Dreiecke berechnet werden. Z. B.

Aufgabe. 5) Fünf Grundeigenthümer besitzen gemeinschaftlich eine Hütung, in deren Mitte sich ein Teich oder Brunnen befindet (Taf. XLIV. Fig. 211); wollen sich auseinander setzen, doch so, daß nicht nur ein jeder von ihnen gleich viel von der krummlinigten Hütung bekomme, sondern daß auch jeder von ihnen zu dem Teiche oder Brunnen kommen könne, ohne das Grundstück des Nachbars berühren zu müssen.

Auflösung. Man bestimme in der Mitte des Teiches oder Brunnens einen Mittelpunkt r, lege aus demselben nach allen Hauptpunkten des Umfanges der Wiese oder Hütung, z. E. nach a, b, c, d, e, f, g und h gerade Linien, und zerschneide die Figur auf solche Weise in lauter Dreiecke, bringe ihren Flächeninhalt in eine Summe und theile letztere durch die Zahl der Interessenten, (hier also durch 5, weil das ganze Grundstück in 5 gleiche Theile getheilt werden soll), so giebt der Quotient den Flächeninhalt eines dieser 5 Abtheilungen.

Gesetzt nun der Quadratinhalt der zu vertheilenden Hütung sei 5156 □R, so muß jeder der 5 Interessenten erhalten: $\frac{5156 \,\square F}{5} = 1031{,}20 \,\square R$. Nun vergleicht man zuerst den Gesammtinhalt zweier Dreiecke, z. B. von △abc und △arh eines Interessenten Theils, (also hier mit 1031,20 □R), und schneidet das, um wieviel die Inhaltssumme größer ist, entweder auf der br oder hr ab.

Die Inhaltssumme dieser beiden Dreiecke sei z. E
= 1391 □R 29 □F
der Antheil eines Interessenten aber ist = 1031 □R 20 □F
so müssen also oberhalb br od. links von hr 360 □R 9 □F
abgeschnitten werden, was bekanntlich dadurch bewirkt wird, daß man in die noch abzuschneidende Fläche entweder mit $\frac{hr}{2}$ oder mit $\frac{br}{2}$ (je nachdem man über hr oder br abschneiden will, hier mit $\frac{br}{2}$) in das abzuschneidende Quantum dividirt, so giebt der Quotient die auf br zu errichtende Höhe bi; zieht man nnn die gerade Linie ir, so ist diese die Theilungslinie für den ersten der 5 gleichen Theile, also irha = I.

Nun schreite man zur zweiten Eintheilung, oder Bestimmung des zweiten Theils, indem man jetzt die Inhalte der Dreiecke irb und brc summirt, ihre Summe, da sie

kleiner als einer der einzutheilenden Theile von 1031,20 □R ist, von demselben abzieht, und den hier erhaltenen Rest durch das △rck noch zum △brc auf die bekannte Weise hinzufügt, so daß nun die Fläche irk den zweiten gleichen Theil II. für den anderen Interessenten giebt.

Die übrigen drei gleichen Abtheilungen III., IV. und V. werden auf gleiche Weise bestimmt. Ist man endlich bis h gekommen, und findet, daß der Flächeninhalt der letzten Abtheilung (V.) mit den übrigen vier gleich großen Abtheilungen genau übereinstimmt, so ist dies ein Beweis der richtig ausgeführten Theilung; stimmt aber der letzte Theil V. mit den vier übrigen nicht überein, so muß die Theilung wieder von Neuem begonnen werden. Man erlaube sich nicht, etwa von einer Abtheilung etwas abzunehmen, um die folgende dadurch gleich groß zu machen, denn dies trügt nicht nur, sondern ist auch unverantwortlich, vorzüglich dann, wenn man Dürftigen dadurch den geringsten Abbruch thut. Betrifft der Irrthum am Ende der Theilung aber nur einige Quadratfuße, so ist derselbe als zu unbedeutend außer Acht zu lassen.

§. 284.

Aufgabe. 6) Eine von krummen Linien eingeschlossene Fläche (Taf. XLIV. Fig. 214.) so in vier gleiche Theile einzutheilen, daß die Theile länglichten Vierecken ähnlich werden.

Auflösung. Bei Eintheilung der Grundstücke richtet man gewöhnlich sein Augenwerk darauf, daß die Abtheilungen, wenn es irgend möglich ist, in länglige Vierecke (Gehrenstücke gen.) verwandelt werden, damit es bei der Bearbeitung nicht aufhalte, und das Grundstück schickliche Furchen zum Wasserableiten bekomme. Vor allen Dingen sehe man bei einer neuen Eintheilung darauf, daß die Länge des Ackers dahin gerichtet werde, wohin die Furchen laufen, damit der Landmann nicht nöthig habe, den bereits gezogenen Furchen entgegen zu arbeiten, welches theils das Bearbeiten erschweren, und theils dem Abfluß des Wassers hinderlich sein würde.

Wäre nun mit Figur 212. die in der Aufgabe verlangte neue Eintheilung vorzunehmen, so zerlege man die ganze Fläche in Dreiecke und suche deren Flächeninhalt; addire diese Quadratinhalte, und theile deren Summe durch die Zahl, welche angiebt, in wieviel gleiche Theile das Grundstück zerlegt werden soll, also hier durch 4, so giebt bekanntlich der Quotient die Größe eines solchen Theiles an. Hierauf addire man die Inhalte der Dreiecke No. 1, 2, 3 und 4, und vergleiche die hier erhaltene Summe mit der Größe des vorigen Quotienten. Ist nun die Inhaltssumme der vier kleinen Dreiecke kleiner als jener Quotient, so füge man dem obersten Dreiecke No. 4, ein Dreieck von soviel Quadratinhalt zu, um wieviel der Quotient größer als die Inhaltssumme der vier Dreiecke ist, im entgegengesetzten Falle aber, schneidet man das, um wieviel jener Quotient kleiner ist, von der Gesammtfläche der vier Dreiecke ab.

Angenommen der Quadratinhalt des ganzen zu vertheilenden Grundstücks wäre gefunden = 530 □R 72 □F

so ist der vierte Theil derselben = $\frac{530,72}{4}$ = 132,68 □R

die Inhaltssumme der Dreiecke No. 1, 2, 3 und 4

sei = 92,76 □R

mithin muß vom $\triangle$ABD noch abgeschnitten werden 39,92 □R.

Nun betrage die Hälfte der Grundlinie AB = 12,6°, womit man in 39,92 □R theilt, um die Höhe des zuzulegenden Dreiecks zu finden, dieselbe ist hier: $\frac{39,92 \text{ □R}}{12,6^{\circ}}$ = 3,168°. Errichtet man nun auf AB in B den Perpendikel BC = 3° 1′ 6″ 8‴, und zieht AC, so ist dieselbe die erste Theilungslinie, welche der Bedingung zufolge $\frac{1}{4}$ vom Ganzen, also von 132,63 □R abschneidet.

Sodann berechne man den Inhalt des Vierecks ACDE und finde denselben z. B. = 179,01 □R

hiervon ab die Größe einer Abtheilung = 132,68 □R

bleiben 46,33 □R,

um welche das Viereck ACDE größer als jede der vier Ab-

theilungen ist, und welche demnach von ersterem, und zwar vom △EAD abzuschneiden sind. Dividirt man nun den hier erhaltenen Rest 46,33 □R durch die Hälfte der Grundlinie ED, so giebt der Quotient die Höhe von E bis F (also des abzuschneidenden Dreiecks); zieht man nun von F bis D, die gerade Linie FD, so ist dieselbe die zweite Theilungslinie, welche als solche die folgenden 132,68 □R abschneidet.

Ganz auf gleiche Weise findet man die Theilungslinie für die folgende oder dritte gleich große Abtheilung; indem man, (da letztere wie die vorige in Form eines länglichten Vierecks abzuschneiden ist) von K, als einem willkürlich angenommenen Punkte, eine gerade Linie nach D zieht, und dann den Quadratinhalt der beiden Dreiecke FED und KED sucht 2c.

Da nun die dritte Abtheilung wie bekannt = 132,68 □R
die Dreiecke FED und EKD aber nur zusammen enthalten 91,52 □R
so muß zu denselben noch ein △ zugesetzt werden von 41,16 □R.

Nun beträgt die Hälfte der Grundlinie KD = 13,6°, folglich die Höhe des zuzulegenden Dreiecks = $\frac{41,16\ \square R}{13,6^{\circ}}$ = 3,02°. Errichtet man nun auf KD in D einen Perpendikel DL von 3° 0′ 2″, so giebt L den Punkt an, von welchem aus die dritte Theilungslinie KL zu ziehen ist, damit die Abtheilung №. III. = №. II. = №. I. werde.

Hat man beim Berechnen und Eintheilen dieser krummlinigten Fläche alle Accuratesse angewandt, so ist es nur dann nöthig, den Inhalt der letzten der hier 4ten Abtheilung zu berechnen, um dadurch eine Probe von Richtigkeit der Arbeit zu haben. Hier ergiebt sich, daß die 4. Abtheilung nicht 132 □R 68 □F wie es sein muß, sondern 132 □R 80 □F giebt, also (80—68) □F = 12 □F, eine Differenz von so geringer Bedeutung, daß es nicht der Mühe lohnt, die ganze Berechnung noch einmal vorzunehmen.

§. 288.

Aufgabe 10.) Von einer jeden gerad- oder krummlinigen Figur ein Stück von gegebenem Flächeninhalte so abzuschneiden, daß die Theilungslinie mit einer gegebenen Seite der Figur parallel laufe.

Auflösung. Man schneidet durch eine Linie, welche die Richtung der Theillinie hat, ein Stück von dem in eine geradlinige Figur verwandelten Flächenraum ab, berechnet das abgeschnittene Stück, vergleicht den Inhalt desselben mit dem abzuschneidenden gegebenen, und schneidet nun nach Aufgabe 1, (§. 279) ein Dreieck ab, welches entweder das Fehlende ergänzt oder das Zuviel abnimmt; dieses Dreieck, dessen Grundlinie die gegebene Normale ist, verwandelt man nach §. 240. Aufgabe 9, in ein Trapez, so ist das Verlangte geschehen.

Hat man die zuerst gezogene Linie so gelegt, daß das abgeschnittene Stück viel zu klein ist, so kann man durch Parallellinien Trapeze abschneiden, deren Inhalt berechnen und erst dann, wenn man dem verlangten Raume ziemlich nahe gekommen ist, die angegebene Operation mit dem Dreieck an der letzten Parallele vornehmen.

So ist Fig. 213 Taf. XLIV. die Linie AE als diejenige angenommen, welche die Richtung der Theillinie hat, das abgeschnittene Stück ABDE sei aber zu klein; man hat daher mit AE eine Parallele FM gezogen, das Trapez AEFM berechnet und den Inhalt noch zu gering befunden; erst bei der Parallele GN ist man dem verlangten Inhalt nahe gekommen, doch fand sich derselbe etwas zu groß, welchen Ueberschuß man nach Aufgabe 1, (§. 279.) durch das △GNL abgeschnitten, dieses endlich, nach Aufgabe 9. (§. 240.) in das Trapez GNJK verwandelt, wodurch nun der Raum KABDEJ den verlangten Inhalt, und die Theilungslinie KJ eine der gegebenen Linie AE parallele Lage hat.

§. 289.

Aufgabe 11.) Ein Grundstück, welche Gestalt es auch haben mag, durch Linien, welche unter sich und mit einer gegebenen Linie parallel sind, entweder in gleiche oder ungleiche (proportionirte) Theile zu zerlegen.

Auflösung. Nachdem der Inhalt des gegebenen Grundstücks ermittelt ist, bestimme man durch die oben angegebenen Mittel den Inhalt der einzelnen Theile, und bestimme nun die Theilungslinien nach der vorigen Aufgabe, indem man die daselbst angegebene Methode befolgend, erst ein Stück von dem Inhalte eines Theils (von den verlangten) dann ein Stück, welches den Inhalt zweier der vorgeschriebenen Theile hat, abschneidet, und so mit allen übrigen Theilen fortfährt.

§. 290.

Aufgabe 12.) Ein Grundstück, welches in mehrere Parcellen zerlegt ist, wovon die, einem Besitzer gehörenden nicht beisammen liegen, sollen von Neuem so getheilt werden, daß jeder Besitzer das Seinige zusammen erhält, und die Theilungslinien zu einer gegebenen Linie parallel laufen.

Auflösung. Bei einer solchen Theilung wird nicht allein die Größe der einzelnen Theile, sondern auch deren innerer Gehalt in Betrachtung gezogen; die Schätzung des Letzteren, so wie die Bestimmung des Verhältnisses, welches zwischen den verschiedenen, genau zu bezeichnenden und zu vermessenden Theilen von gutem, mittleren und schlechten Boden statt findet, ist das Geschäft von Sachkundigen und muß dem Feldmesser überwiesen werden, und zwar in der Art, daß ihm angegeben wird, wieviel Ruthen guten und mittleren Ackers auf schlechten, (oder umgekehrt) gerechnet werden sollen, so, daß ihm also z. B. angegeben würde, es sind 2 Ruthen des Grundstücks A eben soviel werth, als 15 Ruthen vom Grundstücke B ꝛc.

Der Feldmesser mißt hierauf den Inhalt des Ganzen, und der einzelnen Bodengattungen, deren Grenze, wie gesagt

genau angegeben werden muß. Nunmehr berechnet er den Werth des ganzen zu theilenden Stückes, so, als ob es lauter schlechtes Ackerland wäre, indem er z. B. für 48□R vom Grundstücke des A, 90□R schlechten Acker rechnet, wie sich dies aus obigem Verhältnisse ergiebt, denn:

$$8\,\square R : 48\,\square R = 15\,\square R : x$$

wo man für $x = 6 \times 15 = 90\,\square R$ (schlechteren Boden) findet.

Aus der auf solche Weise erhaltenen Ruthenzahl mittelt er nun die Größe jedes Theils, welchen er zu bestimmen hat, in schlechten Acker aus, zieht hierauf seine erste Theillinie nach (§. 280.), berechnet den Inhalt des abgeschnittenen Stückes, und des darin enthaltenen guten, mittleren und schlechten Ackerlandes, welche verschiedene Stücke er wieder auf schlechten Acker reducirt, und mit jener Größe, welche er abschneiden soll, vergleicht, alsdann durch Dreiecke und Trapeze nach §. 279. und §. 240 (Aufgabe 9) das Uebrige bewirkt, und so bei allen zu bestimmenden Linien fortfährt.

§. 291.

Aufgabe 13.) Es soll eine Theillinie, welche mehrmals gebrochen ist, unbeschadet der Rechte beiderseitiger Eigenthümer in eine gerade Linie umgewandelt werden.

Auflösung. Es können solche Fälle, welche unter diese Aufgabe gehören, häufig vorkommen, z. B. bei den Grenzen von Grundstücken oder auch ganzen Feldmarken, welche häufig ein- und auswärtsgehende Winkel bilden, und doch eine bequemere Bebauung und auch geringere Kosten bei Unterhaltung der Scheidung erfordern würden, wenn sie bis zu ihren Hauptbiegungen in gerade Linien umgewandelt würden.

Sei Taf. XLV. Fig. 214. z. B. die oft gebrochene Linie y von A bis P eine Grenze, mit welcher eine solche Umwandlung vorgenommen werden soll. Es wird dieselbe zuvörderst nach den bekannten Regeln gemessen und aufgetragen; da nun aber die neue Linie, nur in höchst seltenen Fällen, fast aber

nie, den Punkt P selbst treffen kann, so muß auch ein Theil der anstoßenden Grenze, d. h. die Fortsetzung der ersteren, wo die Hauptbiegung eingetreten, aufgenommen und verzeichnet werden; endlich wird auch, wie sonst gesagt, eine Hauptlinie vom Anfangspunkte A ab, so ausgesteckt und gemessen, daß sie in allen Punkten von den Stationslinien entfernt ist, sie also letztere nie durchschneidet, und so lang ist, bis sie durch die Verlängerung der an P anstoßenden Grenze getroffen wird, welcher Abstand von P gleichfalls zu messen ist. Auf solche Weise ist eine geschlossene Figur entstanden, deren Inhalt zu berechnen ist; und weil die Stationslinien so genau an die wahren Umfangslinien gelegt wurden als nur möglich, auch wenig oder gar nicht von dem wahren Inhalte der krummlinigen Figur, welche durch die Grenze eigentlich gebildet wird, verschieden ist. Nachdem solcherweise der Inhalt der Figur ABCDFGLMOPQ bekannt ist, construirt man nach Aufgabe 1.) (§. 240) ein Dreieck, dessen Höhe man durch Rechnung erhält, indem man bekanntlich den Inhalt, welchen das Dreieck haben soll, durch die Basis AR dividirt, den hier erhaltenen Quotienten doppelt nimmt, und legt die Spitze des zu erhaltenden Dreiecks in die anstoßende Grenzlinie Pf oder deren Verlängerung, wie hier in Q, wodurch nun das Verlangte geschehen ist, indem die krummlinige, mit vielen aus- und einwärtsgehenden Winkeln oder Zungen versehene Figur, in eine geradlinigte verwandelt worden ist, und es bildet nun die Linie AQ die neue Grenzlinie.

§. 292.

Aufgabe 14.) Ein Stück Land abcdef (Taf. XLV. Fig. 215) von ganz gleicher Qualität, haben die drei Besitzer A, B und C, nach folgenden Theilen inne:

A besitzt №. 1, 2 und 6,

B besitzt №. 3 und 5,

und C besitzt №. 4.

Diese zerstreut liegenden Antheile sollen dergestalt umgetauscht werden; daß jeder Besitzer das Seinige in einem Zusammenhange erhält.

Auflösung. Diese, der in §. 290 gegebenen, fast gleiche Aufgabe, wird wie folgt, gelös't: Es wird wie dort zuerst das zu regulirende Stück Land aufgenommen, sodann nach einem bestimmten Maaßstabe verzeichnet und berechnet. Ist nun die Richtung bestimmt, nach welcher die neuen Theilungslinien parallel laufen sollen; oder sind auch dieserhalb verschiedene Bedingungen feßgesetzt, so theile man die aufgetragene Figur so, daß das Stück abpqf $= 1 + 2 + 6$, das Stück pqyx $= 3 + 5$, und das übrige Stück xcdey $= 4$ wird, wodurch die verlangte Regulirung erfüllt ist. Um aber nun die Theilungslinien pq und xy auf das Terrain richtig überzutragen, messe man die Weiten bp, fq, cx und ey von den nächsten Winkelpunkten möglichst genau auf dem Papiere, und trage das gefundene Maaß auf die entsprechenden Linien im Felde selbst über, so werden sich dadurch die neuen Theilungspunkte, welche die neuen Scheidungslinien bestimmen, ergeben.

Laufen die ursprünglichen Grenzscheidungslinien in Bogen, und wird es zur Bedingung gemacht, daß auch die neuen Grenzlinien auf diese Art laufen sollen, so ist zwar die Theilung auf dem Papiere leicht zu bewerkstelligen, wird aber auf dem Felde um so schwieriger, wenn man ohne Meßtisch (wie z. B. in §. 290.) gearbeitet hat. Ist aber mit demselben operirt worden, so wird nur nöthig, sich über einige feste Punkte mit dem Meßtische einzusetzen, gewisse Punkte der krummen Linie auf dem Papiere zu bemerken, und durch Einvisiren und Schneiden, dieselben auf dem zu regulirenden Grundstücke zu bestimmen.

§. 293.

Aufgabe 15.) Zwei Grundstücke α und β (Taf. XLV. Fig. 216) von verschiedener Bonität (oder Güte), und zwar hinsichtlich letzterer in dem Verhältnisse $= 5 : 7$, gehören

den beiden Interessenten A und B; es sollen Theile davon mit Berücksichtigung der Qualität umgetauscht werden. Wie wird der Umtausch geschehen müssen?

Auflösung. Der Besitzer A tritt das Stück abcd von z. B. 180 □R an B ab. Da nun der Werth der abgetretenen 180 □R des Grundstückes α hinsichtlich der Bodengüte $= 180 \times 5 = 900$ ist, so wird die Größe des den Werth 7 bezeichnenden und einzutauschenden Stücks von β durch die Proportion gefunden:

$$7 : 5 = 180 : x$$

woraus $x = \frac{180 \times 5}{7} = \frac{900}{7} = 128\frac{4}{7}$ gefunden wird, d. h. es muß B für jede 180 □R des Grundstücks von A, $128\frac{4}{7}$ □R von seinem Grundstücke β abtreten.

Diese von β abzuschneidenden $128\frac{4}{7}$ □R werden nun nach der noch zu bestimmenden Richtung der Scheidungslinie ef zuerst auf dem Papiere, sodann aber auf dem Felde von den nächsten Anhaltungspunkten aus, übertragen.

§. 294.

Aufgabe 16.) Zwei Besitzer von Grundstücken kommen mit einander überein, einen Theil derselben unter der Bedingung zu vertauschen, daß, soviel als der eine mehr wie der andere bekömmt, ihm in Gelde vergütet werden solle.

Auflösung. Zuerst wird der Flächeninhalt der zu vertauschenden Grundstücke berechnet, und darnach ihr Werth bestimmt. Es sei das eine zu vertauschende Grundstück = A, und der Werth einer Einheit desselben (z. B. 1 □R) = a, so ist der Gesammtwerth = Aa; dagegen soll ein Stück von der Größe = B, wovon der Werth der Einheit = b sei, umgetauscht werden, mithin ist der Gesammtwerth dieses Grundstücks = Bb. Was der eine Grundbesitzer dem anderen herauszuzahlen hat, ist demnach entweder Aa — Bb oder (wenn $Bb > Aa$ ist) Bb — Aa. Enthielt z. B. das Grundstück A = 6 Acker, und es sei der mittlere Durchschnittswerth jedes dieser 6 Acker = 50 Thlr.; so haben

6 Acker den Werth von 6.50 = 300 Thlr. Das Grundstück B halte dagegen nur 5 Acker, von denen jeder aber durchschnittlich 80 Thlr. werth sei, mithin alle 5 Acker zusammen 5.80 = 400 Thlr.; folglich müssen dem Besitzer der 5 Acker, außer den 6 Ackern des anderen Besitzers, noch 400 — 300 = 100 Thlr. für seine Besitzung herausgezahlt werden.

Zusatz. Die Ausmittelung des Werthes eines Grundstückes ist oft großen Schwierigkeiten unterworfen, und giebt nicht selten Anlaß zu Streitigkeiten, besonders wenn mehrere örtliche Verhältnisse, als z. B. die Nähe eines Stromes, eines Waldes ꝛc. mit einwirken.

§. 295.

Aufgabe 17.) Eine in einem Strome sich gebildete Insel, soll unter die Besitzer der in dieser Gegend an den Fluß anstoßenden Ländereien, die unter gewissen Umständen auch den Schaden, den der Fluß verursacht, zu tragen haben, vertheilt werden.

Auflösung. Es wird der Fluß, die sich in demselben gebildete Insel und die an ersterem anstoßenden Grundstücksgrenzen genau aufgenommen und in einen Riß gebracht. Fig. 217 Taf. XLV. möge dieses vorstellen. Man theile dann die Insel nach ihrer Länge durch die Linie xy so in zwei Theile, daß gedachte Linie den Raum in der Breite in zwei möglichst gleiche Hälften trennt. Jeder anstoßende Grundstücksbesitzer soll nun den Theil bekommen, der auf der Insel seinem Grundstücke gerade gegenüber liegt, d. h. es werden auf xy die Perpendikularen fg, hi, kl und mn; dergestalt errichtet, daß sie auf a, d, b und e hinweisen, und nun fällt der Raum xfg zu A, gfkl zu B, lky zu C, xhi zu D, hinm zu E und myn zum jenseitigen Grundstücke F. Ist diese Eintheilung auf dem Risse ordnungsmäßig erfolgt, so läßt sich die Linie xy auf der Insel selbst leicht abstecken, die einzelnen Maaße vermittelst des verjüngenden Maaßstabes auf dem Risse oder Plane abnehmen, und dann auf der Insel gehörigen Orts übertragen.

Von dem Abstecken der nach den bestimmten Theilungen und Verwandlungen 2c. zu bezeichnenden Linien und Figuren.

§. 296.

Es läßt sich dies mit den wenigen Worten angeben, daß man die Theilpunkte, welche man entweder unmittelbar auf dem Felde oder auf dem Papiere bestimmt hat, nach den in den früheren Paragraphen gegebenen Regeln durch gerade Linien verbindet. Es ist aber nöthig, daß hierzu die einzelnen Stationspunkte bei der Messung durch Nummerpfähle bezeichnet werden, damit man keinen Verwechselungen der durch sie bezeichneten Linien ausgesetzt werde. Die Maaße der Stationslinien, so wie der bei der Theilung benutzten Diagonalen, sind im Manuale bemerkt, und dort, sowie die Stationslinien und Umfangswinkel mit denselben Zahlen und Buchstaben bezeichnet, wie die betreffenden Nummerpfähle.

Von der auf dem Risse oder Plane verzeichneten und abzusteckenden Figur werden die Maaße, welche die Entfernungen der Theilpunkte von den nächsten Stationspunkten angeben, abgenommen, oder wenn man diese, wie es aus den gegebenen Vorschriften größtentheils folgt, durch Rechnung erhalten hat, diese Resultate bemerkt, und nun auf dem Felde nach diesen Entfernungen die Theilpunkte absteckt. Hier kommen öfters die gegebenen Vorschriften wegen Abstecken paralleler oder senkrechter Linien 2c. in Anwendung, wie es denn überhaupt nothwendig ist, alle Theilungen, welche es irgend erlauben, durch Rechnung, und hiernach durch unmittelbare Construktion auf dem Felde zu bewirken, weil die Kleinheit der Maaßstäbe, und die unvermeidlichen Mißgriffe beim Zeichnen der Figuren, zu sehr bedeutenden Irrthümern und Beeinträchtigungen der Rechte Einzelner führen können.

Vierter Abschnitt.

Vom Nivelliren, Profiliren und Höhenmessen.

A) Das Nivelliren und Profiliren.

§. 297.

Das Nivelliren oder Wasserwägen ist derjenige Theil der ausübenden Meßkunst, welcher zu finden lehrt, um wieviel eine oder mehrere Stellen oder Punkte des Erdbodens, oder der darauf befindlichen Gewässer, höher oder niedriger sind, als andere darauf angenommene Punkte oder sonst vorhandene Gegenstände; und worin gezeigt wird, diese Erhöhungen und Erniedrigungen auf der Erdoberfläche, sowie auch den höhern oder niedrigeren Stand der Gewässer, nach dem verjüngten Maaßstabe in einen Abriß zu bringen.

Unter Nivellren versteht man also die Kunst, Höhen in der Natur über eine gewisse angenommene Horizontallinie zu bestimmen, und wird gewöhnlich angewendet, um:

1) Abzugsgräben auf den Äckern anzulegen, um den Abfluß des Wassers dadurch zu beförden;
2) Einen Oekonomiehof (Ackerhof) von der Mistjauche rein zu halten.
3) Wälle und Dämme anzulegen, um dadurch das Austreten der Gewässer bei Anschwellung der Flüsse zu verhindern, und so die angrenzenden Wege oder Fluren vor Ueberschwemmung zu schützen.
4) Quellen durch Röhren an einen bestimmten Ort zu leiten, welches auch aus einem Flusse durch Röhren geschehen kann.

5) Die Neigung oder den Fall eines anzulegenden Straßenzuges zu beurtheilen, und

6) Ein Mühlwerk anzulegen, wobei man ganz genau wissen muß, wieviel ein Punkt höher oder tiefer als der andere liegt, welches man das Gefälle nennt.

Bei den beiden letzteren, besonders aber dem unter No. 6 angegebenen Fall, wo öfters auf $\frac{1}{4}$ Zoll viel ankömmt, muß am aller schärfsten verfahren werden.

Das Geschäft selbst wird (wie wir bald sehen werden), bewerkstelliget entweder mit Richtscheit und Setzwaage nach handwerksmäßigem Gebrauch, indem man von zwei Punkten der zu nivellirenden oder abzuwägenden Linie, welche die Länge des Richtscheites hat, untersucht, um wieviel der eine Endpunkt derselben höher oder tiefer als der andere liegt; oder indem man sich bei weitläuftigeren und sorgfältiger auszuführenden Arbeiten eigener, mehr oder weniger künstlich zusammengesetzter Nivellirinstrumente bedient.

§. 298.

Die Oberfläche eines stillstehenden Wassers wird eine Horizontalebene, und eine mit letzteren parallel laufende Linie, die Horizontallinie genannt.

Die im vorigen Paragraph gedachte höhere oder tiefere Lage zweier oder mehrerer Punkte (oder Stellen) wird nach der Horizontallinie ermessen; z. B. wenn durch's Nivelliren gefunden werden soll, um wieviel der Punkt c (Taf. XLV. Fig. 218.) tiefer liegt als der Punkt a; so heißt das soviel: zu finden, um wieviel der Punkt c niedriger liegt, als der in einer in a gezogenen Horizotallinie ab, senkrecht über c, befindliche Punkt b; oder umgekehrt; wieviel der Punkt a höher ist, als der in einer aus c gezogenen Horizontallinie cd, senkrecht unter a befindliche Punkt d.

Da nun dergleichen Horizontallinien auf weite Entfernungen oder Distanzen nicht wirklich gezogen oder dargestellt werden können, so bedarf man nothwendig eines Instrumentes, welches diese Horizontallinie anzeigt.

§. 299.

Wenn nun nach §. 298. unter andern, die Oberfläche eines stillstehenden Wassers eine Horizontalfläche, und die in eben der Richtung denkbaren Linien, Horizontallinien sind, so ist eins der natürlichsten Werkzeuge, um die Horizontallinien anzugeben, dasjenige, wo in einer von Weißblech angefertigten, 4 Fuß langen Röhre (Taf. XLV. Fig. 219) deren beide Enden senkrecht aufwärts gebogen, und in welche cylinderförmige Gläser eingelassen sind, ein farbiges (z. B. dunkelgrünes) Wasser gegossen wird, dessen Oberflächen nicht nur in jedem Glase, sondern auch, wegen der Communication des Wassers in beiden, in einerlei Horizontalfläche steht, so daß eine über beiden Wasserflächen in den Gläsern gezogene, oder an selbige hinwegvisirte Linie ab, eine Horizontallinie ist.

Diese durch die Wasserfläche in den Gläsern angezeigte Horizontallinie kann nun, durch's Visiren, nach entfernten Gegenständen fortgeführt werden, und zwar, indem man einige Schritte hinter die eine oder die andere aufrechtstehende Röhre der Wasserwaage tritt, und nicht durch, sondern an beiden Glasrändern entlang, das Auge mit den beiden kreisrunden Wasserflächen in eine Linie bringt, und so die an der bald näher zu beschreibenden Meßstange befindliche, über Eck schwarz und weiß angestrichene Tafel dergestalt durch Auf- und Niederschieben abrichten läßt, daß die Mitte der Tafel, mit der gegen die beiden Wasserflächen her, mit dem Auge gefaßte Visirlinie, genau übereinstimmt.

§. 300.

Bemerkungen.

1) Man hat außer der in Figur 219. abgebilteten Wasser- oder Canalwaage, wie schon bemerkt, vielfältige, auf andere natürliche Bestimmungen der Horizontallinien beruhende, künstlich zusammengesetzte, selbst mit Perspektiven versehene Werkzeuge zum Nivelliren, z. B. die Sissonsche

Wasserwaage, das sogenannte Quecksilberniveaux rc. welche man besonders Niveaux zu nennen pflegt.

2) Es ist allerdings war, daß das Wasser an den Gläsern etwas starke Ränder bildet, welche das scharfe Visiren nicht in dem Grade zu lassen, als durch Diopteru bei anderen Meßinstrumenten; allein, eines Theils kann die Dicke des Randes dadurch unberücksichtigt bleiben, wenn man sich äußerst reiner und dünner Glasröhren bedient, andern Thelis kommt es beim Visiren auch auf Uebung an, um ungeachtet des Glasrandes dennoch scharf und genau visiren zu können. Angebrachte Dioptern trügen weit mehr.

Beim Einsetzen der Glasröhren werden selbige an dem in die Blechtüllen einzusetzenden Enden, mit feinem, eingeschmolzenenem Wachs getränkten Flachs oder Hanf umwickelt, damit kein Wasser an den Seiten durchdringen kann.

3) Zum Aufstellen der Wasserwaage bedient man sich wie Figur 219. zeigt, eines starken, unten mit einer eisernen Spitze (oder Schuh) versehenen geraden runden Stabes, besser aber des bei den andern Meßinstrumenten üblichen dreifüßigen Stativs, dessen Fußstellung auf dem ersten Aufstellungspunkte für alle übrigen Stationspunkte ein für allemal festgeschraubt wird, weil die Höhe des Instruments auf allen Stationen dieselbe bleiben, und in Abrechnung kommen muß.

4) Wegen der Communication des Wassers in den Röhren, wird der horizontale Stand der beiden Wasserflächen in den ersteren auch dann nicht aufgehoben, wenn die Canalwaage auf dem ein- oder dreifüßigen Stative schräg steht; was man jedoch gern vermeidet.

§. 301.

Die in §. 300. gedachte Meßstange, auch das Tableau oder Signal genannt (Taf. XLVI. Fig. 224.) besteht aus einer 10 — 12 Fuß hohen parallelepipedisch gehobelten Stange, von gut ausgetrocknetem Kiehnen- oder noch besser Eichenholze. Sie wird weiß angestrichen, und auf der hin-

teren Seite derselben die Eintheilung der Fuße, in ganze, halbe, und Viertelszolle, (wie an Figur 221. zu ersehen), mit fein gezogenen schwarzen genau abgetheilten Strichen, bemerkt. Die auf dieser Stange verschiebbare Tafel a (Fig. 220.) kann etwa 1 Fuß ins Gevierte, von demselben Holze gefertigt sein, und wird vermittelst der in derselben oben und unten angebrachten Rollen b, b, (Figur 220. und 221.) und einer über dieselben endlos laufenden Schnur d (Fig. 220.) auf der Signalstange nach Erfordern auf- und abgeschoben. Die Tafel ist — wie schon bemerkt — über Eck schwarz und weiß mit Oelfarbe so in 4 gleich große Quadrate eingetheilt, daß die Linie caf (Fig. 220.) genau die scharf begrenzte Mittellinie der Tafel ist. — Hinten an der Tafel befindet sich (Figur 222.) eine Hülse e, mit welcher sie auf die Stange geschoben wird. Diese Hülse ist dergestalt auf der Tafel befestigt, daß die untere Kante derselben bis auf die halbe Tafel geht, und also mit der vorne bezeichneten Mittellinie caf genau übereinstimmt, weshalb auch die untere Kante der Hülse das in Fuß und Zollen ausgedrückte Maaß der, nach der Visirlinie abgerichteten Tafel, von unten herauf, wie bei Fig. 221. bei a zu ersehen, angiebt. Zur Festhaltung der abgerichteten Tafel befindet sich, wie an Figur 223. zu ersehen, und wo die Hülse als abgenommen vorgestellt ist, eine Feder ba, um vermittelst derselben die Tafel scharf gegen die Meßstange anzuspannen.

Bemerkung. Die von dem Oberstlieutenant Müller angegebene zweckmäßigere Einrichtung der Nivellir-Latte oder Stange besteht darin, daß sich an der Seite des Figur 224. etwas größer gezeichneten Theils der Meßstange eine Vertiefung von etwa einer Linie befindet, (wie solches aus dem darunter stehenden Grundriß oder Durchschnitt der Stange c Figur 221. noch deutlicher zu ersehen ist), wohinein weißes Papier, auf welchem die möglichst genaue Eintheilung des 12-theiligen Maaßstabes befindlich ist, geklebt wird, weil so die Zahlen sichtbarer sind. Nächstdem sind die nach Fig. 224. angebrachten doppelten Hülsen nebst

der Feder, welche die Visirtafel noch besser, als auf die vorhin gedachte Art, gegen die Stange zu halten, (welches, wie wir in der Folge sehen werden), äußerst nöthig. Ein zwischen diesen beiden Hülsen angebrachter, mit der Mitte der Tafel correspondirender Zeiger z (Figur 224.) giebt das visirte Maaß an.

a) Das Nivelliren selbst.

§. 302.

Will man nun z. B. wissen, um wieviel die Stelle b (Taf. XLVI. Fig. 225.) nach Maaßgabe der aus a gezogenen Horizontallinie ac niedriger ist, als die Stelle a, oder, welches einerlei ist, um wieviel a höher ist, als b, so wird das Instrument in a aufgestellt; auf einer in b mit der Erde gleich, eingeschlagenen Pfahle läßt man die Meßstange, genau lothrecht halten, die Tafel von einem Gehilfen aber so lange auf- und niederschieben, bis die Mittellinie der Tafel mit der, an den Wasserrändern der Canalwaage entlang visirten Linie genau übereinstimmt. Von demjenigen Maaße, welches der Zeiger an der Tafel angiebt, z. B. 7 Fuß 2 Zoll, wird nun hier die Höhe des Instruments (die wir ein für allemal zu 4 Fuß annehmen wollen) abgezogen, so zeigt der Ueberrest von 3′ 2″ an, daß der Punkt b um soviel niedriger ist als der Punkt a.

§. 303.

Da man mit der Wasserwaage nur auf 10 bis 15 Ruthen lang genau visiren kann, so müßte, wenn die abzuwägenden Punkte weiter auseinder liegen, die vorige Operation auf jeder vorgedachten Distanz wiederholt, und also auch die Wasserwaage von Neuem aufgestellt werden. Z. B. wenn in der 226sten Figur die Distanz vom Punkte a bis zum Punkte b, 20 — 30 Rüthen betrage, so würde nöthig sein, erst einen Zwischenpunkt x wie vorhin b, von a aus

abzuwägen, alsdann das Instrument wieder in x aufzustellen, von da nach dem Punkte b zu nivelliren, und die, durch Abzug der Instrumentshöhe erhaltenen beiden Reste zu addiren, wo alsdann die so erhaltene Summe angiebt, um wieviel der Punkt b tiefer liegt, als der Punkt a.

Es ist aber weit vortheilhafter, statt dessen das Nivellirinstrument zwischen zwei, 20 — 30 Ruthen von einander entfernten und abzuwägenden Punkte a und b aufzustellen. Das Signal wird sodann zuerst (Taf. XLVIII. Fig. 227) in a lothrecht aufgesetzt, das Instrument aber in x, sodann von x aus nach a visirt, und die Tafel daselbst gehörig abgerichtet, worauf das Maaß, welches der Zeiger am Signale angiebt, notirt wird. Alsdann läßt man eine andere Meßstange (oder die von a dahin gebrachte, weil sie in a nicht mehr gebraucht wird, und man überhaupt nur eines Tableaus benöthigt ist) in b aufstellen, tritt sodann hinter die vorhin als Objektivdiopter gediente Glasröhre, betrachtet sie jetzt als Oculardiopter, ohne das Instrument zu berühren, visirt an denselben (d. h. den beiden Wasserrändern) entlang nach b, richtet die Tafel nach der Visirlinie ab, und notirt hierauf ebenfalls das Maaß, welches der Zeiger am Tableau angiebt. Angenommen, daß das Maaß in a drei Fuß, das in b aber 7 Fuß betrage, so ist klar, daß wenn die 3 Fuß von den 7 Fuß abgezogen werden, der Punkt b um soviel, als der Rest beträgt, das ist hier $7' - 3' = 4'$ niedriger ist, als der Punkt a, letzterer also um soviel höher liegt als b; d. h. wenn aus dem Punkte b eine Horizontallinie bd gezogen würde, so müßte sich der Punkt a um 4 Fuß über dem Punkte b befinden. Hierbei kömmt die Höhe des Instruments, oder wie hoch das Wasser in den gläsernen Röhren steht, gar nicht in Betrachtung, und es ist gleichviel, ob das Instrument an sich, oder das Wasser in den gläsernen Röhren höher oder niedriger steht, weil in beiden Fällen das Resultat immer dasselbe bleibt. Gesetzt, daß das Instrument in letzterem Beispiele einen Fuß höher gestanden hätte, so würden bei a, anstatt 3 Fuß, 4 Fuß am Tableau mar-

lirt worden sein, und bei b anstatt 7 Fuß, 8 Fuß. Zieht man nun 4 Fuß von 8 Fuß ab, so erhält man wie vorhin einen Rest von 8 — 4 = 4 Fuß; oder das Instrument hätte um 1 Fuß niedriger gestanden, so würden sich bei a anstatt 3 Fuß, nur 2 Fuß gezeigt haben, bei b aber anstatt 7 Fuß, nur 6 Fuß bemerkt worden sein; werden nun 2 Fuß von 6 Fuß subtrahirt, so bleiben ebenfalls 4′ übrig.

Hieraus folgt, daß es einerlei ist, ob viel oder wenig Wasser in die Wasserwaage gegossen worden, oder, ob solches in den Gläsern hoch oder niedrig steht; jedoch darf während der Operation auf einer Station weder der Stand der Wasserwaage erhöh't noch erniedrigt, also auch ebenso wenig Wasser in die Röhren zu- oder abgegossen werden, weshalb auch dahin zu sehen ist, daß die Wasserwaage während der Operation auf einer Station kein Wasser verliere. Sobald aber die Wasserwaage von Neuem aufgestellt wird, kann sie an sich, wie auch das Wasser in den Gläsern, höher oder niedriger stehen, oder etwas Wasser heraus- oder hineingegossen werden.

§. 304.

In dieser so kurzen als faßlichen Anweisung, besteht der ganze Gebrauch der Wasserwaage und des Tableau's; da aber das Visiren bei diesem Instrumente, und nach der Sehkraft eines mittelmäßig guten Auges, mit Genauigkeit auf Distanzen von 10 — 15 Ruthen seine Grenze hat, und also, wenn große Distanzen zu nivelliren vorkommen, die zuletzt beschriebene Operation öfters wiederholt werden muß, so kömmt es nur darauf an, die Abwägung vieler einzelner Stationen, sowohl durch Berechnungen, als durch's Auftragen in einem Nivellementsriß gehörig zu vereinigen, um dadurch sowohl auf einzelnen Distanzen, wie auch vom Ganzen, das Steigen und Fallen richtig angeben zu können.

Wenn demnach z. B. nach Fig. 228. Taf. XLVIII. die Punkte a und b, welche 75 Ruthen auseinander liegen mögen, nivellirt, d. h. ausgemittelt werden sollte, um wieviel der Punkt

b niedriger ist, als der Punkt a, so würde man 4 Distanzen, jede von 20 Ruthen abmessen, und durch eingeschlagene Nummerpfähle bezeichnen, wodurch hier für die letzte Station aber nur 15 Ruthen übrig bleiben, was jedoch gleichgiltig ist. Hier muß nun die Operation des Nivellirens viermal wiederholt, nämlich gefunden werden, um wieviel der Punkt m niedriger ist, als a; ferner, wieviel der Punkt n niedriger ist als m u. s. f. Werden endlich diese vier gefundenen Differenzen addirt, so ergiebt sich, um wieviel der Punkt b niedriger ist als der Punkt a, oder um wieviel a höher ist als b.

§. 305.

Der zweite und am öftersten vorkommende Fall kann der sein, daß das Terrain zwischen zwei zu nivellirenden Punkten uneben ist, und daß man nicht nur überhaupt wissen will, um wieviel der Endpunkt der ganzen Strecke niedriger ist, als der Anfangspunkt, sondern auch wie die darzwischen liegenden, am merklichsten sich erhöhenden oder erniedrigenden Stellen des Terrains c, d (Taf. XLVIII. Fig. 229) sich gegen den Punkt a, und wiederum unter einander verhalten; hierbei können nun die Distanzen (oder Stationen) nicht alle einander gleich angenommen werden, sondern die höchsten und niedrigsten Punkte selbst bezeichnen diese Stationen so wie deren Weiten von einander. Sind solche Punkte unter oder etwas über 20 Ruthen von einander entfernt, so kann das Instrument dazwischen gestellt, und wie bereits gezeigt worden, verfahren werden; sind aber die Stationen, und besonders die, wegen des Steigens und Fallens bemerkbaren Punkte viel über 25 Ruthen aus einander, wie z. B. die Punkte d und b, so ist eine solche Distanz noch in zwei, wohl auch noch mehr Stationen zu theilen. Die ungleichen Weiten der Stationen müssen vorher ebenso gut wie gleiche Entfernungen mit der Kette gemessen werden, um die angenommenen Distanzen im Nivellementsplan eintragen zu können; auch sind die zu nivellirenden

Punkte, mit kleinen, der Erde völlig gleich eingeschlagenen Pfählen zu bezeichnen, neben welchen ebenfalls längere, mit fortlaufenden Stations-Nummern versehenen Pfähle einzuschlagen sind.

§. 306.

Es sei Fig. 230. Taf. XLVIII. ein ziemlich ebenes und durchweg abhängendes Terrain, wobei man nur zu wissen verlangt, um wieviel der Anfangspunkt a höher liegt, als der Punkt b am Ende der zu nivellirenden Distanz. Zuvörderst werden die Stationen a — 1, 1 — 2, 2 — 3, 3 — b wo möglich von 20 Ruthen abgemessen, ohne sich daran zu kehren, ob zuletzt eine kürzere oder etwas längere Distanz übrig bleibt; worauf man sich eine Tabelle mit folgenden Rubriken anfertigt:

Distanzen oder Stationen	Länge der Stationen		A Rückwärts		B Vorwärts		Steigen.		Fallen.	
No. No.	Ruth.	Fuß	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll
1 bis 2										

Nunmehr beginnt die Operation dergestalt, daß die Wasserwaage ohngefähr in die Mitte der Station a — 1 gesetzt wird; hierauf wird nach a visirt; gesetzt die Tafel zeigte daselbst 3′ 2″ an, so werden solche in die erste mit A bezeichnete Rubrik vorstehender Tabelle eingeschrieben; alsdann wird das Tableau in No. 1. lothrecht aufgestellt, dahin visirt, die Tafel genau abgerichtet, und wenn selbige z. B. 5 Fuß 8 Zoll angäbe, dieses Maaß in die zweite mit B bezeichnete Rubrik eingetragen; hierauf zieht man das kleinere Maaß vom größeren ab, und setzt den Rest (hier von 5′ 8″ — 3′ 2″ = 2′ 6″) wenn die in Rubrik A stehende Höhe die größere war, in die mit „Fallen" bezeichnete Rubrik der obigen Tabelle; woraus folgt, daß der Punkt 1 um 2′ 6″ niedriger ist, als der Punkt a.

Sodann wird die Canalwaage zwischen die Station 1 — 2 gestellt (wobei es, wie schon bemerkt worden, nicht darauf ankömmt, ob die Wasserwaage nun höher oder niedriger zu stehen kömmt als bei der vorhergehenden Station). Der Gehilfe aber bleibt mit dem Tableau in Nō. 1 stehen, und dreht dasselbe blos auf seinem mit Messing beschuhten und aufsitzenden Ende, nach dem jetzigen Stande der Canalwaage hin; worauf nach der über Nō. 1 stehenden Tafel visirt wird; gesetzt, es würden durch dieselbe 3′ 10″ bemerkt, so werden dieselben wieder in die Rubrik A eingetragen; alsdann wird das Signal in Nō. 2 aufgestellt, dahin visirt, und wenn 5′ 10″ daselbst bemerkt würden, solche in die Rubrik B eingetragen, und die Differenz von 5′ 10″ — 3′ 10″ = 2′ in die mit „Fallen“ bezeichnete Rubrik notirt; sodann wird die Wasserwaage zwischen Nō. 2 und 3 aufgestellt, und wie vorhin verfahren, auch die beiderseitigen auf dieser Station gefundenen Maaße, sowie mit den vorigen geschehen ist in obiger oder nachstehender Tabelle gehörig eingetragen. Um das ganze Verfahren für Figur 230 desto anschaulicher zu machen, sind hier die Maaße auch in vertikaler Richtung in der das Nivellement vorstellenden Figur beigesetzt worden. Nach vollendeter Arbeit erhält nun obige Tabelle folgende Resultate:

Distanzen.	Länge der Stationen.		A, oder Rückwärts		B, oder Vorwärts		Steigen.		Fallen.	
Nō. Nō.	Ruth	Fuß	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll	Fuß	Zoll
a bis 1	20	—	3	2	5	8	—	—	2	6
1 „ 2	20	—	3	10	5	10	—	—	2	—
2 „ 3	20	—	2	2	4	2	—	—	1	6
3 „ b	20	—	2	—	4	3	—	—	2	3
			11	8	19	11	—	—	8.	3.
				ab	11	8				
			also	Fall	8′	2″.				

Addirt man die in der Rubrik „Fallen“ eingetragenen Zahlen, so ergiebt sich, um wieviel der Punkt a höher liegt als der Punkt b, nämlich hier um 8′ 3″. Ein gleiches

Resultat wird auch erhalten, wenn man die Rubriken A und B addirt, und A als die kleinere, von B als der größeren Summe abzieht.

Es ist leicht einzusehen, daß man auch berechnen kann, um wieviel ein jeder Punkt dieses Nivellements niedriger liegt als a, wenn man nämlich bis dahin das Fallen addirt; z. B. um zu wissen, wie viel Fuß schon der Punkt 2 tiefer als a liegt, darf man nur die 2′ 6″, um welche der Punkt 1 niedriger ist als a, und die 2′, um welche der Punkt No. 2 tiefer als No. 1 liegt, addiren, was 4′ 6″ giebt, um welche a höher als der Punkt No. 2 liegt.

---

b) Auftragen des Nivellirten.

§. 307.

Soll nun auch das Nivellement aufgetragen, also in einen Riß gebracht werden, wie dieses oft erforderlich ist, so ist zuvörderst zu bemerken, daß das Steigen und Fallen eines Terrains, in Verhältniß der Länge desselben, immer nur klein oder gering ist, z. B. wenn ein Punkt, der 100 Ruthen von dem andern entfernt ist, und 3′ 4″ tiefer läge, so wäre solches nur:

$$\frac{\frac{3\frac{1}{3}}{12}}{100} = \frac{\frac{10}{36}}{100} = \frac{10}{36.100} = \frac{1}{360}$$

der ganzen Länge (von 100°). Wollte man nun einen solchen Maaßstab verzeichnen, auf welchem nicht nur die Fuße, sondern auch die einzelnen Zolle abgenommen werden könnten, so müßte derselbe schon ziemlich groß sein; wir wollen annehmen, daß wenigstens ein Zoll, 12 Fuß oder eine Ruthe vorstellen sollte. Wollte man nun nach eben diesem Maaßstabe auch die Länge des Terrains, oder die Entfernung des Punktes a vom Punkte b auftragen, so würden beide Punkte auf dem Papiere 100 Zoll oder 8′ 4″ auseinander zu setzen sein, welches bei noch größeren Distan-

zen, sehr lange, und sowohl zur Uebersicht, als zum sonstigen Gebrauche, sehr unbequeme Zeichnungen geben würde.

Man nimmt daher zu den Nivellementsrissen zweierlei Maaßstäbe an, nämlich den einen zum Messen und Auftragen der Höhen, den andern aber zur Abmessung der Längen oder der Distanzen. Beide Maaßstäbe können willkürlich und ganz von einander unabhängig angenommen werden; nur muß der Maaßstab zu den Höhen im 12-theiligen Maaße und wie schon erwähnt, von einer solchen Größe sein, daß man die ganzen, halben und Viertels-Zolle, darauf mit Genauigkeit abnehmen kann. Beim Längen-Maaßstabe, dem man die Decimaleintheilung giebt, ist es aber schon hinreichend, wenn auf demselben nur die Ruthen und Fuße abgenommen werden können. Das beste Verhältniß beider Maaßstäbe zu einander ist: wenn man 3′ 8″ des Höhenmaaßstabes zu 10° des Längenmaaßstabes nimmt, und aus diesen beiden Angaben auf die bekannte Weise nun beide Maaßstäbe anfertigt.

Dergleichen willkührliche, und hinsichtlich der Bezeichnung der natürlichen Größen der Ruthen, Fuße und Zolle, so verschiedenen Maaßstäbe, verursachen, daß die Figuren auf einem Nivellementsrisse, gegen ihre natürliche Gestalt ganz verzerrt und entstellt erscheinen; z. B. anstatt daß das Profil eines Dammes nach ein und demselben Maaßstabe aufgetragen seinem natürlichen Durchschnitt völlig proportionirt sich darstellt, so wird dasselbe Profil, wenn zur Bezeichnung der Breiten (d. h. der horizontalen Maaße) der entsprechende Längenmaaßstab, zu den Höhen aber der ganz verschiedene und weit größere Höhenmaaßstab nach Vorschrift gebraucht wird, der Damm eine hohe schmale Gestalt erhalten. Ebenso würde ein Graben eine schmale tiefe Gestalt erhalten; welches unproportionirte Ansehen jedoch — wie sich bald ergeben wird — in nichts hindert.

§. 308.

Um nun das in der 230. Figur vorgestellte, und in §. 306 zu nivelliren gezeigte Terrain, in einen Nivellementsriß

zu bringen, wird vorher, vermittelst eines recht geraden (am besten stählernen) Linials eine Normal-Horizontallinie am (Taf. XLVII. Fig. 231.) gezogen, und sodann auf dieselbe nach dem Längenmaaßstabe die Distanzen oder Stationen aufgetragen; alsdann bei jeder Station, das Fallen nach der Tabelle berechnet, und solches nur auf den Stationspunkten, von gedachter Normal-Horizontallinie ab, aus den entsprechenden Endpunkten der einzelnen Stationen, also hier aus d, e, f und m, herunterwärts absticht. So z. B. liegt nach voriger Nivellementstabelle der Punkt 1 um 2′ 6″ niedriger; der Punkt 2, um 4′ 6″ niedriger; der Punkt 3, um 6′ und der Endpunkt b des ganzen Nivellements um 8′ 3″ niedriger als der Anfangspunkt a desselben; sticht man nun diese Maaße aus den betreffenden Punkten herunterwärts ab, so ist dem Verlangten soweit Genüge geschehen.

Bei unebenem Terrain trifft es oft, daß ein oder auch mehrere Punkte des Nivellementszuges höher liegen als der Anfangspunkt desselben, welches sich unmittelbar aus der Nivellementstabelle zu erkennen giebt. Für solche Fälle versteht es sich nun von selbst, daß die Maaße für solche höher liegende Punkte aus den sie betreffenden Endstationspunkten der Nivellementslinie nicht ab-, sondern aufwärts getragen ꝛc. werden müssen. — Außerdem müssen, zu mehrerer Sicherheit die Maaße in den Nivellementsrissen, und zwar besonders die Höhenmaaße, wie aus Figur 231 zu ersehen, in vertikaler Richtung gehörigen Orts beigeschrieben werden.

§. 309.

Aus der geometrischen Aufnahme der Felder ist bekannt, daß bei dem Auftragen der gemessenen Figuren der Schluß derselben erfolgen muß, wenn man sowohl beim Aufnehmen wie auch beim Auftragen derselben richtig verfahren hat, d. h. es muß die letzte auf dem Felde gemessene Linie nach dem verjüngten Maaßstabe, nebst dem gemessenen Winkel beim Auftragen, genau an den Punkt, bei welchem man zu messen und aufzutragen anfing, anschließen. Beim

Nivelliren hat man aber diese Verifikation der Arbeit nicht, sondern die, bei aller Vorsicht dennoch leicht möglichen Versehen, z. B. durch unrichtiges Anschreiben oder Ablesen der am Signale bemerkten Maaße, oder die auf den Maaßstäben falsch abgenommenen Maaße, bleiben unentdeckt, wenn man nicht durch ein nochmaliges Nivellement eine Probe macht, und so den Irrthum aufsucht. Nur aus der Uebereinstimmung mit der ersten Abwägung kann man den Schluß ziehen, daß das Nivellement richtig ist. Weil nun an dieser Richtigkeit viel gelegen ist, so darf die Anstellung eines wiederholten Nivellements als Probe des erstern nie unterlassen werden. Man nivellirt zu vorgesetztem Zwecke am zuverlässigsten den ersten Weg zurück; noch besser und sicherer aber ist es, bei der Probe einen ganz anderen Weg als den ersten zu gehen. Man wird dann zwar natürlich nicht dieselbe Lage der Stationspunkte, wohl aber finden, wie sich der Anfangspunkt des Nivellements gegen den Endpunkt desselben verhält, d. i. um wieviel einer von beiden höher oder tiefer als der andere liegt. Aus einer Uebereinstimmung dieses Resultates mit dem ersten Nivellement, wird man schon auf die Richtigkeit der einzelnen Stellen schließen können, weil die erste Abwägung aus selbigem zusammengesetzt ist; bei einer entstandenen Differenz müssen aber dann die einzelnen Stationen revidirt werden, weil bei einer, (oft auch bei mehreren) derselben Fehler vorgegangen sein müssen.

§. 310.

Das zuletzt in §. 307 vorgetragene Exempel, ein durchweg abhängiges Terrain zu nivelliren, findet vorzüglich da Anwendung, wo man das Gefälle eines Flusses oder eines Grabens ausfindig machen will. Das Gefälle eines Flusses geht aber nicht immer in einer geraden abschüssigen Linie fort, sondern, wenn an einer Stelle desselben mehr Gefälle vorhanden ist, als an der andern, so ist auch die Oberfläche des fließenden Wassers daselbst schräger, oder mehr unter die Horizontallinie geneigt, als bei der anderen.

Will man daher nur das Gefälle eines Flusses überhaupt auf einer gewissen Distanz, z. B. Fig. 232. Taf XLVIII. von a bis b wissen, so ist es nicht nöthig, dem Flusse unmittelbar selbst entlang zu nivelliren, sondern man kann vortheilhaft einen jeden anderen und bequemeren Weg, wie z. E. acdb, oder auch aefb zur Nivellementslinie wählen. Soll aber das auf dem Flusse sich findende stärkere und schwächere Gefälle zugleich besonders ausgemittelt werden, so sind die Punkte g, h und i, wo sich nach dem, unter dieser Figur vorgestellten Profil der Oberfläche des Wassers merkliche Abweichungen des Gefälles finden, besonders zu nivelliren, und dieserhalb auf diesen Stationen Pfähle senkrecht einzuschlagen, deren Köpfe mit der Oberfläche des Wassers gleichstehen, und auf welche dann das Signal beim Nivelliren aufgestellt wird.

§. 311.

In einem aufgetragenen Nivellirungs- oder Profilrisse von einem Flusse, muß auch die Tiefe desselben, sowie die Höhe seiner Ufer bei den einzelnen Stationen, besonders gemessen und im Profilrisse mit aufgetragen werden.

In der nachstehenden Nivellements-Tabelle, enthalten die Kolumnen A, B, C und D die auf Ort und Stelle gemachten Beobachtungen; die übrigen Kolumnen aber die aus A, B, C und D hervorgegangene Berechnung.

Nach Columne A betrug die ganze Länge der nivellirten oder abgewogenen Strecke 1000°. Aus den Kolumnen B und C ergeben sich die Resultate in den Kolumnen E und F, und aus diesen letzteren beiden die Resultate der Kolumne G. Die Differenzen der Summen der Columnen B und C, so wie die Vergleichung der Summen von den Kolonnen E und F geben für das Gefälle von №. 1 bis №. 9, auf dem Ufer 6′ 2″ 6‴, und eine Berechnung dient der andern zur Prüfung.

Da der Wasserstand unter №. 1. nur 2′ 3″, unter №. 9. aber 3′ 7″ 3‴ betrug, so mußte jenem Gefälle noch 1′ 4″ 2‴ hinzugesetzt werden, und dann erst erhielt man für das Gefälle des abgewägten Flusses von №. 1 — №. 9: 7′ 8″ 3‴, wie solches auch die Kolumnen H und J auswiesen.

Nivellements-Tabelle.

Distanzen von Nro.		Zielhöhen vordere	Zielhöhen hindere	Auf dem Ufer Gefälle	Auf dem Ufer Steigen	Relation der Stationen gegen die durch Nr. 1. angenommenen Horizontale N.	Höhen	Tiefen	Tiefe des Wasserstandes unter 0		Tiefe des Wasserstandes gegen die durch Nr. 1. angenommene Horizontale		Gefälle des Stroms von Station zu Station.		Anmerkungen.
									1	2'.3''.0'''.	1	2'.3''.0'''.			
1-2	150°	5'.3''.1''.	4'.0''.11'''	—	1'.2''.2'''.	2	0'.2'.2''.	—	2	3.11. 4.	2	2. 9. 2.	1-2	0'.6''·2'''.	
2-3	180°	4. 2. 4.	4. 9. 10.	0'.7''.6'''.	—	3	0. 6. 8.	—	3	4.7 0.	3	4. 0. 4.	2-3	1. 3. 2.	
3-4	90°	3. 6. 7.	5. 4. 9.	4. 10. 2.	—	4	—	1. 3. 6.	4	3. 5. 7.	4	4. 9. 1.	3-4	0. 8. 9	
4-5	72°	3. 9. 8.	5. 6. 8.	1. 9. 0.	—	5	—	3. 0. 6.	5	3. 0. 7.	5	6. 1. 1.	4-5	1. 4. 0.	
5-6	85°	4. 5. 5.	5. 1. 3.	0. 7. 10.	—	6	—	3. 8. 4.	6	3. 1. 0.	6	6. 9. 4.	5-6	0. 8. 3.	
6-7	140°	4. 8. 6.	4. 6. 5.	—	0. 2. 2.	7	—	3. 6. 3	7	3. 8. 7.	7	7. 2. 10.	6-7	0. 5. 6.	
7-8	100°	3.11. 9.	5. 8. 3.	1. 8. 6.	—	8	—	5. 2 9.	8	3. 3. 11.	8	8. 6. 8.	7-8	1. 3. 10.	
8-9	183°	4. 1. 2.	5. 2. 0.	1. 1. 9.	—	9	—	6. 4. 6.	9	3. 7. 2.	9	9. 11.8.	8-9	1. 5. 0.	
	1000	34'.0'.7''.	40.5. 1.	7. 8. 9.	1. 4. 3.							9. 11 8.		7. 8. 8	
			34.0. 7.	1. 4. 3.								2. 3. 0.			
			6.4. 6.	6. 4. 6.								7. 8. 8.			
	A.	B.	C.	E.	F.		G.			D.		H.		I.	

§. 312.

Obgleich in Obigem gelehrt worden, daß man die Canalwaage stets in die Mitte zwischen je zwei zu nivellirender Pünkte, die 20 — 25 Ruthen von einander entfernt sind, aufstellen solle, so reicht diese Regel nur für ein ziemlich unebenes Terrain mit aus; bei ungleichem Terrain aber würde man, nur kurze Distanzen etwa zu je 5 Ruthen, und zuweilen bei sehr unebenem Terrain wohl noch kürzere Distanzen annehmen müssen, wodurch aber, wenn man die Wasserwaage jedesmal zwischen zwei solcher kurzen Entfernungen aufstellen wollte, das Geschäft zu langwierig und beschwerlich werden würde. Für ein unebenes Terrain ist es daher am zweckmäßigsten aus einem Standpunkte der Wasserwaage mehrere Punkte zugleich zu jeder Seite des Instruments (d. h. nach vor- und rückwärts) zu nivelliren.

Z. B. Fig. 233. Taf. XLVII. von a bis b wären zwar nur 25 Ruthen; das sehr kurz auf einander steigende oder fallende Terrain erfordere aber, die Punkte d, e, f und g in den beigeschriebenen Entfernungen zu nivelliren, so kann solches aus dem Standpunkte der Wasserwaage in h ebenfalls geschehen, indem nämlich die, an den auf diesen Punkten aufgestellten Signalstangen bemerkten Höhen, notirt werden.

Bei der folgenden Station bc gilt ein gleiches Verfahren; nur muß wegen des veränderten Standes der Wasserwaage erst wieder nach b visirt werden, um die Höhe der nunmehrigen Visirlinie über den Punkt b zu erhalten.

Um aber bei dem so eben beschriebenem Verfahren nicht so leicht zu irren, ist es besser, den Gang des Nivellements in einer Skizze oder Handzeichnung zu bemerken, anstatt die gefundenen Maaße in einer Tabelle zu notiren.

c) Von der Geschwindigkeitsmessung, oder Berechnung der in einem Flusse oder Bache sich hinabwälzenden Wassermasse.

§. 313.

Nicht selten wird auch bei der Abwägung des Wassers in einem Mühlgraben zu gleicher Zeit verlangt, die Geschwindigkeit des darin abfließenden Wassers auszumitteln, wozu man sich verschiedener Instrumente bedient. Ist aber erst das Gefälle eines Flusses ausgemittelt, dann kann man auch die Geschwindigkeit desselben, ohne weitere Messung, blos durch Rechnung finden, und zwar wie folgt:

Durch mehrere sorgfältige und genaue Versuche hat man nämlich gefunden, daß jeder schwere Körper nahe an der Wasserfläche der Erde in einer Secunde 15 Pariser oder 16 Leipziger Fuß fällt, und daß derselbe am Ende der Secunde (Zeit) eine Geschwindigkeit von 30 Pariser = 32 Leipziger Fußen erhalte, und sich so seine Geschwindigkeit in jedem weiteren Fallraume um das Ein-, Drei- und Fünffache u. s. w. vermehre, also nach dem Verhältnisse der ungeraden Zahlen. Nun hat man ferner gefunden, daß nicht allein die festen, sondern auch die flüssigen Körper sich genau nach diesem Fallgesetze richten — und so auch das Wasser in seinem Laufe. Ferner hat man aus diesem Fallgesetze ein Verhältniß ermittelt, nach welchem man aus dem Gefälle eines Flusses auch die Geschwindigkeit desselben berechnen kann.

Will man nun z. B. wissen, wieviel die Geschwindigkeit des Wassers von einem 2 Fuß hohen Gefälle beträgt, so schließe man nach der bekannten Fallhöhe eines schweren Körpers = 15 Fuß in 1 Secunde zu dem Quadrate der am Ende erlangten Geschwindigkeit = 900, und zieht aus dem Produkte die Quadratwurzel, so zeigt dieselbe die Ge-

schwindigkeit des Wassers auf vorerwähntes Gefälle von 2 Fuß an; also:

Ansatz. $\underline{16 \text{ leipz. Fuß} : 2 \text{ leipz. Fuß} = 32^2 : x}$,

und findet hieraus $x = \frac{32 \times 32 \times 2}{16} = \sqrt{(32.2.2)} = \sqrt{128} = 11$ circa; und soviel Fuß Geschwindigkeit nimmt das fragliche Wasser in 1 Secunde ein.

Auf dieselbe Art kann nun auch von jedem anderen bekannten oder gegebenen Gefälle die Geschwindigkeit des Wassers gefunden werden.

B) Das Höhenmessen.

a) Mit und ohne Winkelmeßinstrumente.

§. 314.

Aufgabe 1). Die Höhe eines Baumes ohne Winkelmesser zu ermitteln.

Auflösung. Man geht in einer Entfernung vom Baume ab, steckt einen geraden Stock in die Erde, der 3 Zoll kürzer als man selbst ist. Vor diesem Stock legt man sich hin auf die Erde, völlig ausgestreckt und so, daß man mit den Füßen unmittelbar am Stocke anliegt, und mit den Augen gerade über der Spitze des Stockes nach der Spitze des Baumes, dessen Höhe man ausfindig machen will, sieht. Kann man aber die Spitze des Baumes (oder den Gipfel jedes anderen zu bestimmenden Gegenstandes) noch nicht allein erkennen, sondern sieht entweder noch darüber oder darunter, so muß man den Stock im ersteren Falle noch weiter vom Baume ab, im anderen aber näher an denselben einstecken, und sich dann wieder wie vorhin legen, bis man die verlangte Lage richtig getroffen hat. Alsdann mißt man

von dem Orte an, wo sich die Augen befanden in einer geraden Linie bis zu dem Baume hin, welche Länge dann des Baumes Höhe ist. Diese Art Höhemessung ist aber keineswegs empfehlenswerth. Besser sind die in den beiden folgenden Paragraphen beschriebenen Methoden.

§. 315.

Aufgabe 2). Die Höhe eines Baumes rc. aus seinem Schatten zu messen.

Auflösung. Dieser Methode soll sich Thales (einer von den sieben Weisen Griechenlands) bedient haben, um mittelst derselben ohne Beihilfe irgend eines künstlichen Instruments die Höhe der egyptischen Pyramiden auszumitteln.

Bekanntlich steigt in Egypten die Sonne sehr hoch, und hat daher täglich zweimal eine solche Stellung, daß ihre Strahlen mit dem Horizonte einen Winkel von 45 Graden, also einen halben R (oder rechten Winkel) machen, und in diesem Augenblicke ist nothwendigerweise der Schatten, den eine senkrechte Linie trifft, der Höhe dieser Linie selbst gleich, und man kennt daher die letztere, wenn man den Schatten dieser Linie trifft. Um aber den passenden Augenblick nicht zu versäumen, steckt man einen Stab senkrecht in die Erde, und beschreibe um den Fuß desselben als Mittelpunkt einen Kreis, dessen Radius aber der Länge des Stabes gleich ist. Jetzt wartet man bis zu dem Augenblicke wenn der Endpunkt des Schattens von dem Stabe genau den Umfang des gezogenen Kreises trifft.

Dieses allerdings höchst einfache Verfahren, ist jedoch an solchen Orten nicht anwendbar, wo die Sonne eine Höhe von 45 Grad gar nicht erreicht; und es hat dasselbe überdieß noch das Unbequeme, daß man den geeigneten Augenblick nicht versäumen darf. Man kann sich aber von diesen

Einschränkungen befreien, wenn man gleichzeitig, also in ein und eben demselben Augenblicke die Länge des Schattens des Gegenstandes mißt, dessen Höhe gesucht wird, und ebenso den Schatten des ausgesteckten Stabes. Da nun die Länge des Stabes selbst bekannt ist, so läßt sich die gesuchte Höhe durch einen einfachen Regeldetrisatz finden, denn es verhält sich die Länge des Schattens der ausgesteckten Stange zu der Länge von dem Schatten der gesuchten Höhe, wie die Länge der Stange zu der gesuchten Höhe sich verhält.

Es sei z. B. die Länge des Schattens der senkrecht eingesteckten Stange $= 12'$, und in demselben Augenblicke die Länge des Schattens von dem Gegenstande, dessen Höhe gesucht wird $= 156'$, und die wirkliche Länge der Stange betrage $8\frac{1}{2}'$; wieviel Fuß hält die zu ermittelnde Höhe?

Antwort. Da $12' : 156' = 8\frac{1}{2}' : x'$

und findet hieraus für $x = \frac{156 \times 8\frac{1}{2}}{12} = 13 \times 8\frac{1}{2} =$ $110\frac{1}{2}'$ d. h. die gesuchte Höhe des fraglichen Gegenstandes beträgt $110\frac{1}{2}$ Fuß.

Diese Messungsart gewährt jedoch nur eine genügende nicht aber eine große Genauigkeit, weil die Schatten nicht genau begrenzt sind, und man überdieß auch nur selten die völlig erforderliche horizontale Ebene vorfindet. Indessen, da sich öfters Gelegenheit darbietet, dieses Verfahren bei Gebäuden, Bäumen, und überhaupt bei einzeln stehenden Gegenständen anzuwenden, so kann es als Mittel dienen, um auf diese Art sich zu üben, die Höhe eines Gegenstandes nach dem blosen Augenmaaße schätzen zu lernen.

§. 316.

Aufgabe 3). Die Höhe eines Stückes Mauer AB (Figur 235.) blos mit Stäben zu messen, wenn man nur an den Fuß der Mauer kommen kann.

Auflösung. Man stecke in einiger Entfernung von der Mauer einen etwas langen Stab ab (Taf. XLVII. Fig. 235.) senkrecht in die Erde; mit einem kürzeren Stabe ed aber gehe man von b mit B in gerader Linie beliebig weit zurück, und stecke ihn alsdann so tief in die Erde hinein, bis man wenn man über e und a nach A visirt, A, a und e in einer geraden schrägen Linie sich befinden. Weil nun ab sowohl als auch ed senkrecht eingesteckt sind, so stelle man sich zwei rechtwinkligte Dreiecke eca und eCA vor, bei denen sich verhält:

$$ec : ac = eC : CA.$$

Gesetzt nun, ec = 6′, ca = 4′ und eC = 48′, so hätte man die Proportion: 6′ : 4′ = 48′ : x

und findet für $x = \frac{48 \times 4}{6} = 8 \times 4 = 32' = CA$; wozu aber noch die Höhe des Stabes ed = 5′ zu addiren ist, und somit findet man die Höhe der Mauer = 37′ = AB.

§. 317.

b.) Bestimmung der Höhen mittelst des Barometers.

Wenn von der absoluten Höhe z. B. der Berge die Rede ist, so versteht man unter derselben jedesmal ihre senkrechte Höhe. Diese kann aber bei Bergen, wie z. B. der Chimborasso ist, nicht durch geometrisches Messen gefunden werden, weil man nicht überall beikommen und die Meßinstrumente nicht überall aufstellen, auch wegen der äußerst dünnen Luft in der obersten Region oder auf dem Gipfel diese mühsame Arbeit, wenn sie auch möglich wäre, nicht aushalten kann. Ebenso wenig läßt sich diese senkrechte Höhe trigonometrisch berechnen, da die Gipfel hoher Berge immer in Nebel und Wolken gleichsam eingehüllt sind, und man also dadurch am Visiren und Auffinden der Winkel gehindert wird.

Man hat daher diese Höhen durch Barometer (oder Luftschwere-Messer) die man auf den steilsten und gefahrvollsten Wegen hinauf (auf die Berge) bringen kann, und deren senkrechten Quecksilberstand man auch nur einige Minuten lang oben zu beobachten braucht, zu bestimmen gesucht.

Höhenmessungen durch Barometer sind also in allen Fällen leichter und bequemer auszuführen, als solche auf geometrischem und trigonometrischem Wege; denn da, wo man auf letzteren Wegen unüberwindliche Hindernisse antrifft, kann man mit einem gut justirten Barometer und einer Logarithmentafel (oder noch besser, einer genau berechneten Barometertafel) in der Hand, noch immer Berghöhen messen und dann mit einander vergleichen. Was also die oft sehr weitläufigen und kostspieligen trigonometrischen Operationen nicht zu leisten vermögen, wird das vielweniger kostbare, leicht transportable Barometer — denn man kann es in Form eines Wanderstabes bei sich führen — ungleich bequemer und schneller möglich machen.

§. 318.

Die Einrichtung und der Gebrauch des Barometers, der bekanntlich aus einer egalen Glasröhre, die unten in eine Kugel ausläuft, welche mit Quecksilber gefüllt ist, besteht, und sammt der Röhre auf einem ebenen Bretchen befestigt wird, auf welchem sich zu beiden Seiten der Röhre eine eingetheilte Scale befindet, so wie die Geschichte seiner Erfindung, finden die verehrlichen Leser in allen guten Lehrbüchern der Physik, z. B. in Fischers Naturlehre, Gehlers physikalischem Wörterbuch u. a. m. ausführlich angezeigt. Indem ich also bei meinen Lesern die physikalische Kenntniß des Barometers voraussetze, oder in Ermangelung derselben auf jene Lehrbücher verweise, sei nur hier bemerkt,

daß das Quecksilber im Barometer auf einem Berge niedriger steht, als im Thale, woraus man folgerte, daß dieses Instrument sich bequem zum Nivelliren weit entfernter Objekte gebrauchen läßt. Mariotti in Frankreich und Toweley in England hatten durch Versuche das ärostatische Gesetz ausgemittelt, daß die Dichtigkeit und Expansiv- oder Druckkraft einer Luftmasse in demselben Verhältnisse, wie ein darauf wirkender Druck, zu- oder abnimmt, und daß folglich auch die Druckkraft der Luftmasse im umgekehrten Verhältnisse des Raumes, den sie einnimmt, wächst, und umgekehrt. Bezeichnet man nun durch h die Barometerhöhe am untern, und durch H diejenige am oberen Beobachtungsorte, so fand der scharfsinnige Engländer Halley, daß die Höhendifferenz zweier Orte auf französisches Längenmaaß reducirt, betrage

$$= 9719 . \log . \left(\frac{h}{H}\right) \text{ Toisen}$$
$$= 9719 (\log . h - \log . H) \text{ Toisen.}$$

Diese Formel giebt die gesuchten Höhen ungemein nahe, und ist bis jetzt allen anderen Barometerformeln zum Grunde gelegt worden.

Nach der Zeit brachte De Luc kleine Correktionen wegen der Wärme, auf welche letztere Halley noch keine Rücksicht genommen, und noch später fand der Mathematiker Lambert bei Berücksichtigung der Wärmengrade von 4 bis 10 Grad nach Raumür für die gesuchte Höhe

$$= 10000 . \log . \frac{h}{H} - \frac{43.(336-h)}{43+(336-H)}$$

ein Ausdruck, welcher die gesuchten Höhen, bei einer größeren Wärmentemperatur als 10 Grad Reaumür etwas zu klein giebt.

Tobias Mayer stellte nach seinen Untersuchungen die Formel auf: Die gesuchte Höhe in Toisen

$= 10000 . (\log. h - \log. H).$

Um nun z. B. nach dieser letzteren Formel, bei welcher ebenfalls die Correktion wegen der Wärmetemperatur außer Acht gelassen ist, die relative Erhöhung eines Ortes über den Horizont eines niedrigern zu finden, muß man zuvörderst durch correspondirende Beobachtungen (am besten geschieht solches durch zwei Beobachter mit sehr genauen übereinstimmenden Barometern so nahe, als möglich, und in ein und demselben Zeitpunkte die Barometerstände, (Höhen der Quecksilbersäulen), bis auf Zolle, Linien, Zehntellinien oder noch genauer bestimmen. Sodann subtrahirt man den Logarithmus von der Zahl des niedrigeren Barometerstandes am oberen Stand- oder Beobachtungsorte von dem Logarithmus der größeren Zahl des Barometerstandes am unterem Standorte, und multiplicirt die so erhaltene Differenz mit 10000, indem man nur das Komma der Differenz um vier Stellen oder Ziffern von der Linken zur Rechten fortrückt, so giebt das hier erhaltene Facit die gesuchte Höhe in französischen Toisen (à 6 Pariser Fuß = 6 × 14400 Pariser Linien) an. Gesetzt das Barometer am unteren Standorte h, zeige 336 französische Linien, am obern H aber deren nur 325,5, so findet man die gesuchte Höhe zwischen diesen beiden Punkten = 137,9 Toisen beinahe, denn:

von log. h (oder log. 336,5) = 2,5263393
ab log. H (oder log. 325,5) = 2,5125510
bleibt log. h — log. H = 0,0137883

und daher also 10000 (log. h — log. H) = 137,883 = 137,7 Toisen circa.

Hätte man die eine, z. B. die obere Barometerhöhe falsch beobachtet, nämlich anstatt 325,5 Linien, nur 325, also 0,5 Linien, d. ist = ½ Linie zu wenig abgelesen, so erhielt man 144,5 Toisen, also 144,5 — 137,9 = 6,6

Toisen = 39,6 französischer Fuß mehr für dieselbe gesuchte Höhe. Hieraus geht hervor, wieviel hier auf genaue Beobachtung der Barometerstände ankomme. Wieviel aber auch zugleich auf die Berechnungsformel selbst ankomme, ergiebt sich daraus, daß nach eben denselben datis oder Beobachtungen die zuerst angeführte Formel von Halley für die gesuchte Höhe nur 133,45 .... Toisen, also 4,43 Toisen weniger hervorbringt

§. 319.

Die De Lücsche Formel, welche noch bis jetzt von den meisten Physikern und Geometern als die beste und als das Hauptfundament jeder barometrischen Höhenmessung anerkannt wird, ist für den gesuchten Höhenunterschied x zweier Orte U und O im Wesentlichen folgende:

$$x = 10000 \times \left[1 + \frac{\frac{t \times t'}{2} - Q}{m}\right] \times \log. \left[\frac{h + (T-10)\frac{h}{n}}{H + (T-10)\frac{H}{n}}\right]$$

Bedeutung der Buchstaben: t bezeichnet die Lufttemperatur nach Reaumür's Scale am unteren Beobachtungsorte U, hingegen t' die Lufttemperatur am oberen Beobachtungsorte O, folglich $\frac{t + t'}{2}$ die mittlere Temperatur beider Beobachtungsorte. T bedeutet den Wärmegrad der Quecksilbersäule bei U, T' aber denjenigen bei O. Ferner zeigt $\frac{1}{m}$ an, um den wievielten Theil des Volumens sich die Luft für jeden Wärmegrad (nach Reaumür) mehr ausdehnt, $\frac{1}{n}$ aber die Volumenveränderung des Quecksilbers für jeden Wärmegrad mehr. Q bedeutet den Wärmegrad der Luft, wobei die Correktion wegen der Ausdehnung derselben = O wird.

Nun fand De Lüc, daß $\frac{1}{m} = \frac{1}{213}$; $\frac{1}{n} = \frac{1}{4330}$;

und Q = 14,75° Reaumür die Normaltemperatur sei; nach welchen Voraussetzungen $\frac{t + t'}{2}$ = d die mittlere Temperatur wird, und daher

$$x = 10000 \times \left(1 + \frac{d - 14{,}75}{215}\right) \times \log. (\ldots .)$$

$$= 10000 \times \left(\frac{213}{213} + \frac{d - 14{,}75}{213}\right) \times \log. (\ldots ..)$$

$$= 10000 \times \left(\frac{198{,}25 + d}{213}\right) \times \log. \left(\frac{h - (T - 10) \cdot \frac{h}{4330}}{H - (T' - 10) \cdot \frac{H.}{4230}}\right)$$

Läßt man aus dieser Formel die äußerst geringe Correktion wegen der veränderlichen Wärme des Quecksilbers im Barometer außer Acht, weil sie wirklich in der Praxis nichts nützt, und von anderen kaum zu vermeidenden Fehlern, (besonders im Beobachten des wahren Barometerstandes, weit überwogen wird), so erhält man nach De Lüc für

$$x = 10000 \times \left(\frac{198{,}25 + d}{213}\right) \times (\log.\ h - \log.\ H),$$

Für $\frac{t + t'}{2}$ oder d = 14,75° (Reaumür) wird

$$x = 10000 \times \left(\frac{198{,}25 + 14{,}75}{313}\right) \times (\log.\ h - \log.\ H)$$

$$= 10000 \times (\log.\ h - \log.\ H)$$

das ist die Formel von Tob. Mayer.

Zusatz: Nächst den bisher aufgeführten Formeln verdient, nach gemachten Beobachtungen, die von Schuckburgh abgeänderte De Lüc'sche Fundamentalformel, nämlich x

$$= 10000 \times \left(1 + \frac{t + t'}{2} - 11{,}9\right) \times \log. \frac{h}{H} \times$$

$$\left(1 - \frac{D}{4384}\right)$$ besonders empfohlen zu werden, da sie die zu bestimmenden Berghöhen bis circa auf $\frac{1}{300}$ ihrer wahren Höhe genau angiebt, was für topographische Zwecke annähernd genug ist. — Die beschwerliche Rechnung nach diesen Formeln, werden fast gänzlich erspart, durch die Tabellen

für barometrische Messungen nach der Schichtmethode von Benzenberg, herausgegeben von Garthe rc. Gießen, 1817 in 16mo à ½ ℛ; brauchbar und bequem.

§. 320.

Es giebt zwei verschiedene Arten von barometrischen Messungen: nämlich correspondirende und einzelne oder isolirte.

Die correspondirenden, wodurch man relative Höhen bestimmt, indem man so gleichzeitig wie möglich an zwei Stationen, einer oberen und einer unteren, die Barometerstände beobachtet, sind überall vorzüglicher und geben auch genauere Resultate, als die isolirten, bei denen man blos an einem oder an einzelnen Orten Beobachtungen macht, und den mittlern Barometerstand eines anderen Orts, besonders am Meere als bekannt annimmt. Bei correspondirenden Beobachtungen sind zwei völlig harmonirende Barometer und zwei sehr aufmerksame Beobachter erforderlich. Wo man große Genauigkeit in Bestimmung einzelner Berghöhen beabsichtigt, pflegt man die Barometerhöhen mehrere Male zu verschiedenen Zeiten zu beobachten, mit Bemerkung der Zeit u. s. w. Hat man nur einen Barometer zur Höhenmessung eines Berges, so muß man es zuerst am Fuße, sodann auf dem Gipfel des zu bestimmenden Berges beobachten, jedoch in sehr kurzer Zwischenzeit, damit sich während dem der Zustand der Amosphäre nicht bedeutend ändere.

---

c) Allgemeine Regeln beim Messen mit dem Barometer.

§. 321.

1) Man muß hierzu nur gute, von anerkannt geschickten Mechanikern angefertigte Barometer gebrauchen, und zwar am besten sogenannter Heberbarometer mit etwas weiten Röhren, von überall gleichem Durchmesser, mit doppelten Scalen und Nonien, wodurch das Ablesen der Quecksilberhöhen bis auf $\frac{1}{10}$ einer Linie oder genauer möglich wird.

Vortreffliche und preiswürdige Barometer dieser Art, sowie alle zu der Feldmeßkunst üblichen Instrumente verfertigt sehr billig und gut der Mechaniker Friedr. Blase in Erfurt.

2) Zu correspondirenden Beobachtungen können nur übereinstimmende Barometer, nach irgend einem und eben demselben Maaßsysteme, z. B. den alten Pariser Zollen, Linien 2c. gebraucht werden. Zwei, zu correspondirenden Beobachtungen bestimmte Barometer müssen zuvor sorgfältigst mit einander verglichen, und nöthigenfalls berichtigt oder übereinstimmend gemacht werden, damit weiter keine Differenz in ihren Angaben an einem Orte und in eben demselben Zeitpunkte zu bemerken ist, was aber nur dann möglich ist, wenn beide Barometerröhren Quecksilber von völlig gleichem specifischen Gewichte enthalten. Wie gegenwärtig die vollkommneren Barometer (die gemeinen Wettergläser der Trödlerjuden, die gewöhnlich unter dem sich beigelegten Titel eines Opticus herumreisen, taugen gar nichts) von wahren Künstlern angefertigt werden, ist an mehreren derselben kaum $\frac{1}{10}$ Linie Differenz mehr zu bemerken. Gleichfalls müssen auch die Thermometer für einerlei Wärmegrade vollkommen übereinstimmen.

3) Bei Beobachtung der Barometerstände hat man sich besonders vor den Fehlern in Acht zu nehmen, welche von einem nicht ganz vertikalen Stande der Röhre, sowie von der Parallelaxe im Sehen und Ablesen der wahren Quecksilberhöhe herrühren. Bis auf $\frac{1}{10}$ Linie wenigstens wird man mit guten Augen oder mittelst einer Loupe jenes Ablesen immer erreichen.

4) Die Barometer Beobachtungen werden am zuverlässigsten bei heiterer und beständiger Witterung vorgenommen. Stürmische und unbeständige Witterung kann die Höhe der Quecksilbersäule in kurzen Zeiträumen nach einander beträchtlich verändern. Auch treten diese Veränderungen an zwei verschiedenen Orten nicht immer gleichzeitig ein, besonders wenn sie etwas entfernt von einander liegen.

5) Auch die Tageszeit der Beobachtungen hat auf die Barometermessung Einfluß. Die berechneten Höhen werden nämlich im Allgemeinen.

a) zu klein gefunden, wenn die Beobachtungen des Morgens oder Abends geschehen; desgleichen wenn das unter Barometer in einer Ebene, das obere aber in einem engen tiefen Thale steht; ferner bei starkem Südwinde und stürmischer Luft.

Im Gegentheile werden die berechneten Höhen

b) zu groß gefunden, wenn man Mittags zwischen 12—3 Uhr beobachtet, besonders im Sommer, und wenn die Sonne nicht von Wolken bedeckt wird; ferner, wenn das obere Barometer auf einem isolirten Berggipfel, das untere hingegen in einem engen Paß steht; auch bei starken Nordwinden, besonders wenn dieselben an die steilsten Bergabhänge prallen.

6) Nach vielfältigen, von mehreren Physikern genau ausgeführten Beobachtungen, darf man den mittleren Barometerstand — d. h. zwischen dem höchsten und niedrigsten — sehr nahe 28 Zoll 1—2 Pariser Linien, bei einer Temparatur von 10° Reaumür setzen, und daraus, sowie aus isolirten Barometerbeobachtungen auf Bergen rc., die absoluten Höhen dieser letzteren annähernd ableiten.

Anhang.

Vorsichtsmaaßregeln bei der Versteinigung der Grundstücke.

§. 322.

Wenn der Feldmesser ein Gewanne, oder auch nur einen speciellen Theil davon zu vermessen hat, so muß er vorzüglich darauf sehen, daß die Flursteine aus fester Masse, oben glatt behauen und so eingesetzt werden, daß der glatt behauene Kopf wenigstens 6—8 Zoll über der Erde aus der Grenzfurche hervorragt, der Untersatz oder Theil des Steines hingegen bleibt unbehauen und muß wenigstens $1\frac{1}{2}$—2 Fuß tief eingesetzt werden.

Wo die festen und lagerhaften Steine kostspielig anzuschaffen sind, da können auch Feld- und Wassersteine (Feld- oder Wasserwacken) zu gemeinen Flursteinen verwendet werden; jedoch mit dem ausdrücklichen Bemerken, daß sie wenigstens 2 Fuß lang sind, damit 1½ Fuß in die Erde und ½ Fuß über dieselbe zu stehen komme.

§. 323.

Kein Flurstein, sowie auch Trift- und Territorial-Grenzstein, darf ohne die sogenannten Urkunden, welche unter denselben zu legen, gesetzt werden, wovon aber die gewöhnlichen, als: Kohlen, Ziegelstücke, zerbrochenes Glas 2c. nicht zulässig sind, indem dergleichen Urkunden auch von dem Nicht-Feldmesser angeschafft werden können, wodurch denn auch aus Habsucht manche falsche Versteinigung entstanden, welche zu langwierigen und kostspieligen Processen Veranlassung gegeben, und dadurch öfters die streitenden Parteien um Hab und Gut gebracht haben.

Anmerkung. Die gedachten Urkunden unter den Flursteinen 2c. sollen die völlig richtige Lage derselben zu erkennen geben, indem ein solcher Stein, worunter sich die betreffenden Urkunden nicht befinden, von dem Feldmesser und auch von den dabei interessirten Parteien ohne weitere Umstände verwerflich erklärt werden können.

Damit nun bei so wichtigen Ereignissen keine Flur- und Grenz-Versteinigung verfälscht werden kann, so sind schon seit längerer Zeit durch gesetzliche Vorschriften in vielen Gegenden Deutschlands gebrannte Marken von Porcellan oder Ziegelerde, welche mit dem großen Anfangsbuchstaben der betreffenden Stadt oder des Dorfes versehen sind, als Urkunden unter die Grenz- und Flursteine eingeführt. Da durch diese getroffene Maßregel nie eine Versteinigung verfälscht werden kann, so wäre es nicht allein wünschenswerth, sondern sogar erforderlich, daß die so zweckmäßige, und Processe verhütende Einrichtung gesetzlich überall eingeführt werden möchte.

§. 324.

Um dabei aber auch allen Mißhelligkeiten vorzubeugen, wird der Porcellanfabrikant oder Ziegelbrenner, welcher dergleichen Marken verfertigt von der competenden Justizbehörde in Eid und Pflicht genommen, daß er nie anders, als nur auf Bestellung der Stadt-Magistrate, oder der Dorf-Obrigkeiten, oder der verpflichteten Geometer, solche Marken verfertigen darf.

§. 325.

Kommen dem Feldmesser Flur- oder andere dergleichen Steine, welche das Grundstück zweier oder mehrerer Interessenten begrenzen, durch etwanige Ueberschlagung oder specielle Vermessung zweideutig vor, so hat er vermöge seines Amtes das Recht, dergleichen Steine, jedoch mit Zuziehung der sämmtlichen Interessenten, zu heben, und zu untersuchen, ob sie richtig oder verfälscht sind. Wollen ein, oder mehrere Interessenten die Hebung der Steine nicht zulassen, so kann dieses Verbot das Geschäft des Feldmessers dennoch nicht hemmen, vielmehr ist aus einem Verbot zu schließen, daß die Grenzsteine versetzt sind. Der Feldmesser verrichtet also ungestört sein Amtsgeschäfte, über deren Befund er aber der betreffenden competenden Behörde eine Anzeige zur Entscheidung der Sache einzureichen hat.

§. 326.

Wenn Trift- und Territorial-Grenzsteine, an welchen zwei oder mehrere Gemeinden concurriren, zu reguliren oder neu zu setzen sind, so kann dieses Geschäft von einer Gemeinde nie einseitig vorgenommen und berichtigt werden, wornach sich der Feldmesser ein- für allemal zu richten, und solche einseitige Anträge von sich abzulehnen hat. Nur durch gerichtliche Besichtigung und Grenzbeziehungen, können dergleichen Gegenstände untersucht und zur ferneren Berichtigung entschieden werden, weshalb denn auch gerichtliche Verfügungen an den Feldmesser ausgestellt werden müssen.

§. 327.

Sind zwei oder mehrere Gemeinden, unter Autorisation ihrer gerichtlichen Behörde, mit einander einverstanden,

verloren gegangene Trift- oder Territorial-Grenzsteine, auch wohl die ganze Territorial-Grenze (wozu aber der Geometer ebenfalls gerichtlich autorisirt sein muß) zu berichtigen, so müssen unter die gemeinschaftlichen Steine auch von jeder Grenz-Gemeinde die dazu bestimmten Marken als Urkunden gelegt werden.

Ferner müssen dergleichen Grenzsteine von ziemlicher Größe, egal behauen, und auf den Grenzseiten mit dem Zeichen der betreffenden Gemeinde, mit der Jahreszahl, und überhaupt mit einem horizontalen Kopfe versehen sein, auf welchem der Winkel, nach der Richtung von einem Steine zum andern eingehauen und dann mit schwarzer Oelfarbe bezeichnet sein muß. Alle diese Gegenstände werden in das Grenzprotocoll genau eingetragen, sowie die Distanzen von einem Steine zum andern, und die gefundenen Winkel nach Graden. Bei Hauptgrenzen sind auch jedem Grenzsteine zwei Sichersteine in einer Entfernung von 4—5 Fuß links und rechts beizusetzen, und ihre Entfernung vom Grenzsteine ebenfalls im Protocolle zu vermerken.

Namensteine müssen allemal, wenigstens 1° lang vom Wege, Anger rc. in das Ackerstück hineingesetzt werden, damit sie nicht mit den wirklichen Grenz- oder Flursteinen in Verwirrung gerathen.

§. 328.

Um allen obwaltenden Mißhelligkeiten vorzubeugen, können verschiedene Grenzen, als: Triften und Wege, Triften und Gartenzäune, oder Aecker und Zäune, nie mit einander verbunden werden.

Jede Grenze von verschiedener Art muß, für sich allein betrachtet, angenommen, und im Flur- oder Versteinigungsbuche, oder in einem besonderen Grenz-Protocolle beschrieben werden.

Gedruckt bei Ludwig Schellenberg in Erfurt.

Fig. 1.

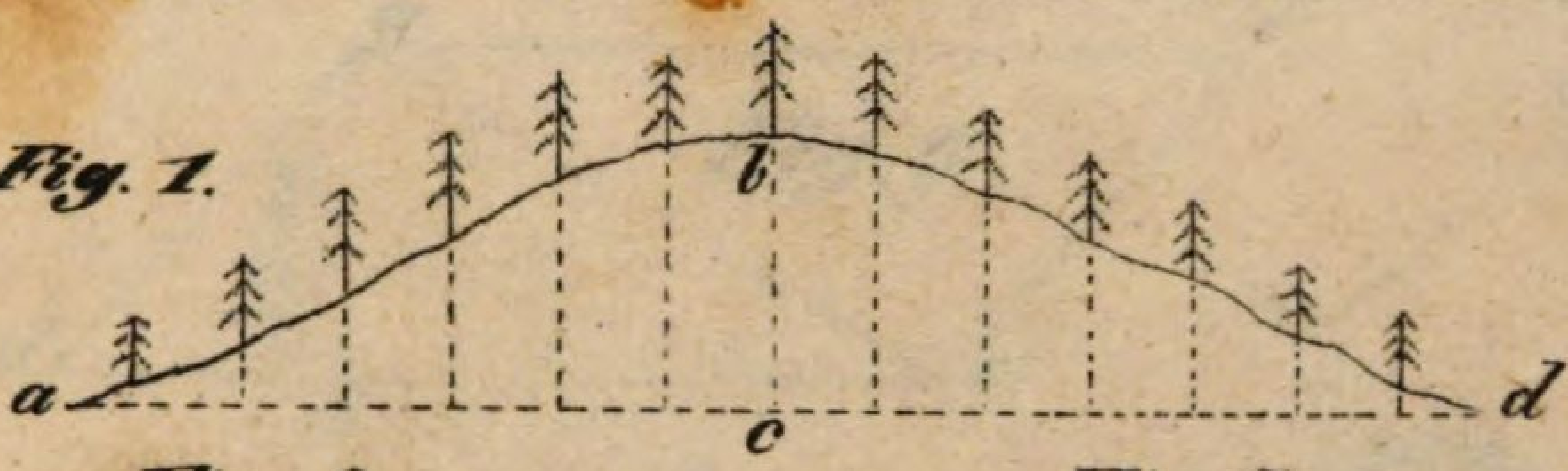


Fig. 2.

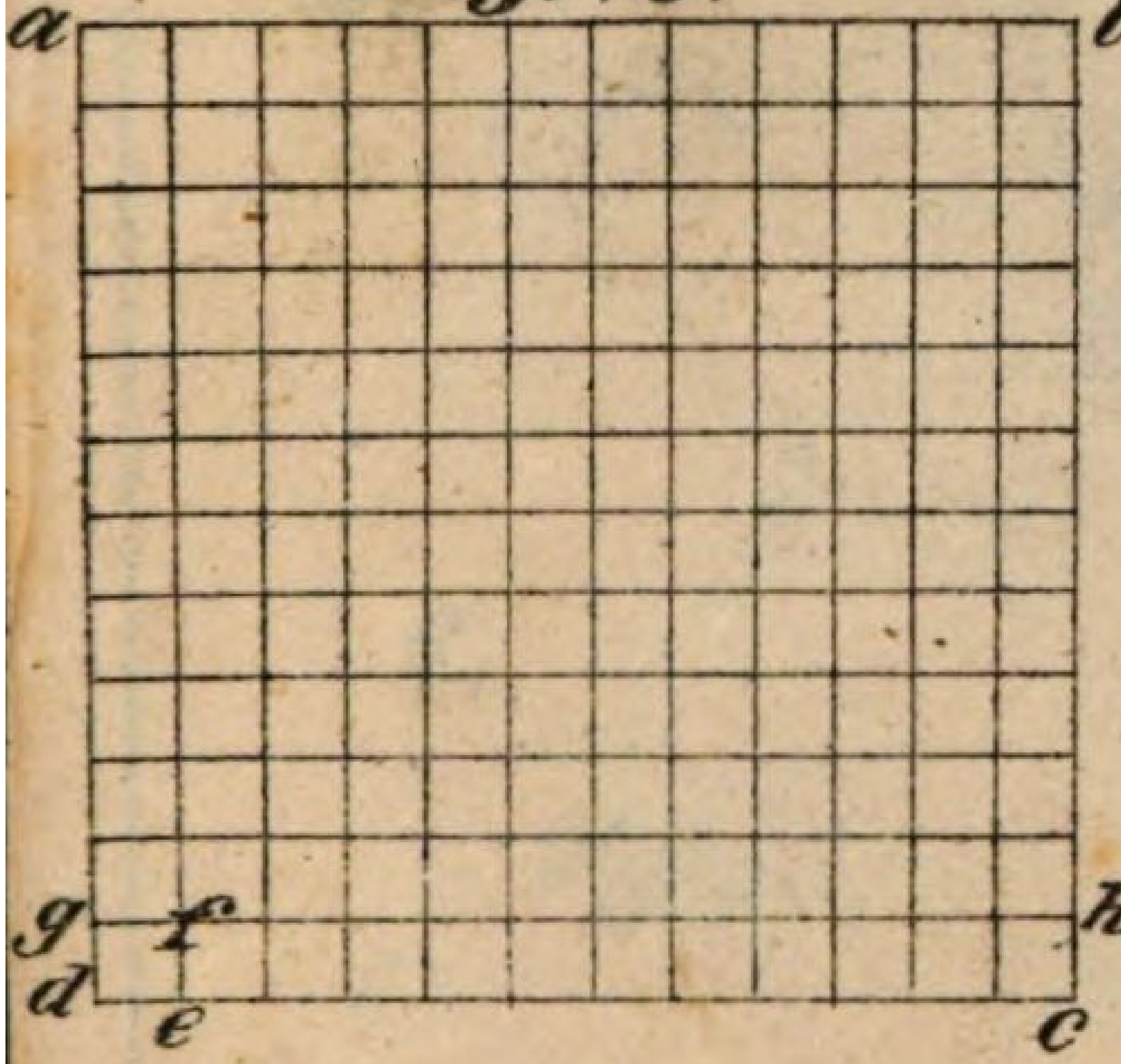


Fig. 3.

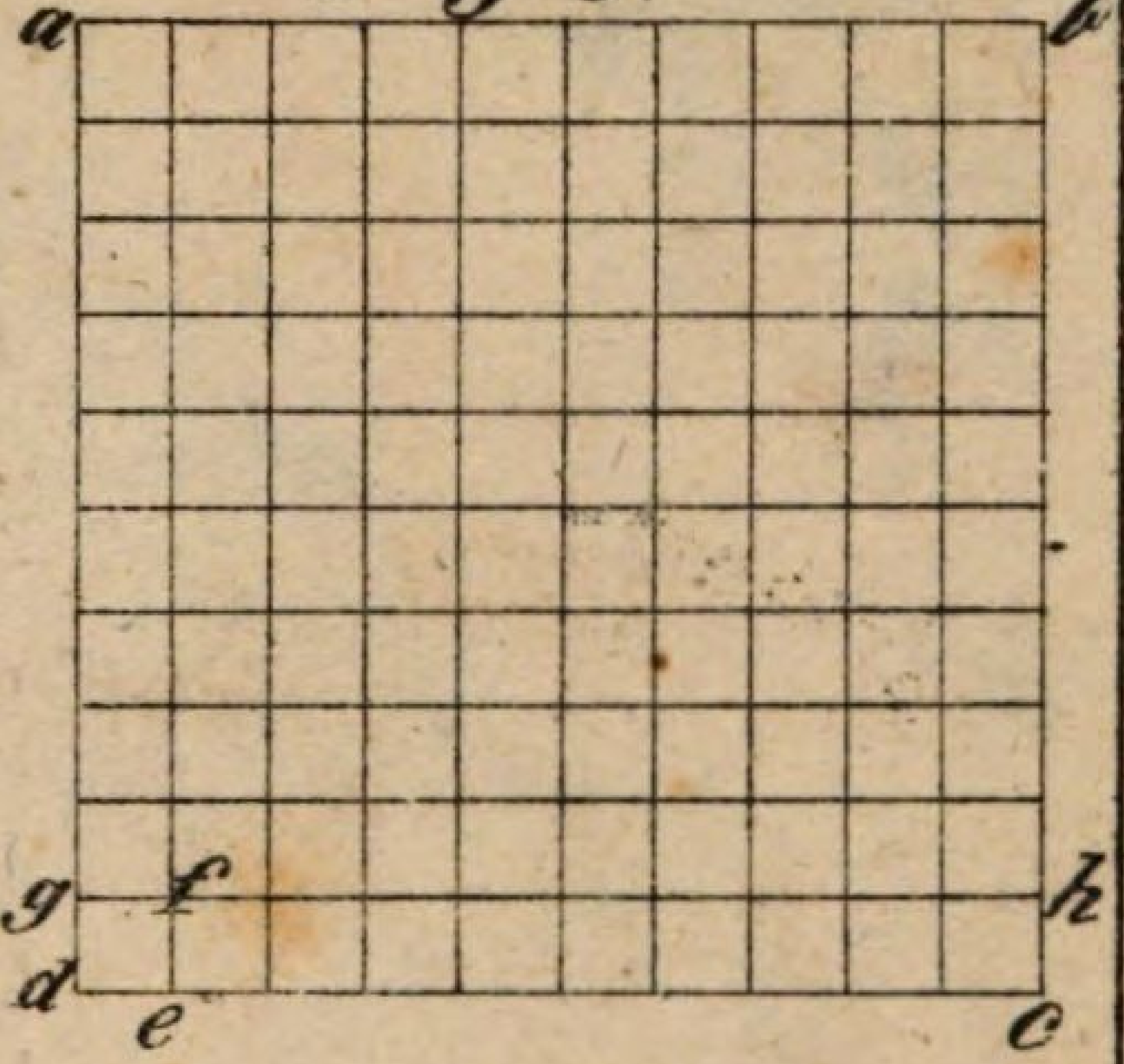


Fig. 4. a

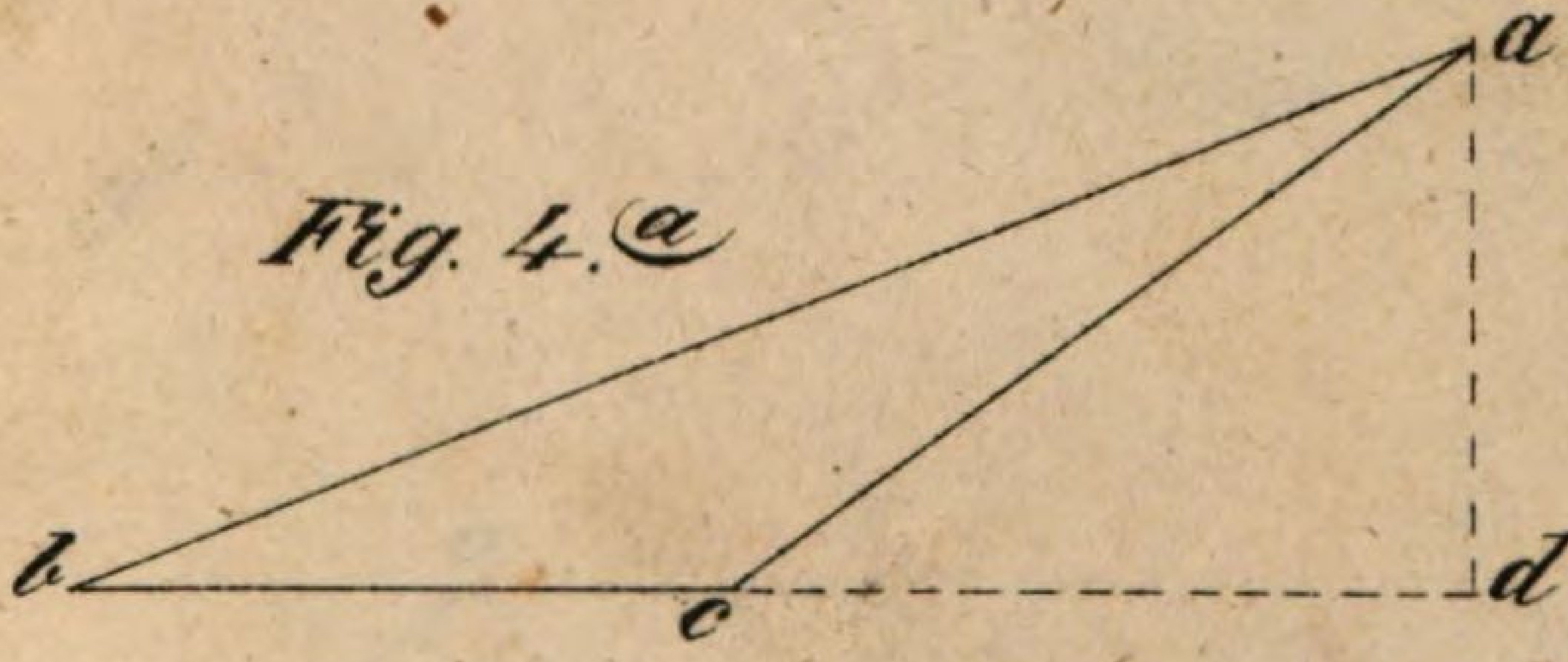


Fig 5.

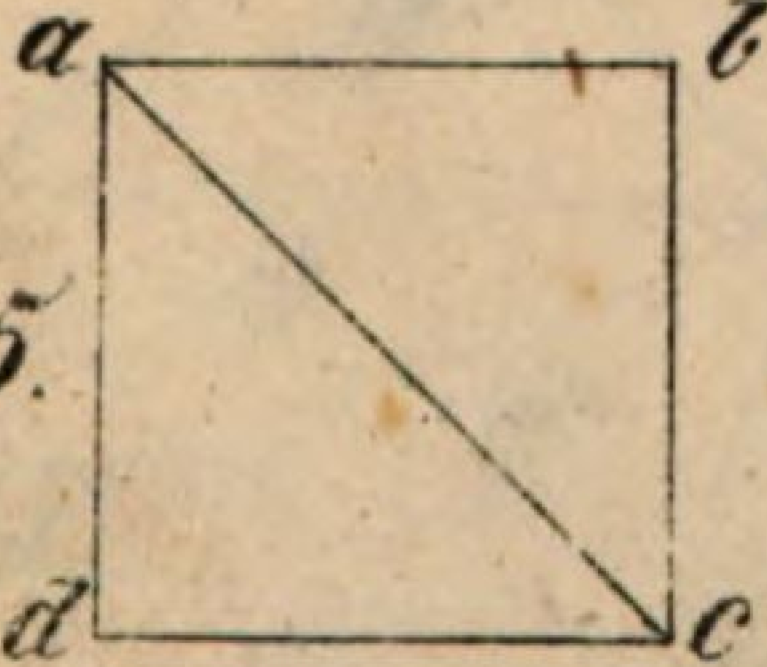


Fig. 6.

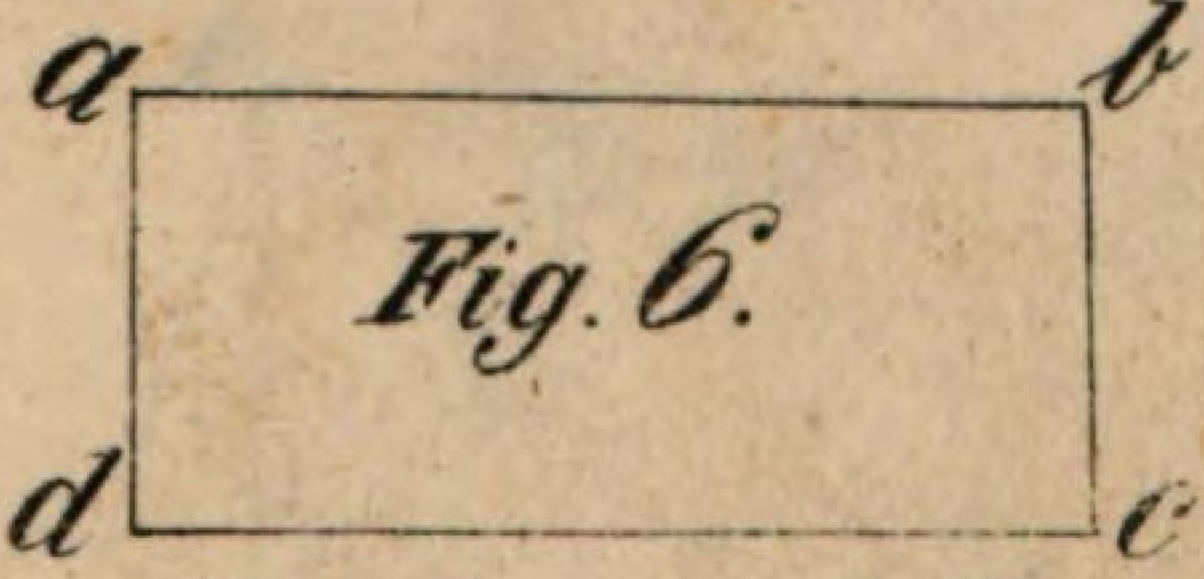


Fig. 4.

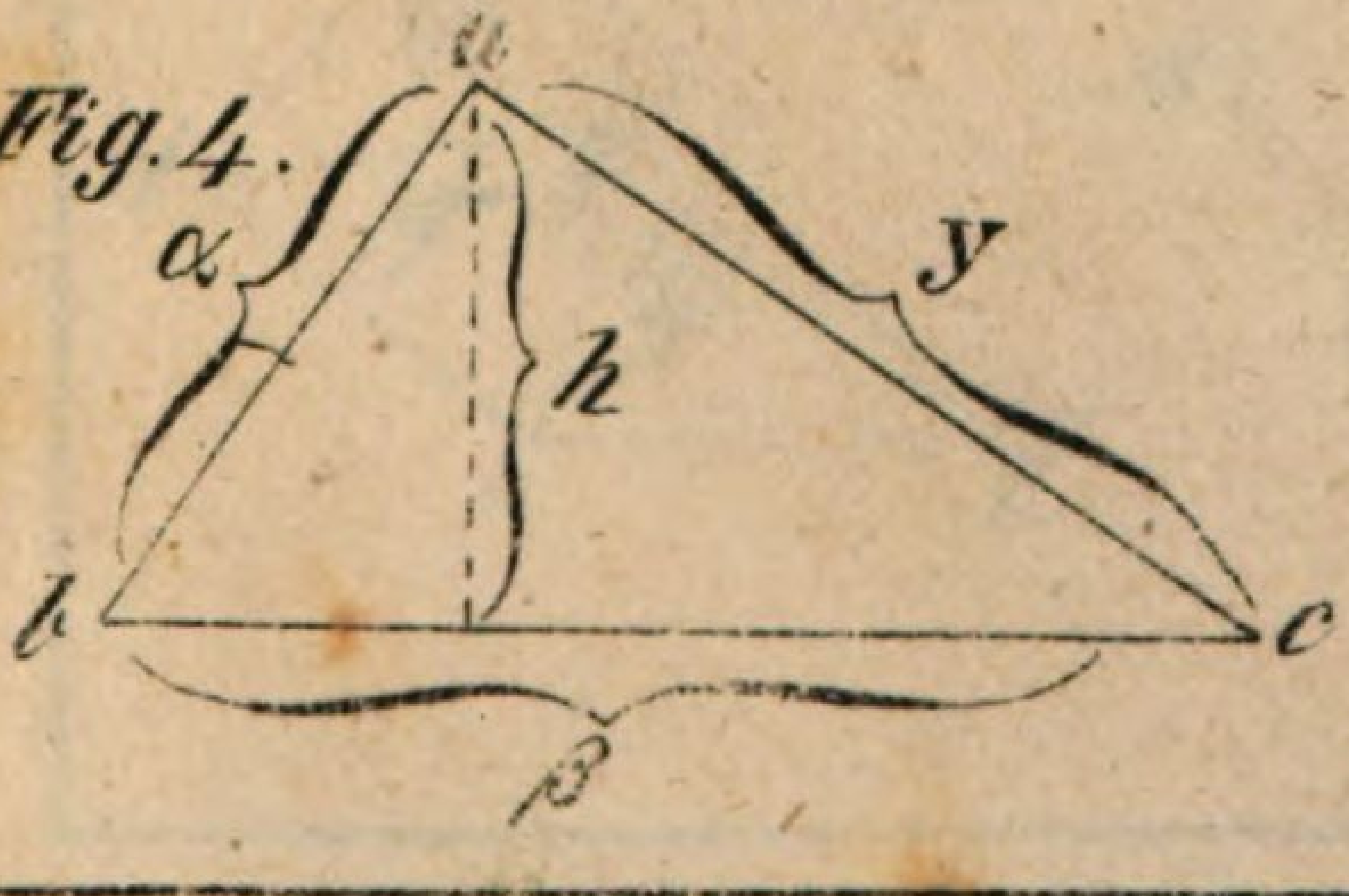
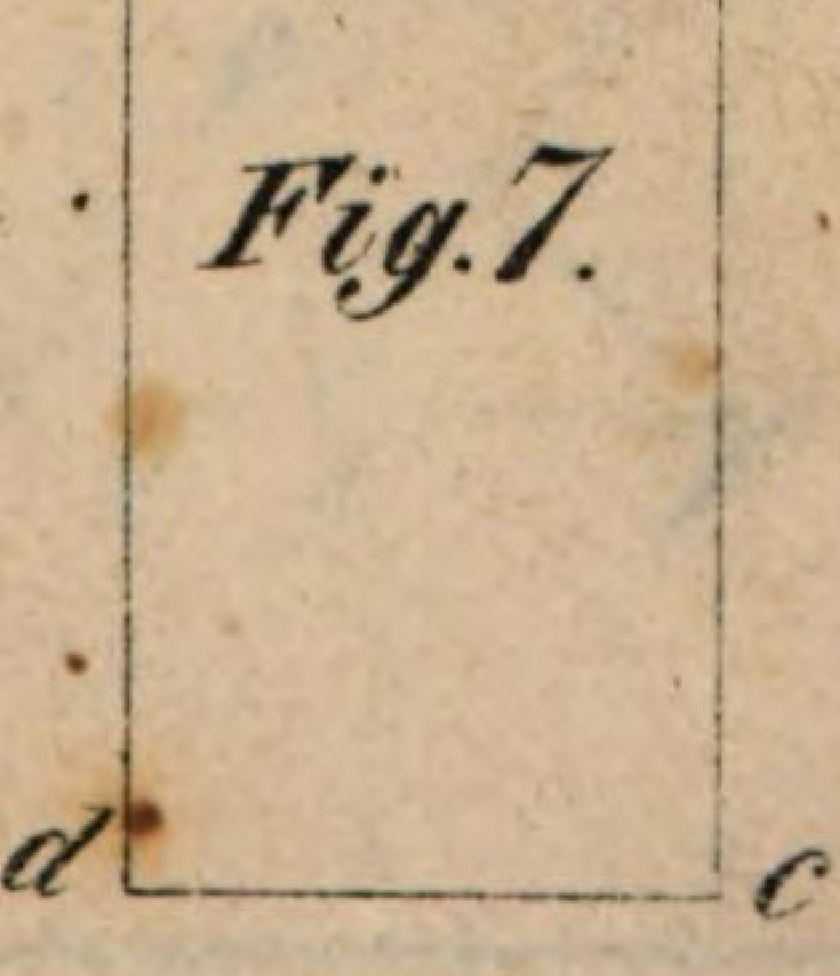


Fig. 7.



II.




Fig. 15.

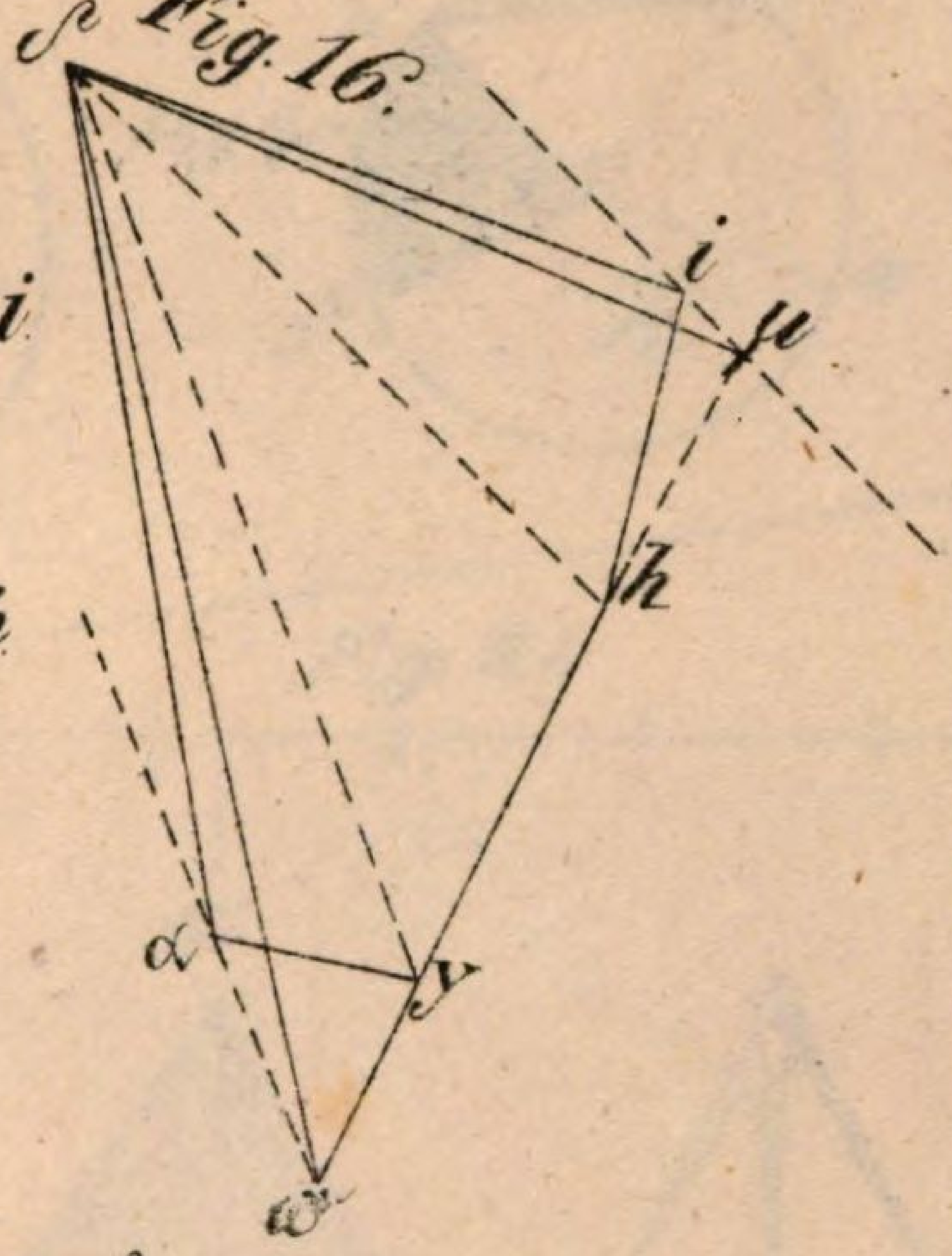


Fig. 16.

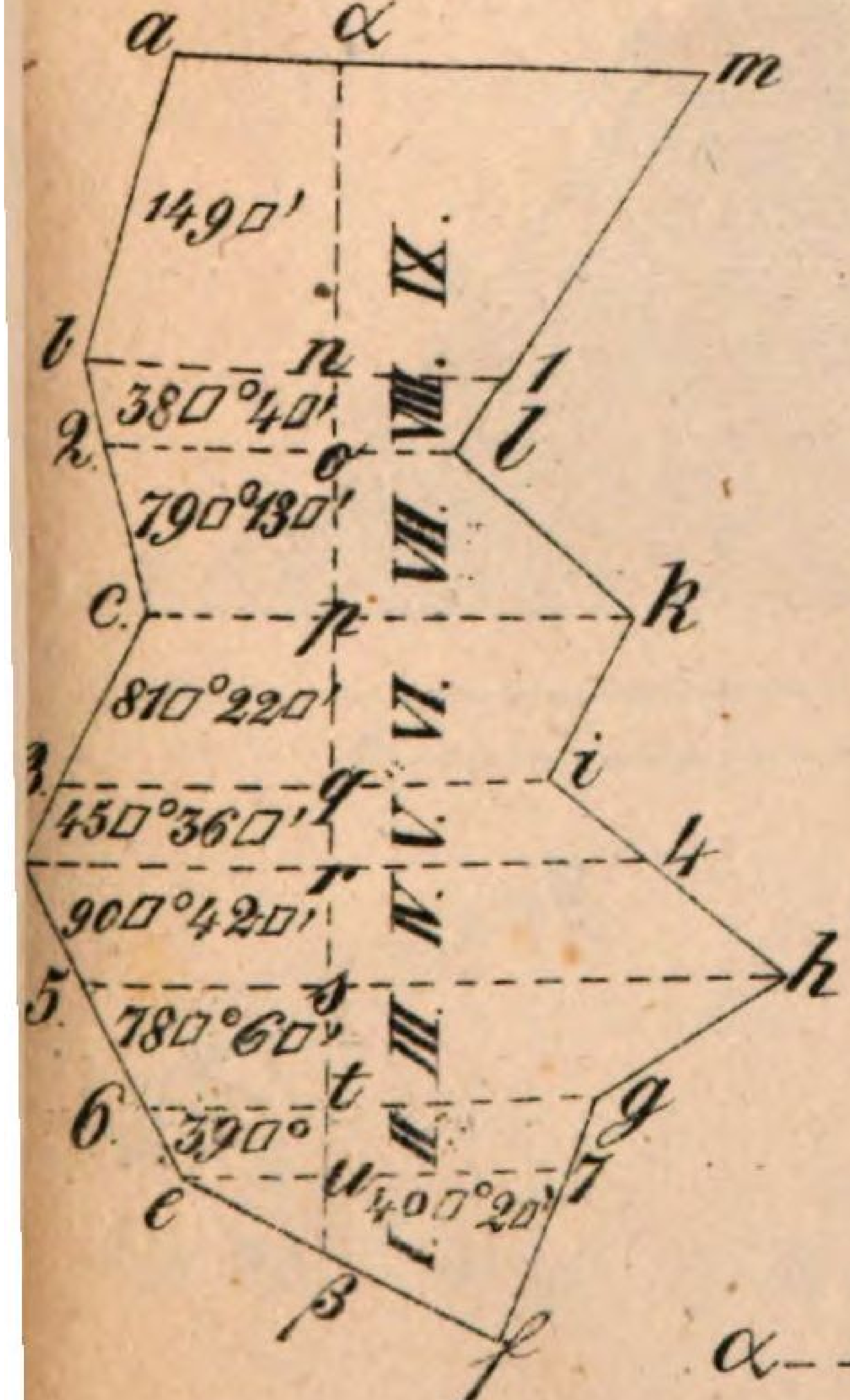


Fig. 18.

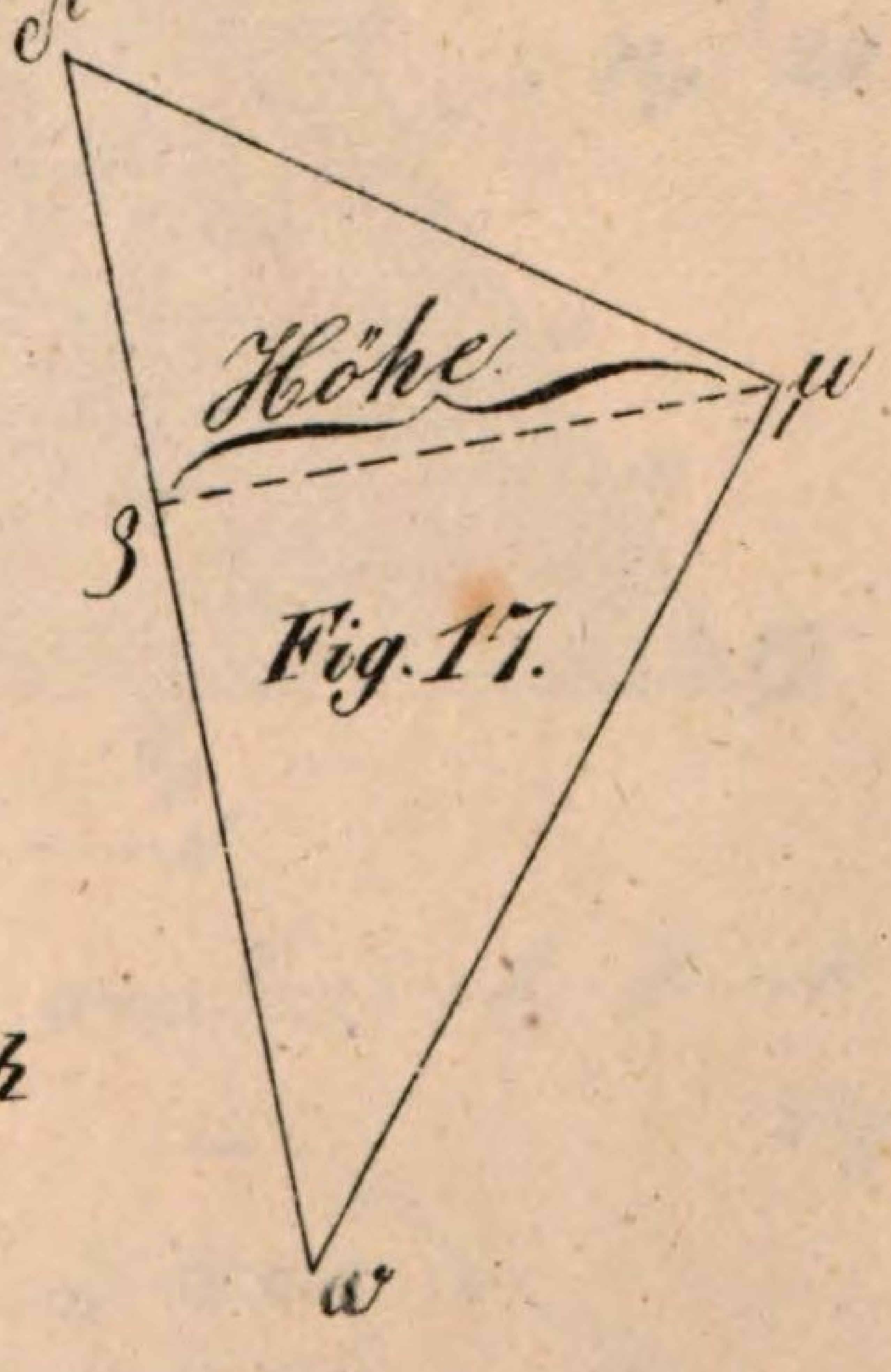


Fig. 17.

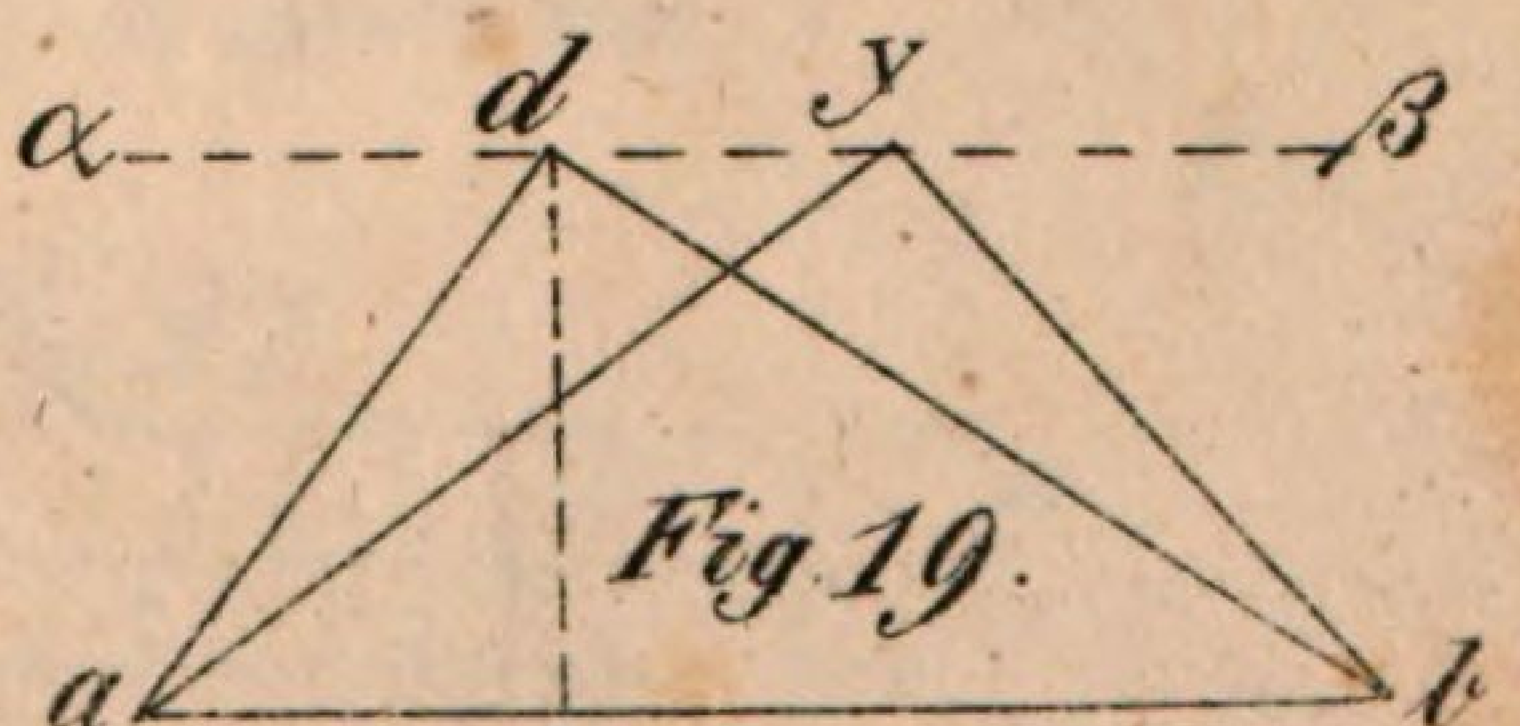


Fig. 19.

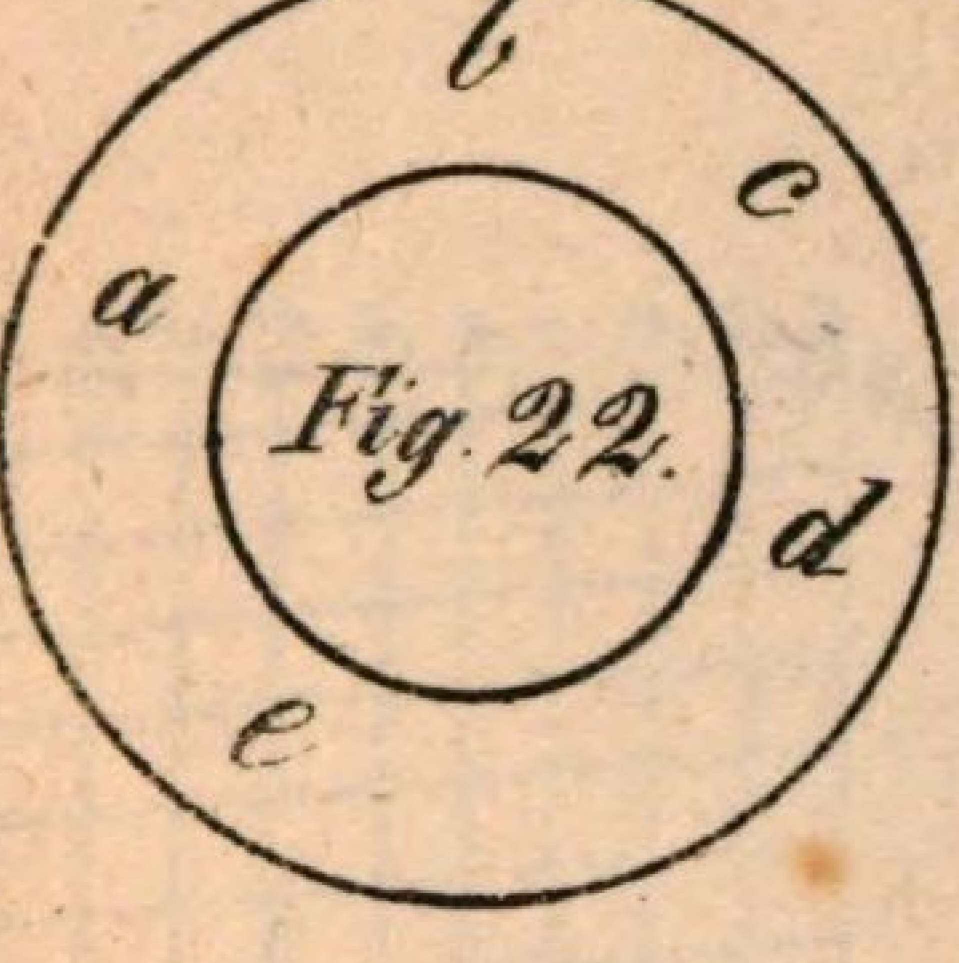
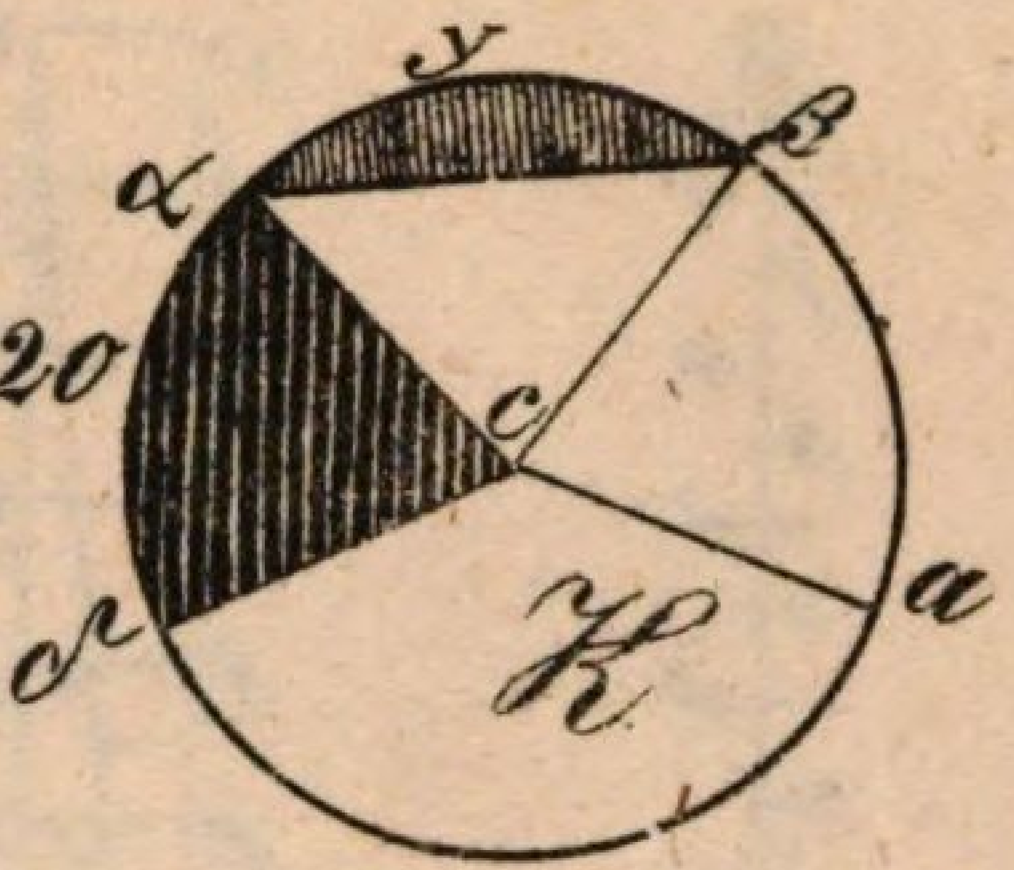


Fig. 22.

Fig. 20


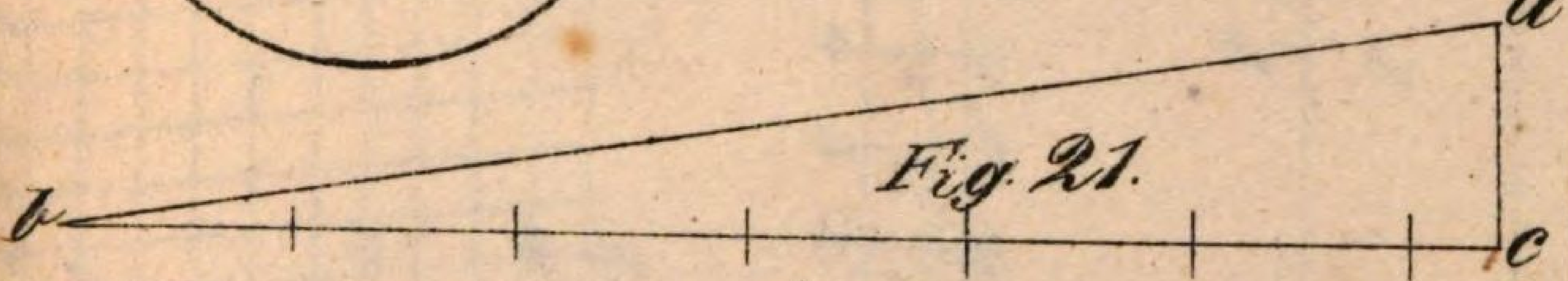


Fig. 21.

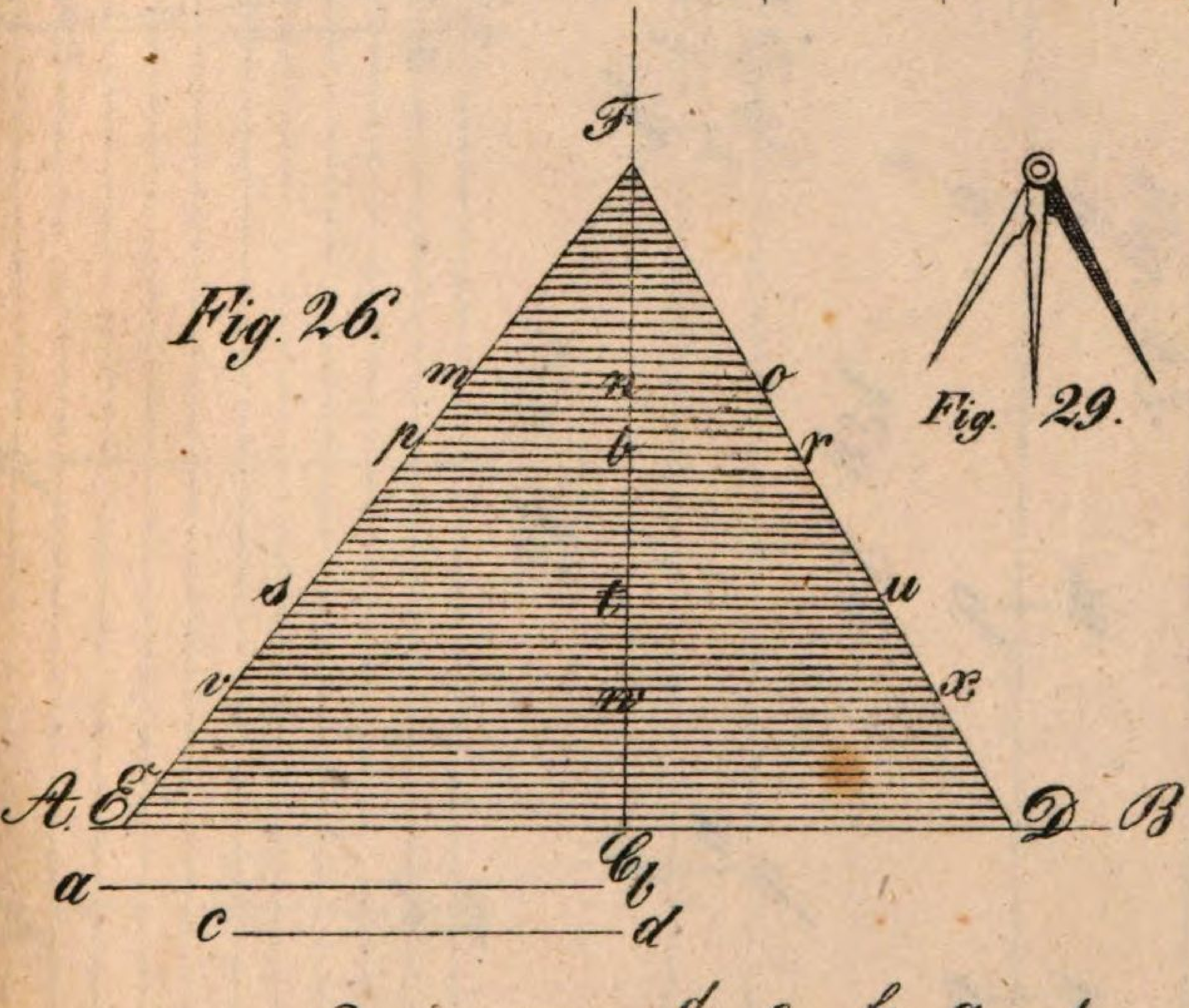
Fig. 26.


Fig. 29.

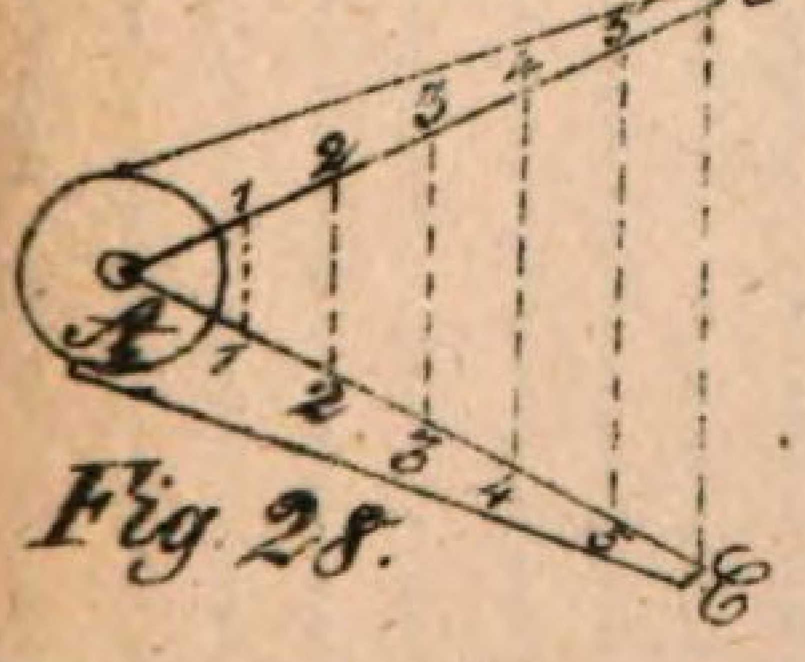


Fig. 28.

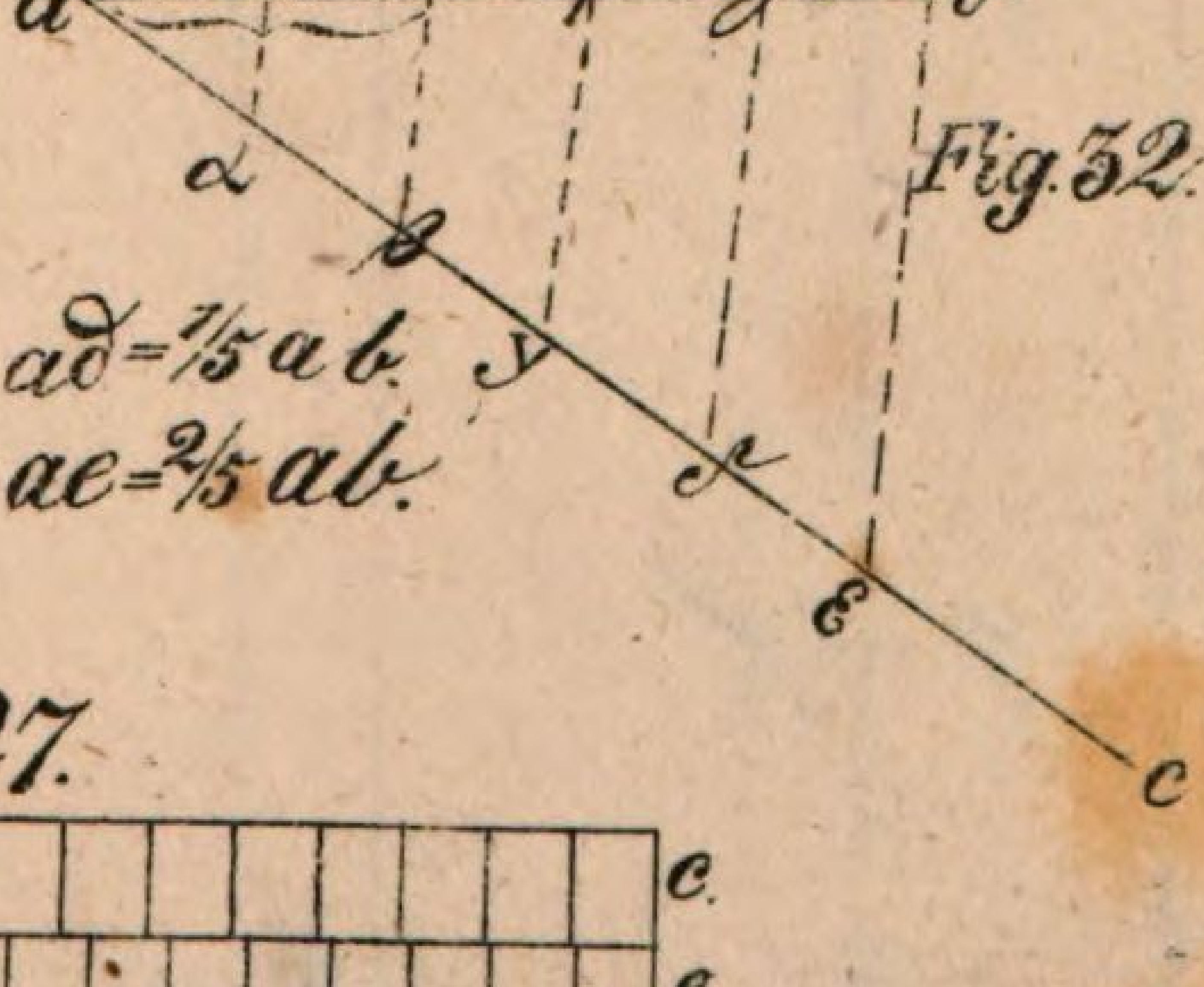
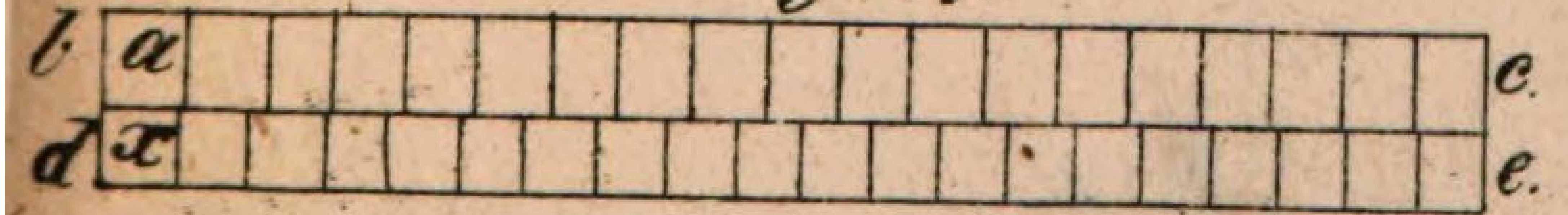


Fig. 32.

ad = 1/5 a b.
u. ae = 2/5 ab.

Fig 27.


V.

Fig. 23.

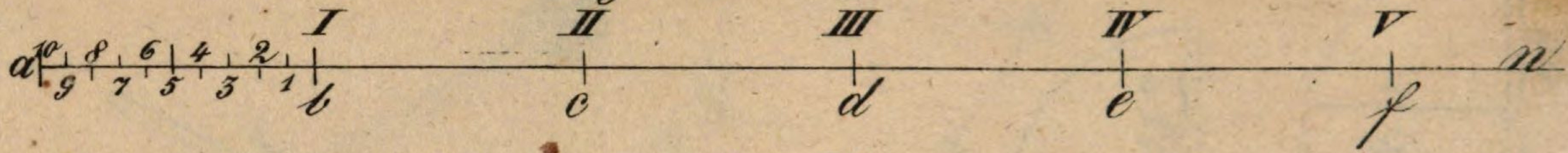


Fig. 24.

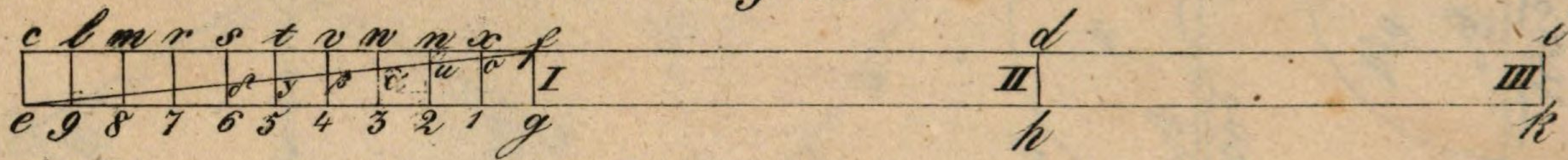


Fig. 25.

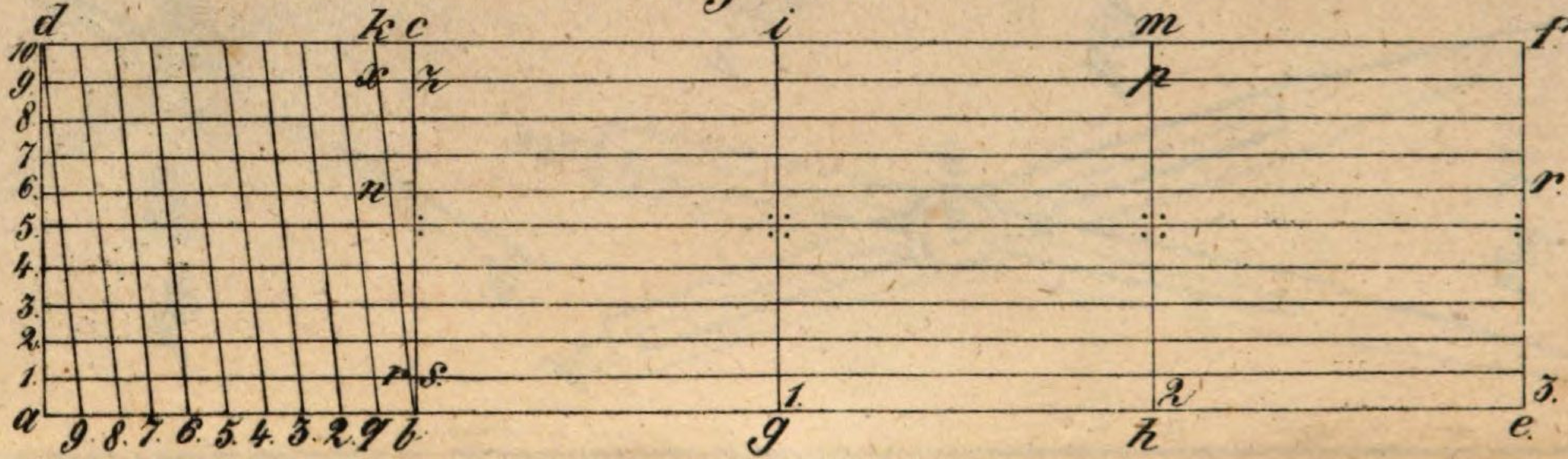
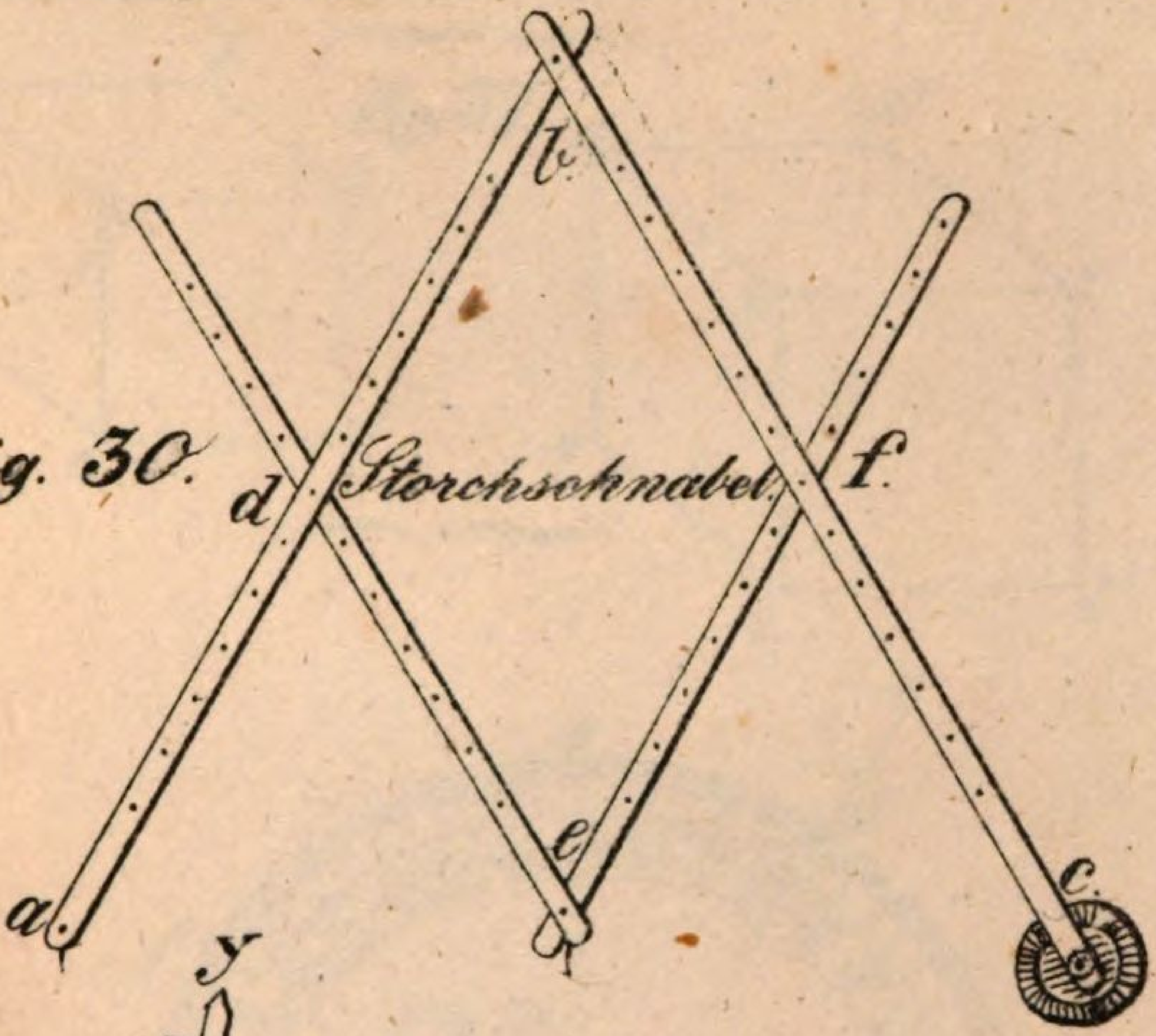


Fig. 30.



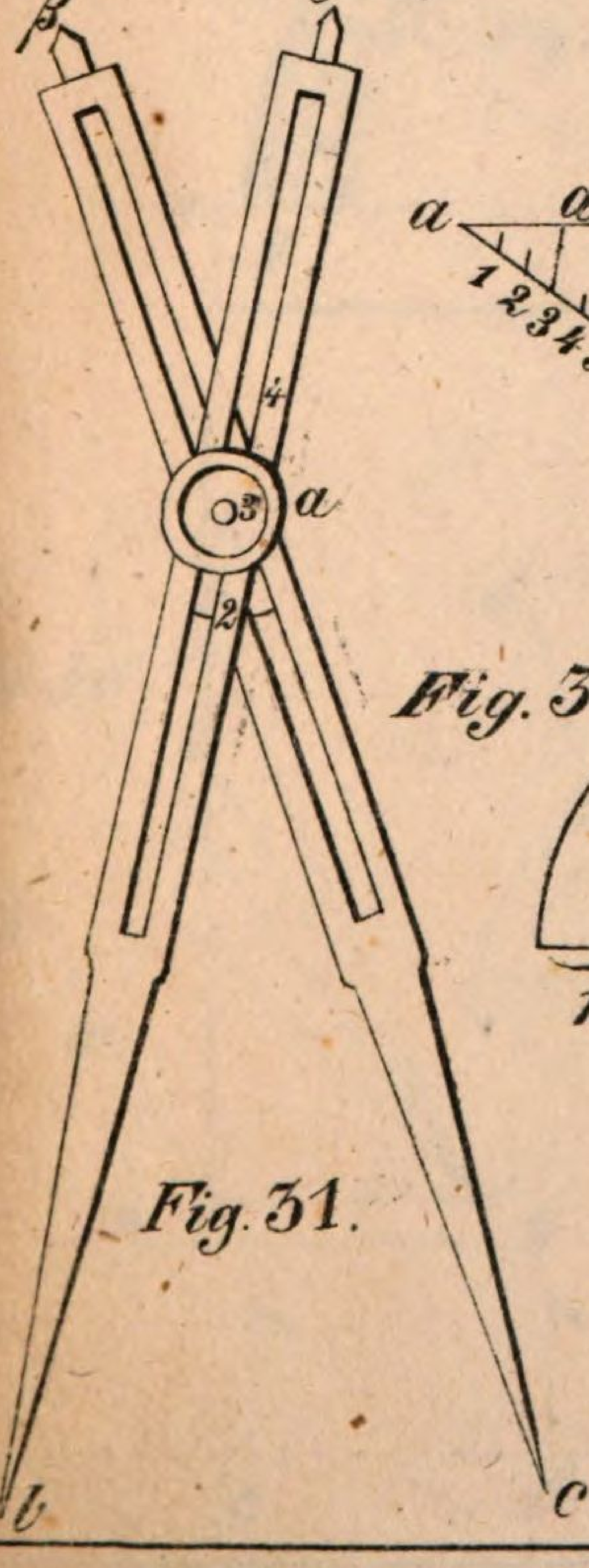


Fig. 31.

Fig. 33.

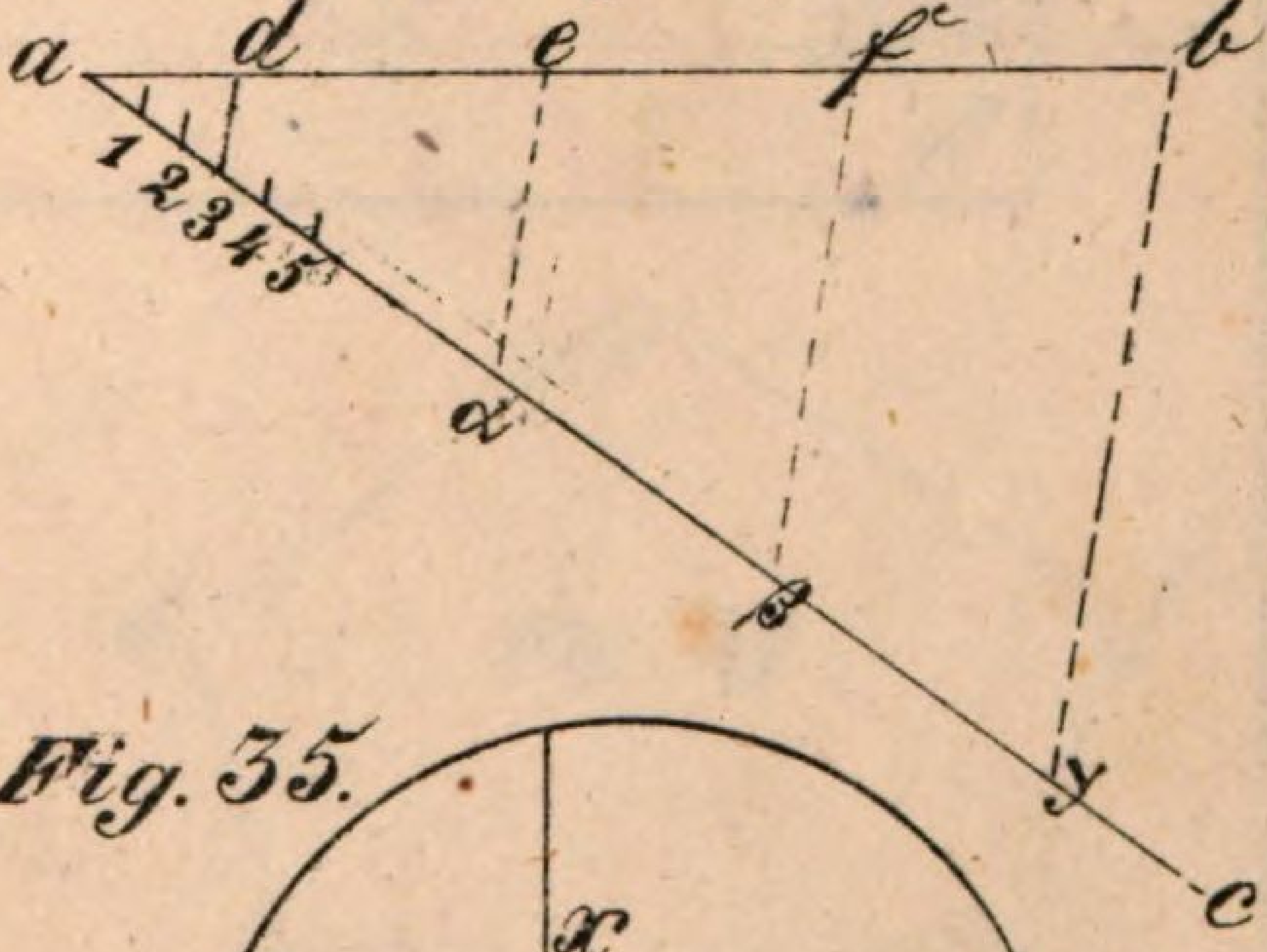


Fig. 35.

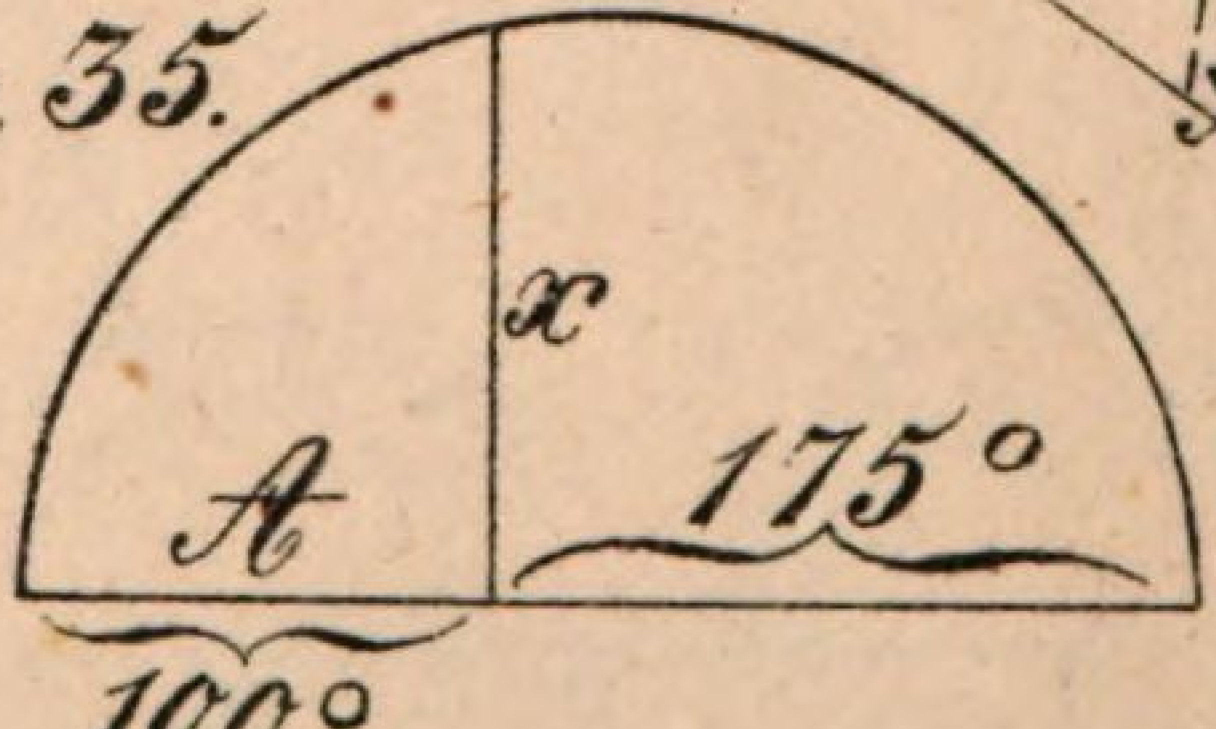
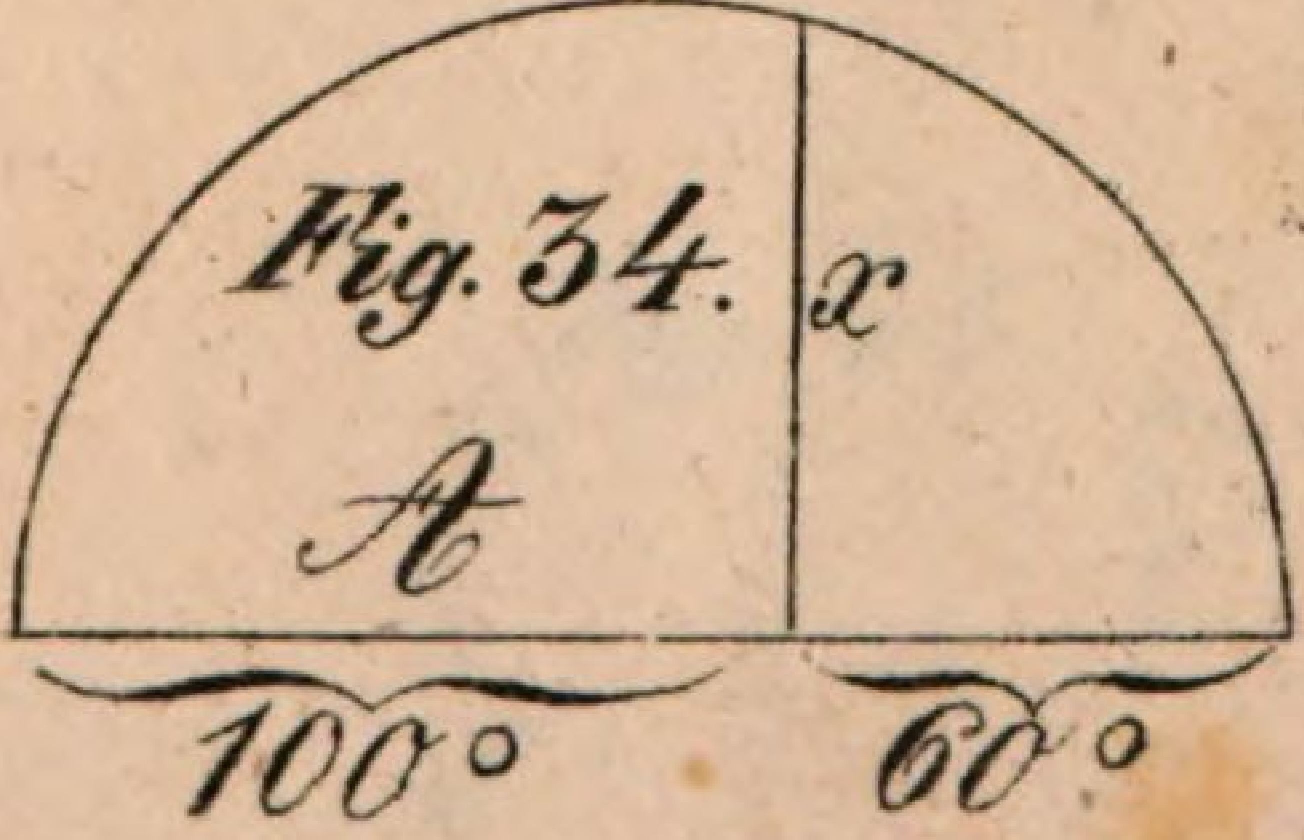


Fig. 34.



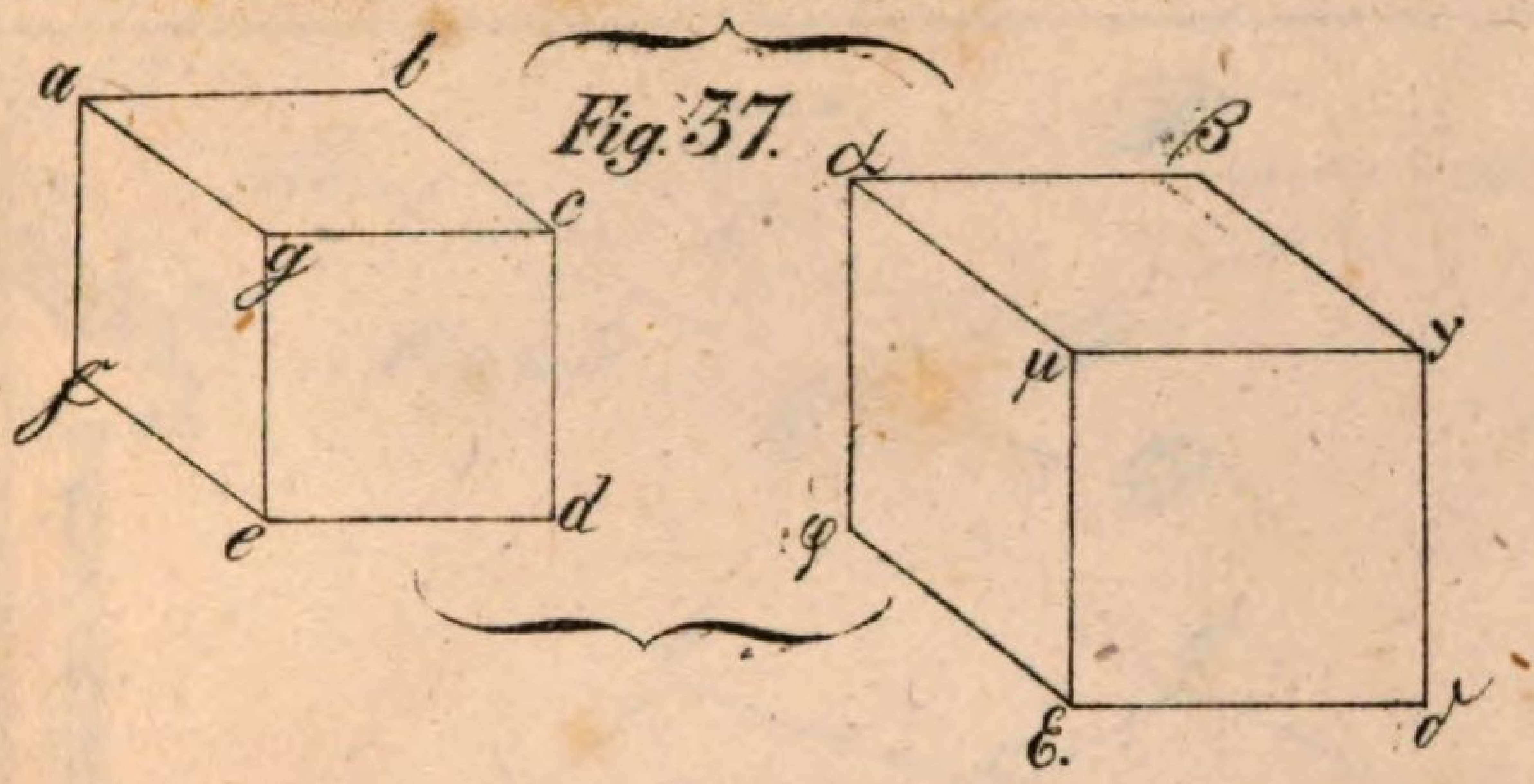


Fig. 37.

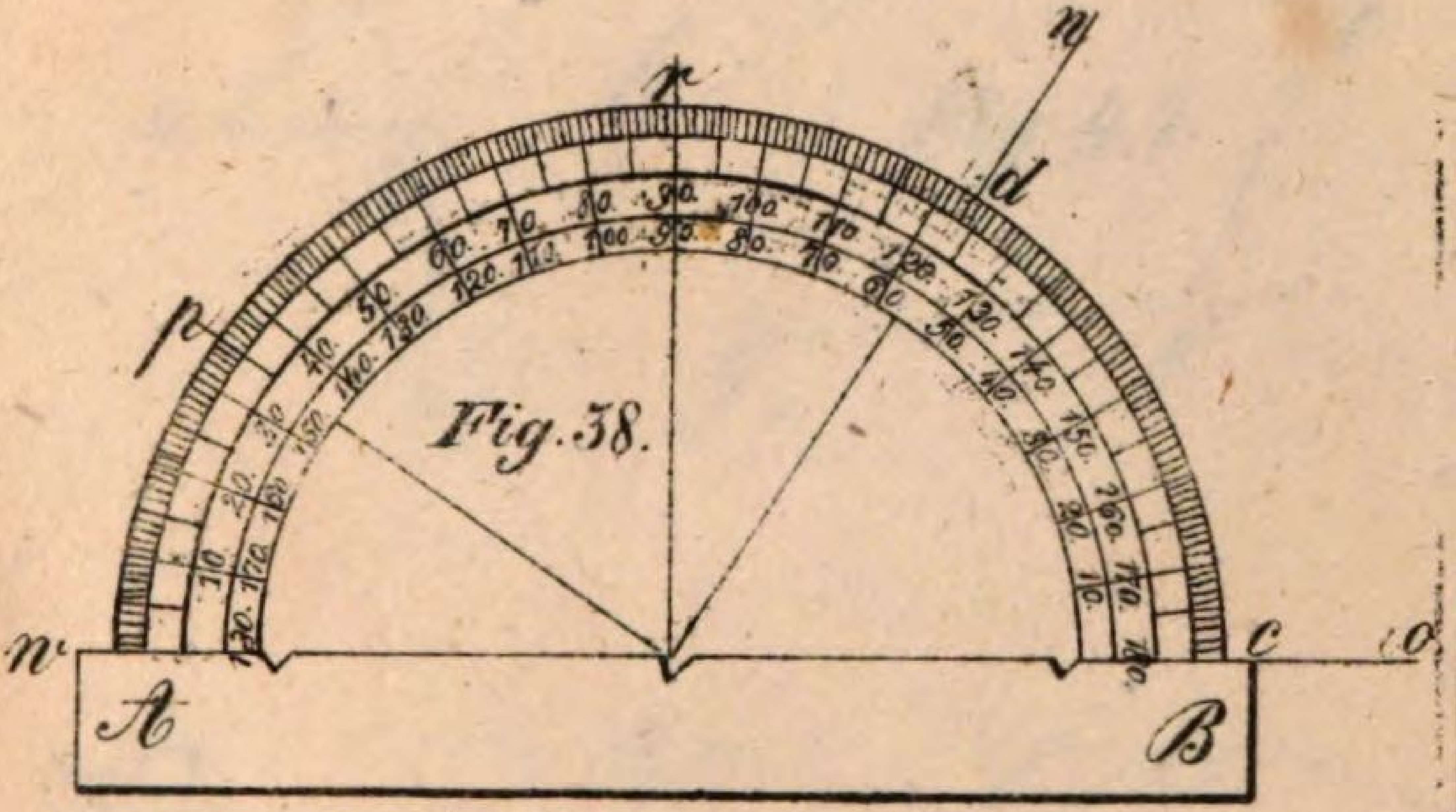


Fig. 38.

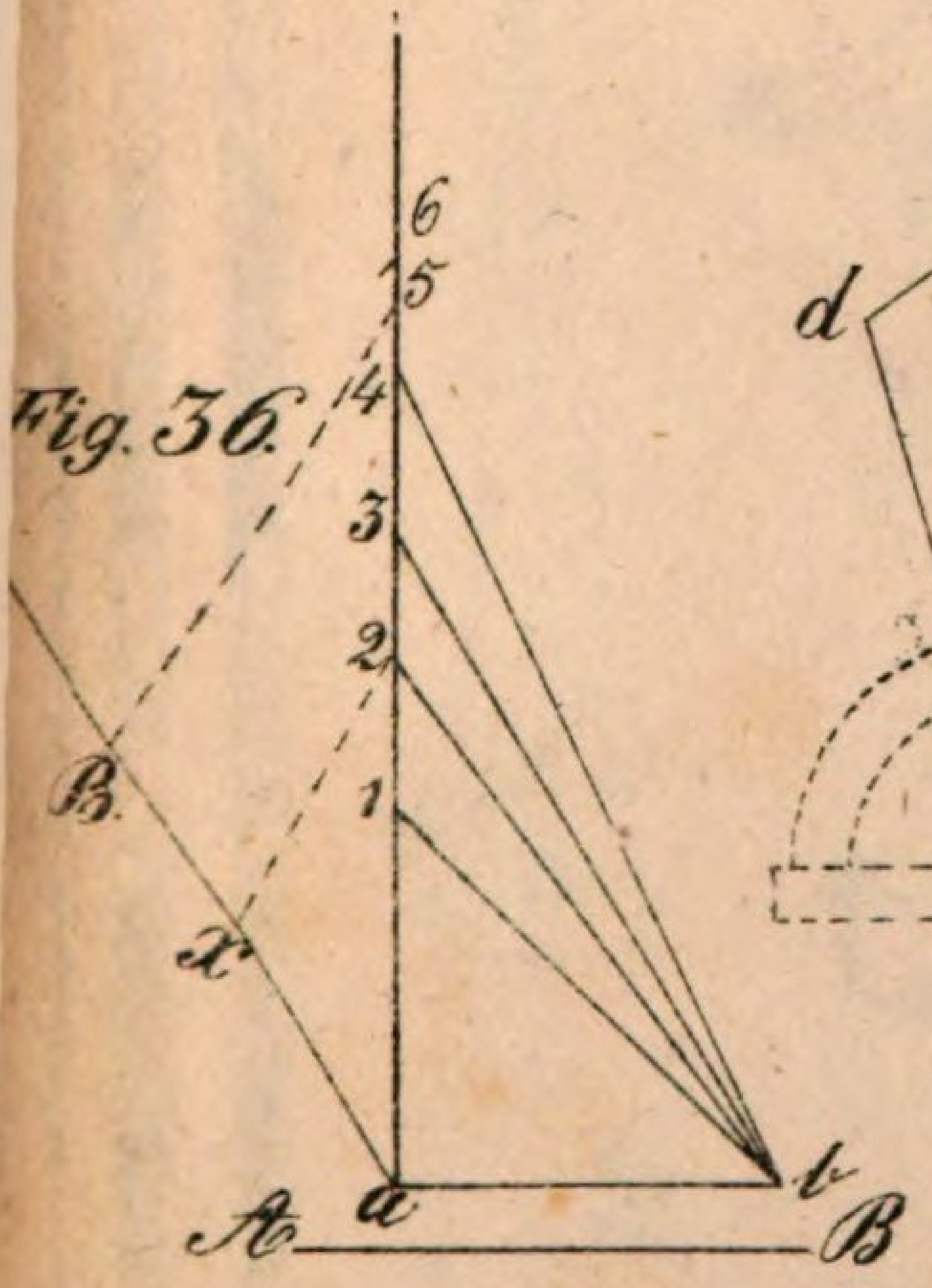


Fig. 36.

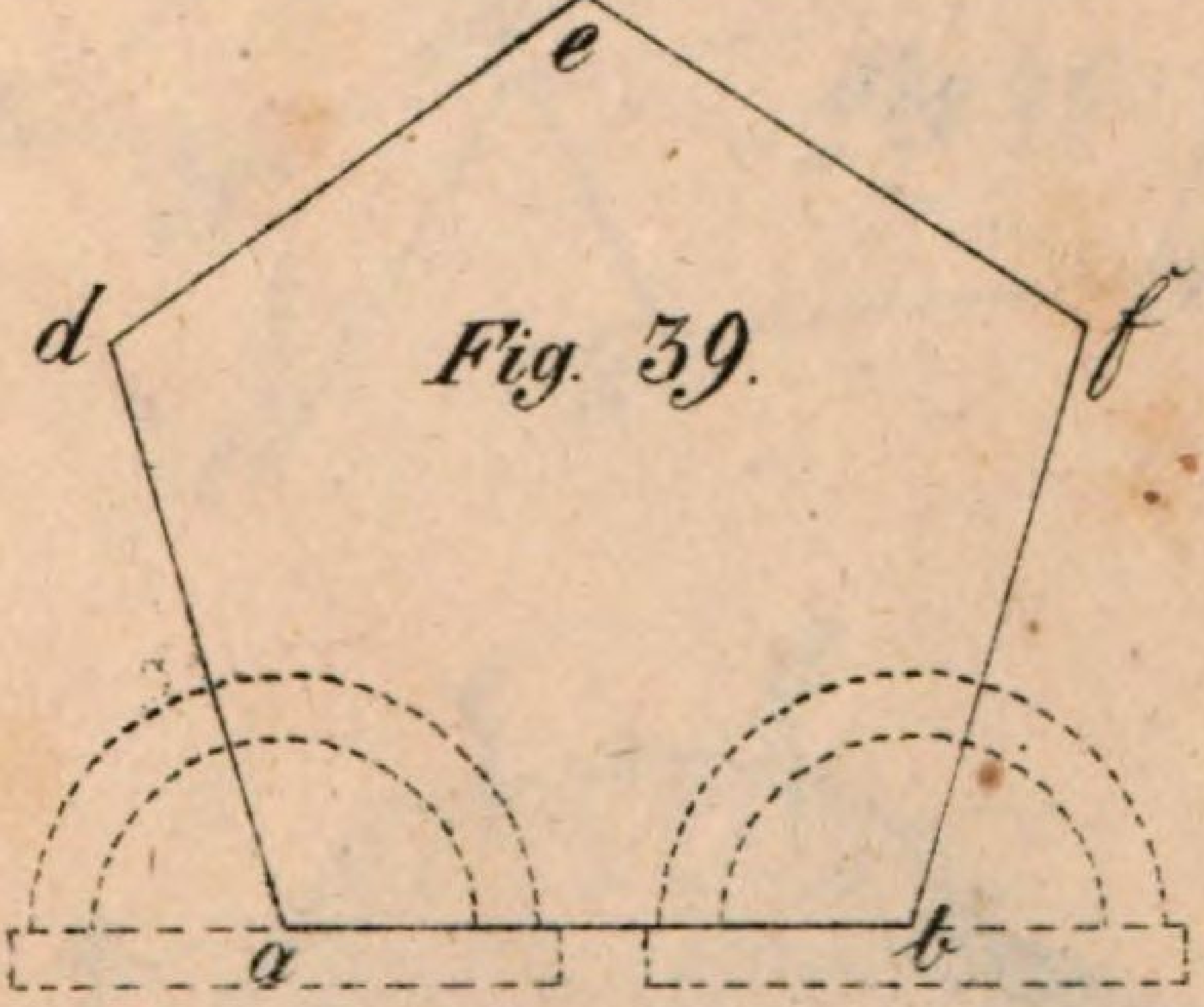


Fig. 39.

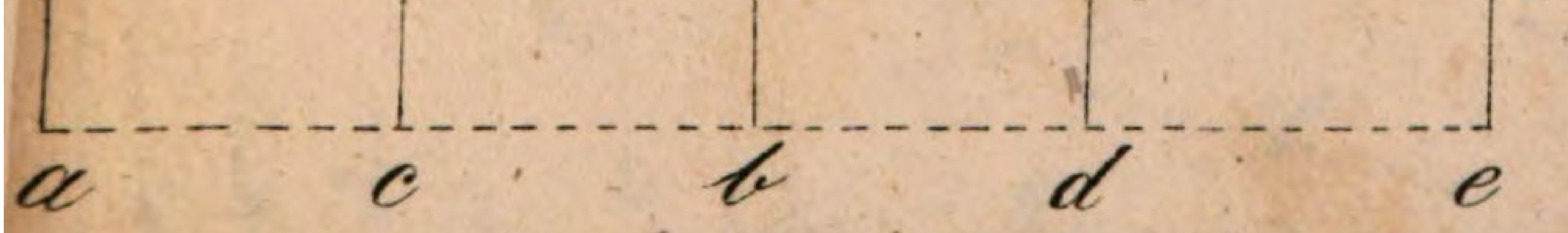





Fig. 44.


Fig. 43.
Fig. 42.
Fig. 45.
A
C''
D''
B
C'
D'
C
D
Fig. 41.
a b c d e f g h i k
Fig. 40.
A B C D E F G H I K
B
A
Fig. 46.
b C a
Fig. 47.
a b c d e f g h i l


Fig. 48.
A
B
C
D
E
b
c
d
β
γ
δ
Fig. 57.
b
Fig. 50.
A
B
C
D
E
F
H.
h
c
d
α
β
γ
δ
Fig. 51.
A
B
C
D
E
F
T.
i
k
a
Fig. 52.
b
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 49.

X.


Fig. 60.
a. c. d. e. f. g. h. i. b
Fig. 64.
Fig. 63.
Terrain
Fig. 59.
Fig. 58.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 65.

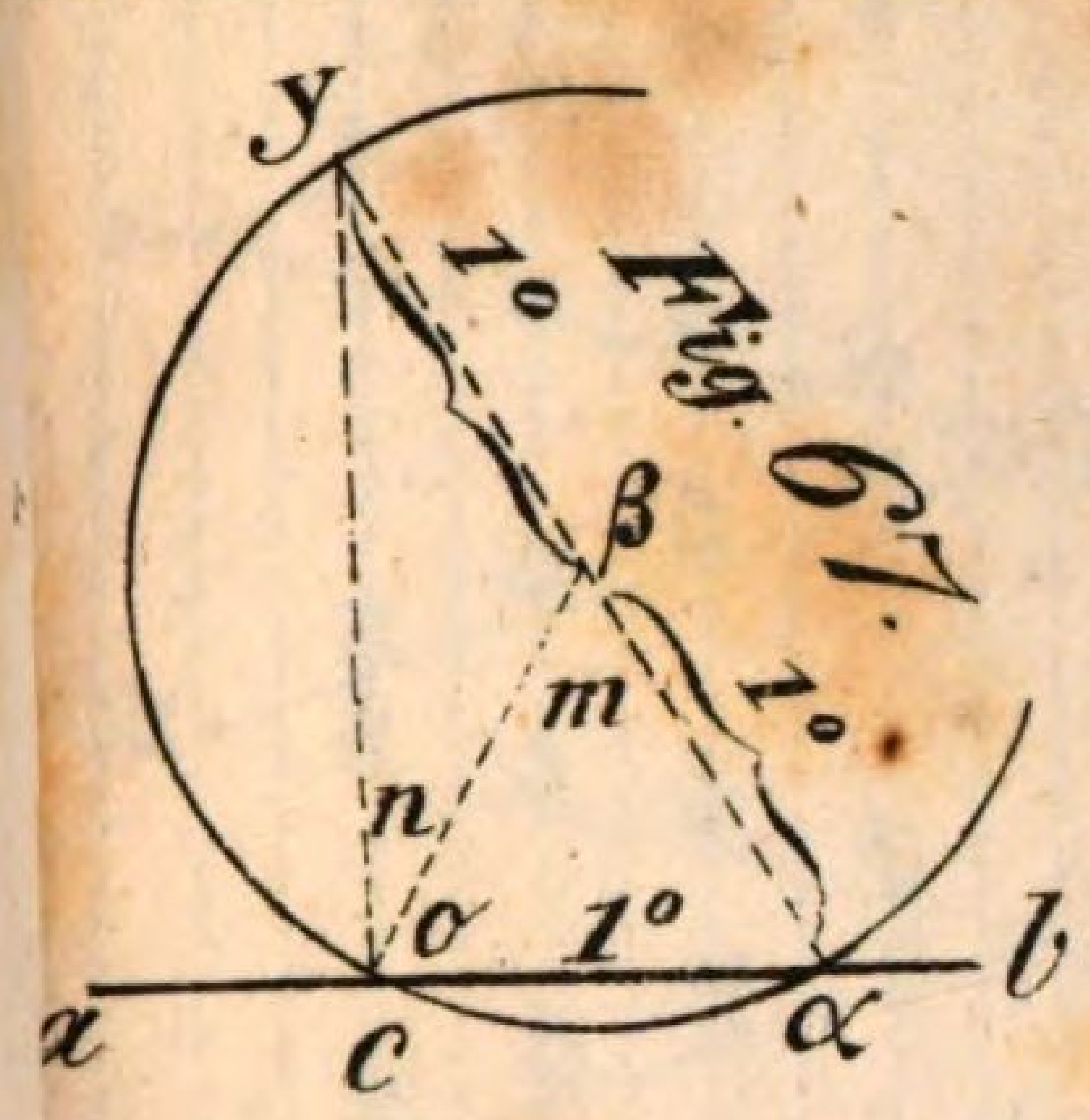


Fig. 67.

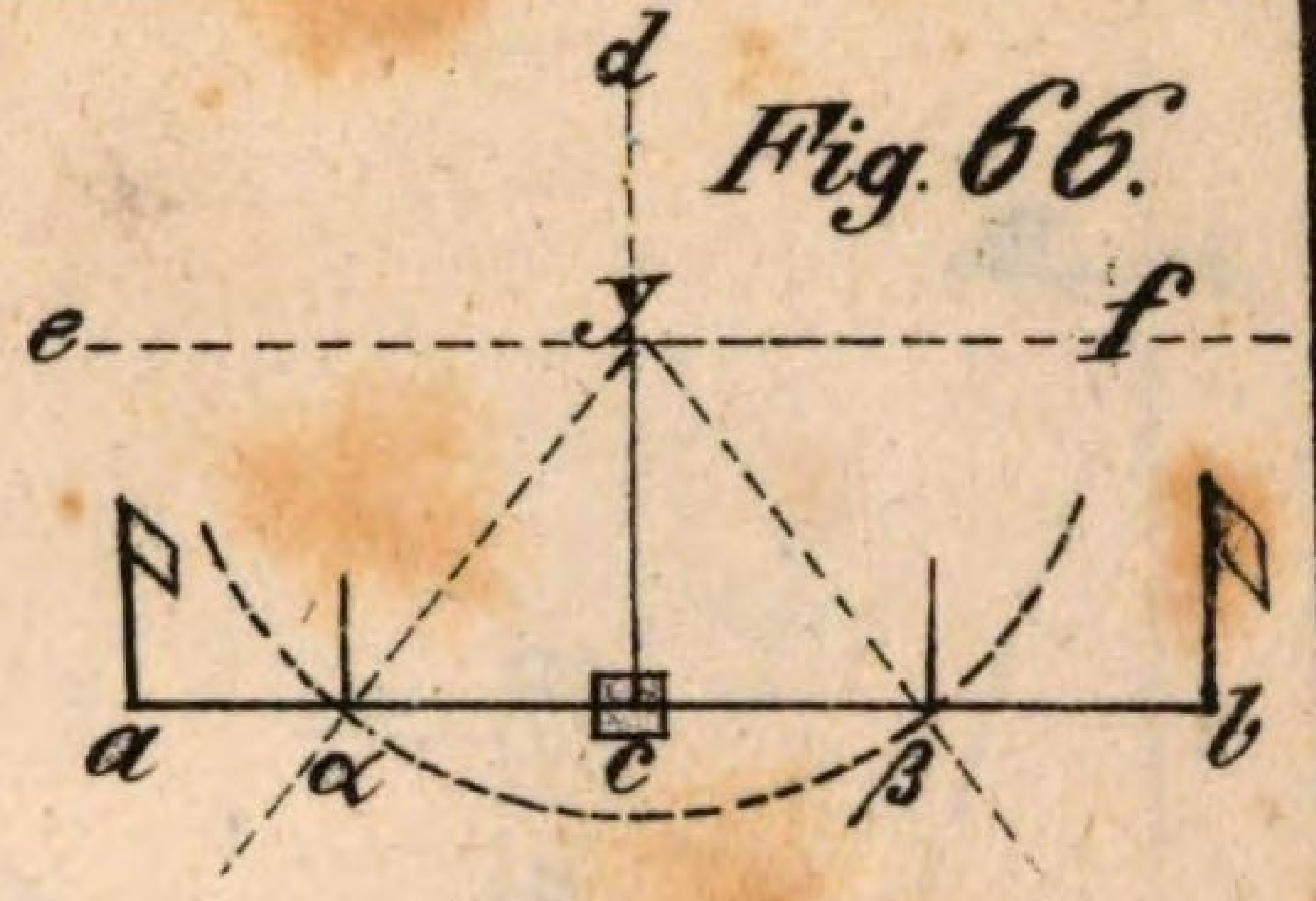


Fig. 66.

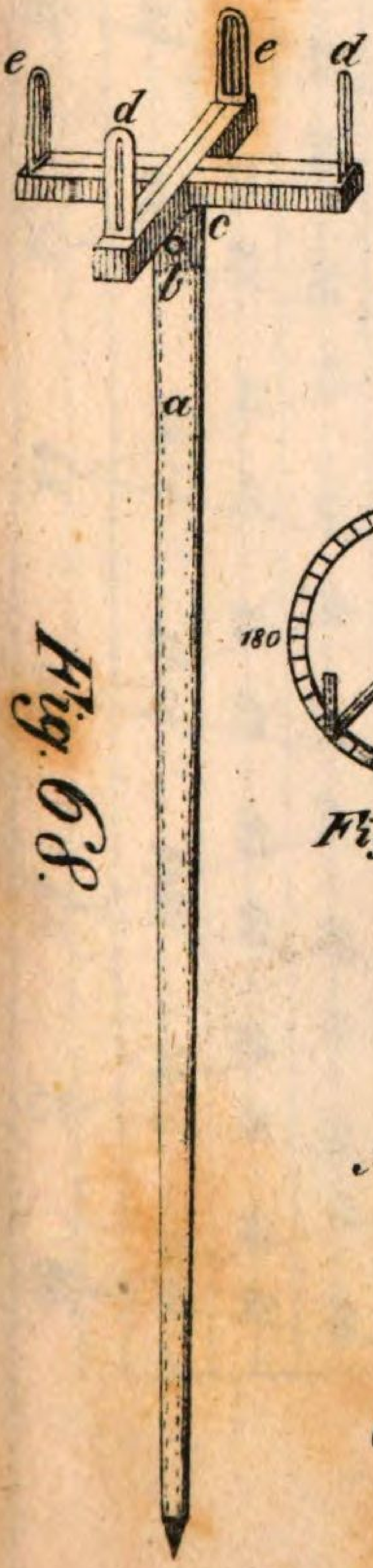


Fig. 68.

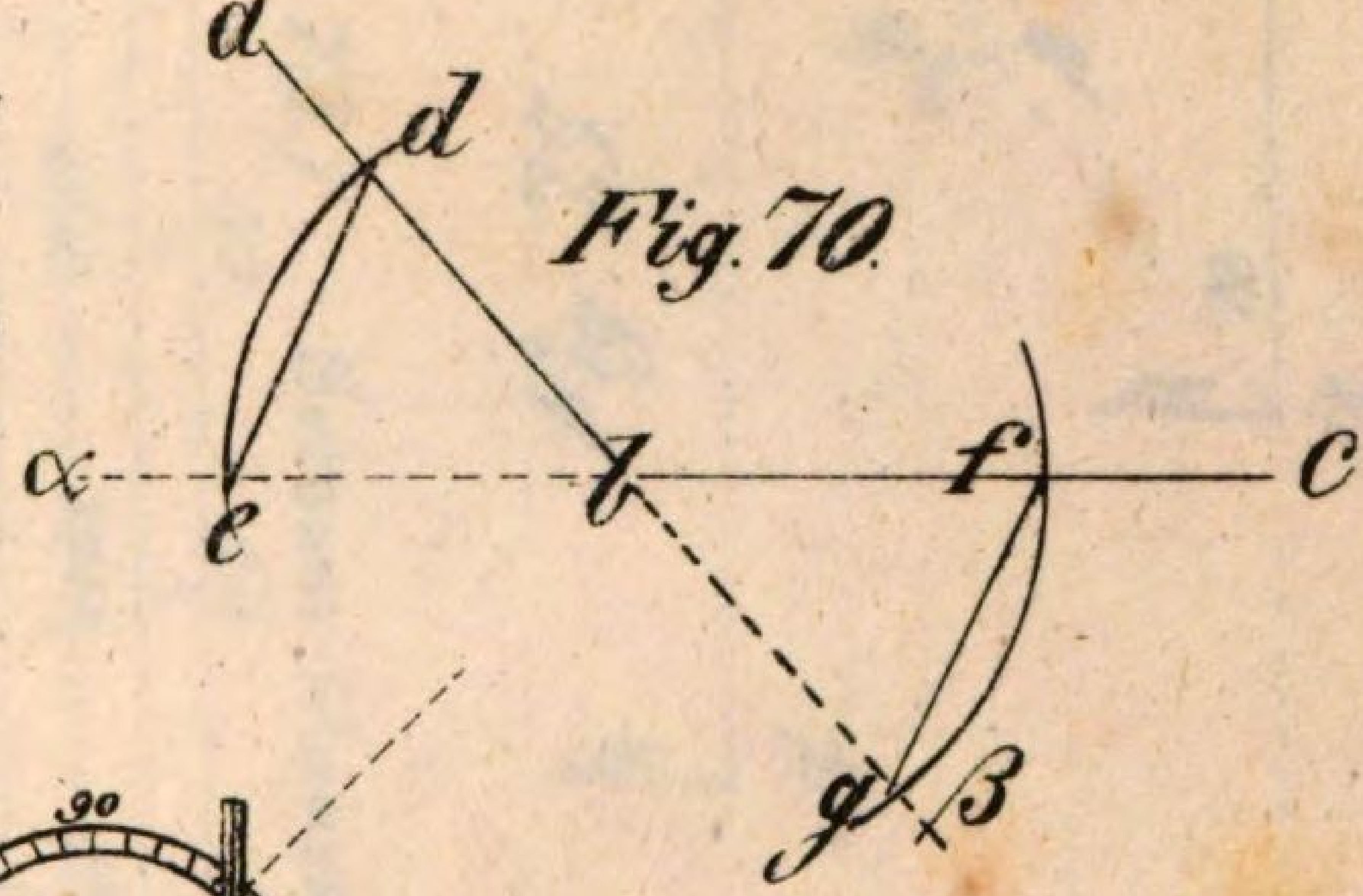


Fig. 70.

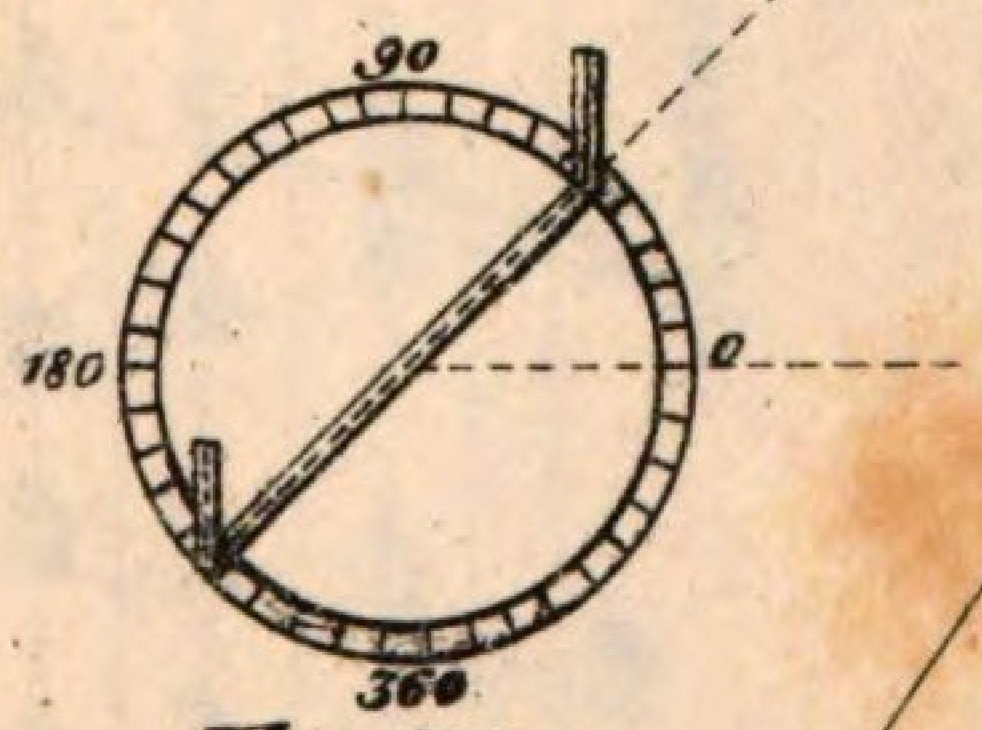


Fig. 71.



Fig. 69.

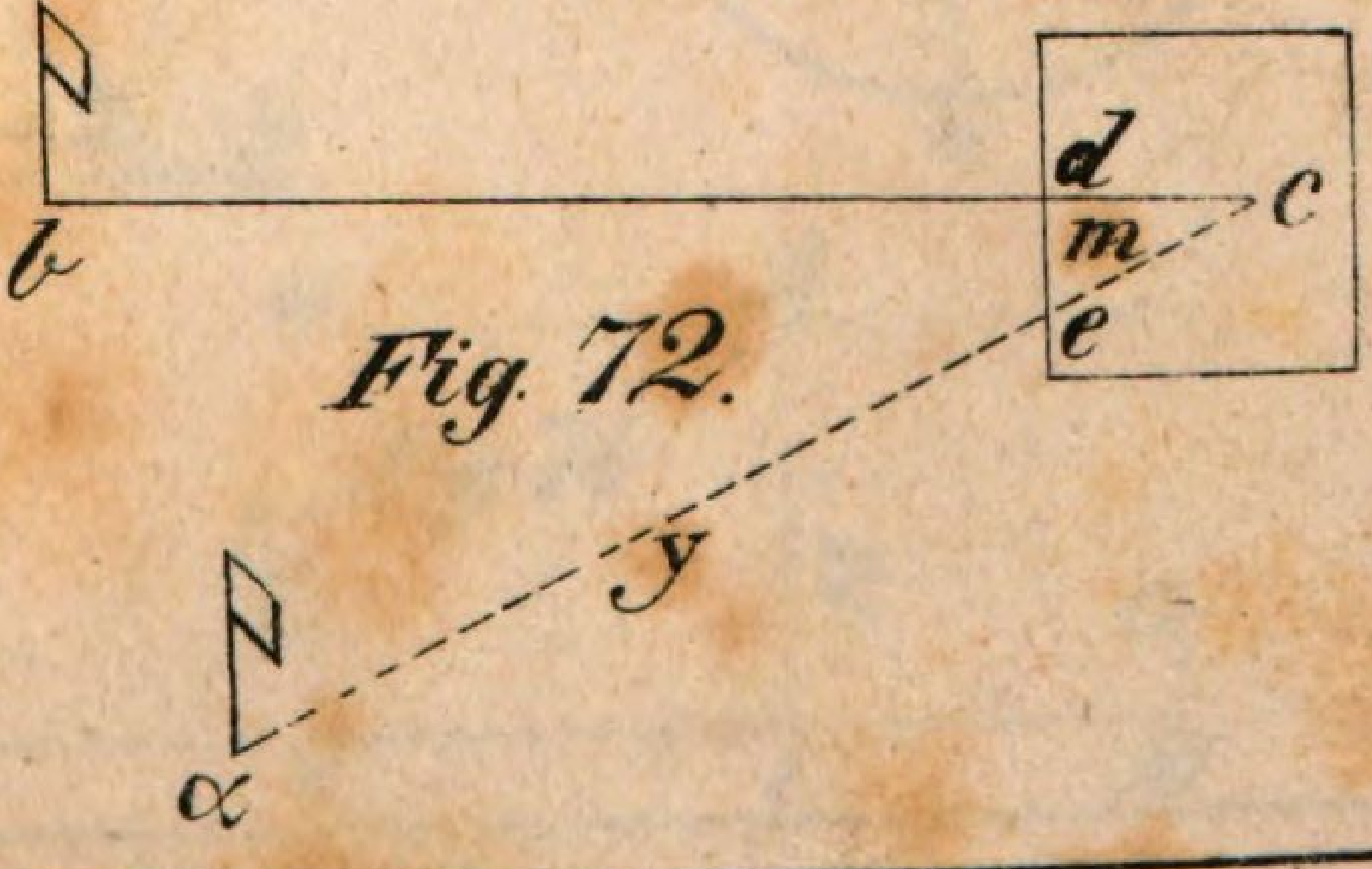


Fig. 72.

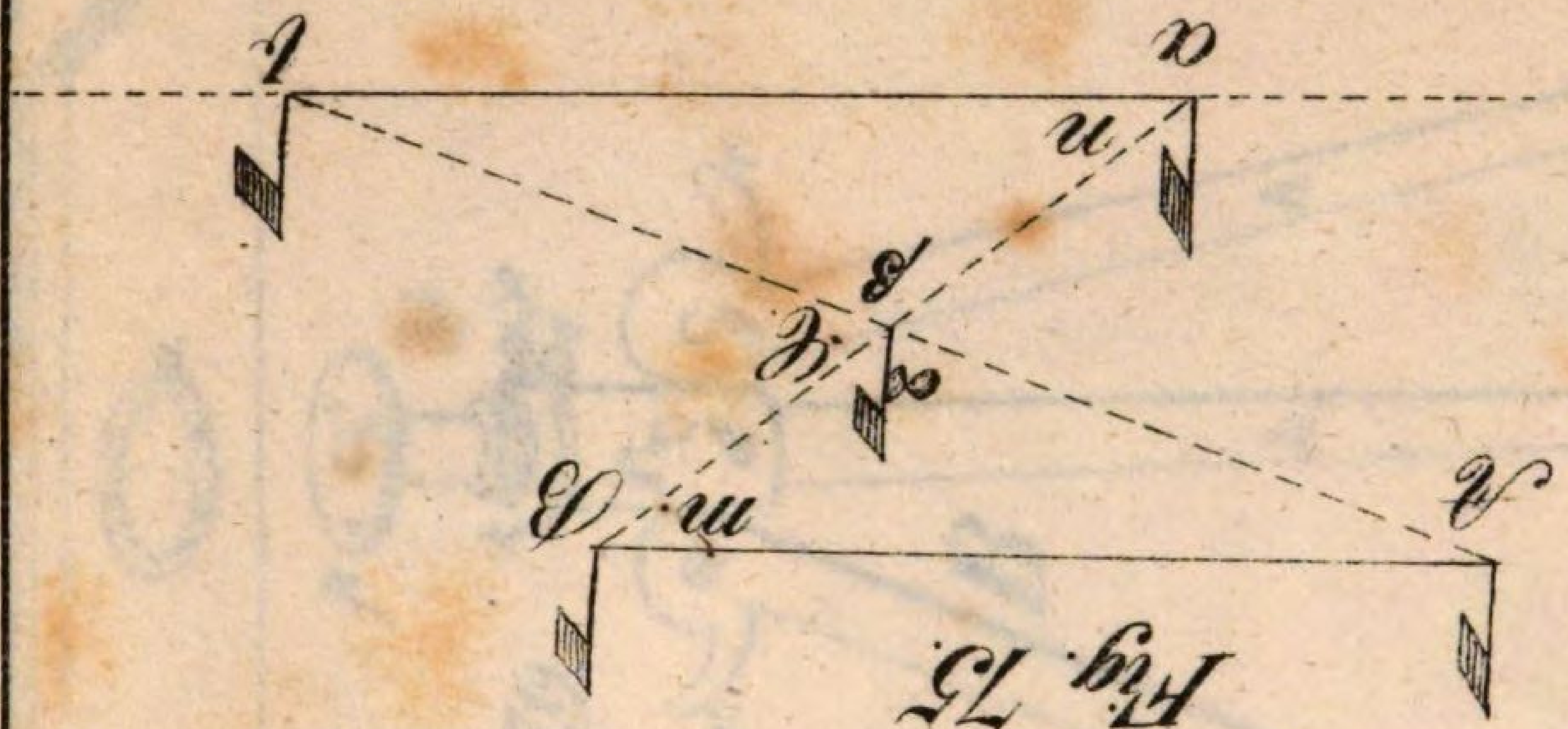


Fig. 75.

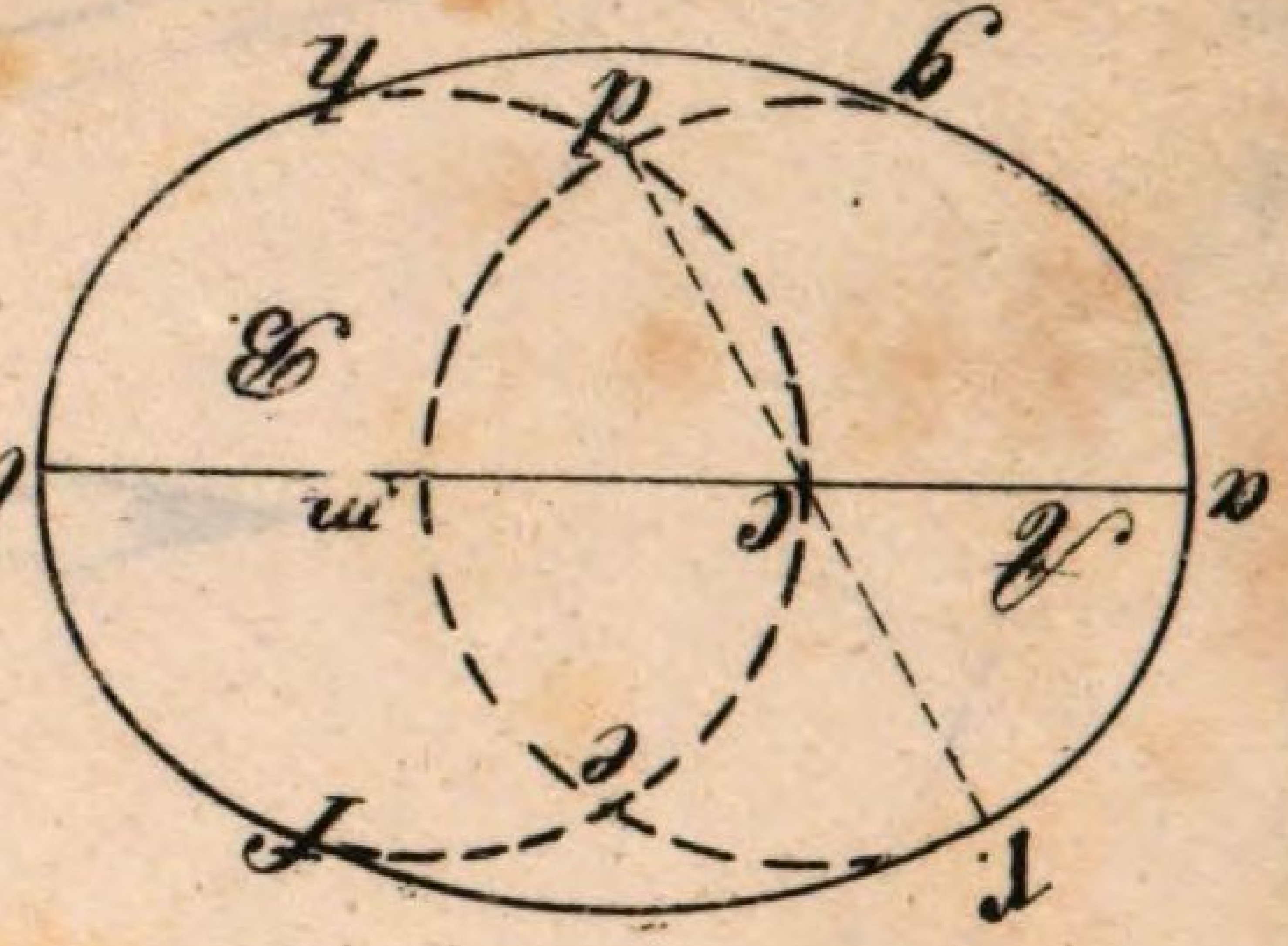


Fig. 78.

(Fig. 73.) Sehnen-Maasstab.

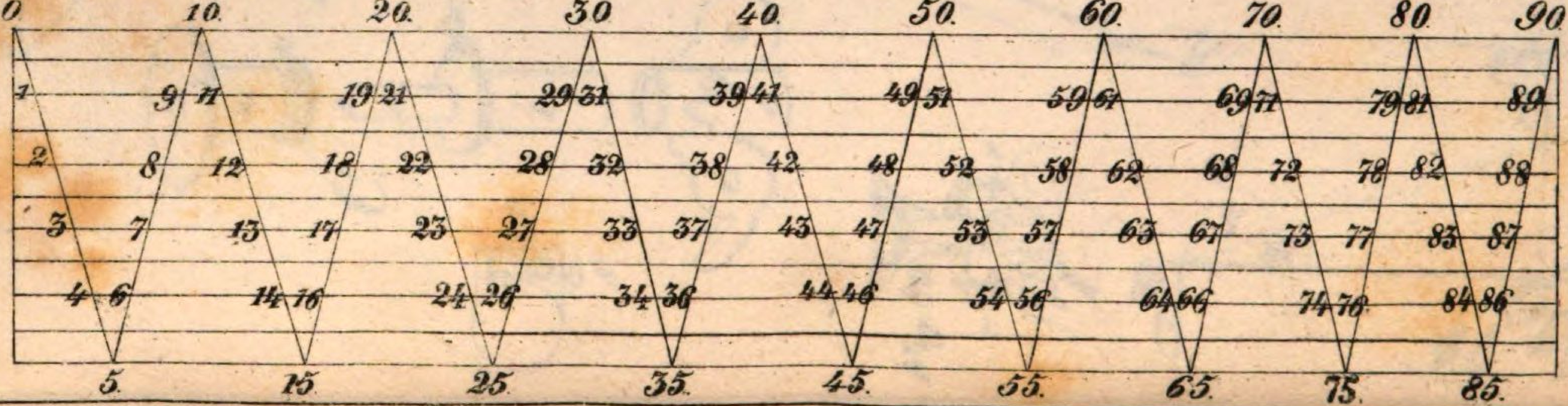




Fig. 74

A
a
p
b
m
k
c
s
Fig. 79.
C.
n
f
e
d
g
l
B
h
Fig. 80.
r
Fig. 76.
𝔅
𝔇
𝔉
𝔄
𝔈
ℭ
α
β
γ

Fig. 83.

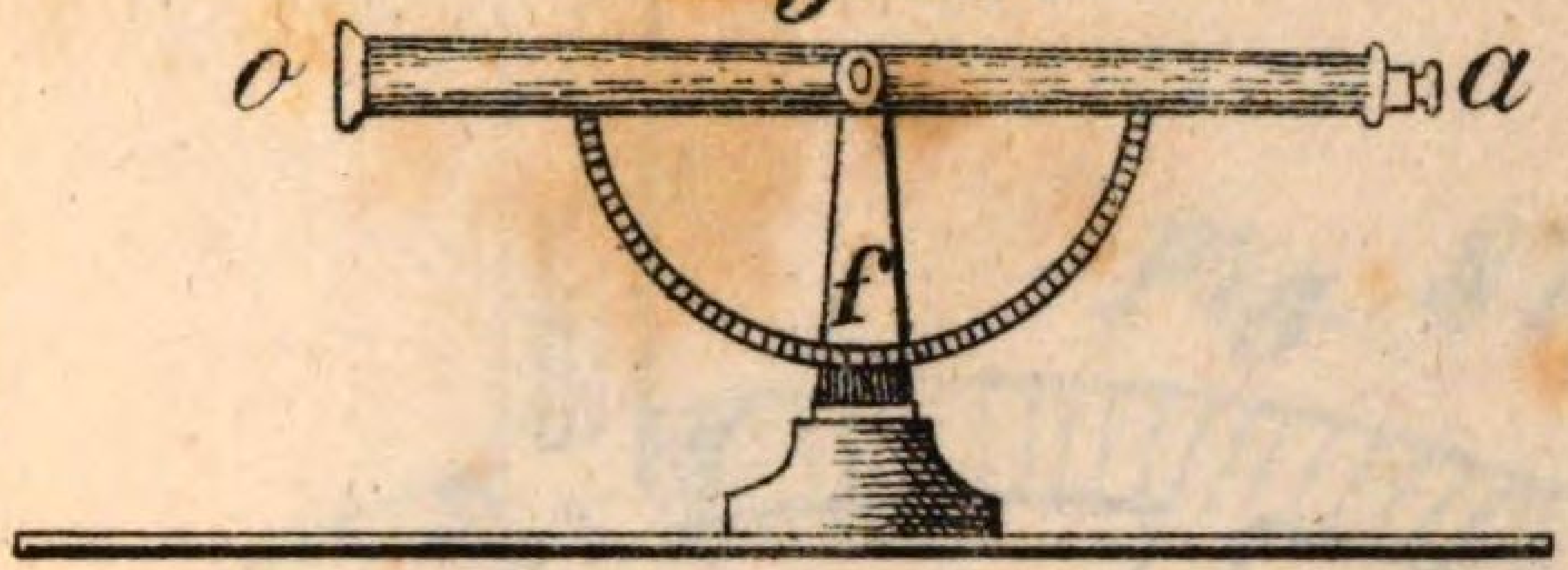
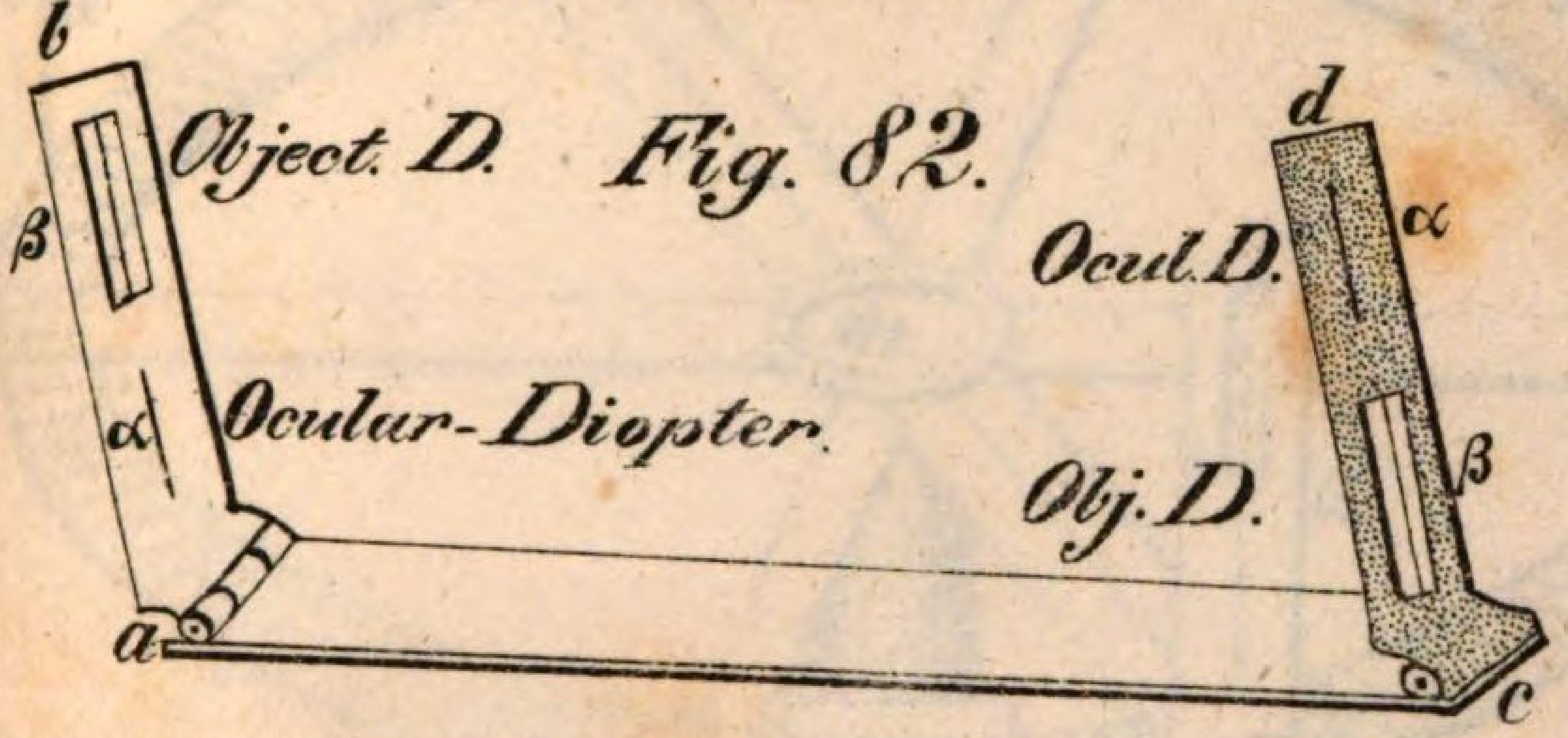


Fig. 82.



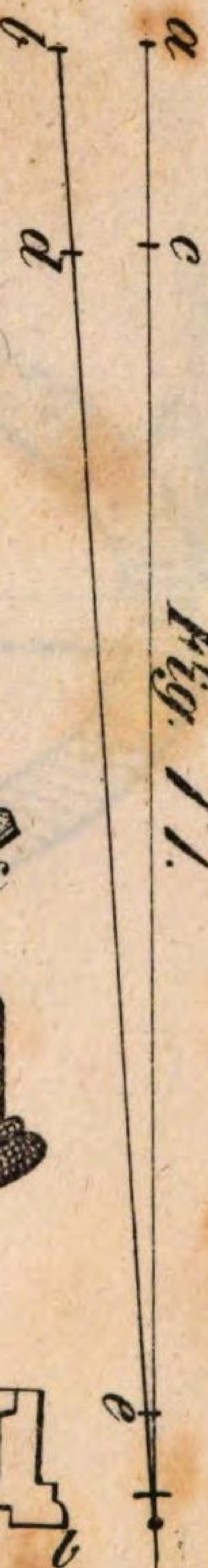
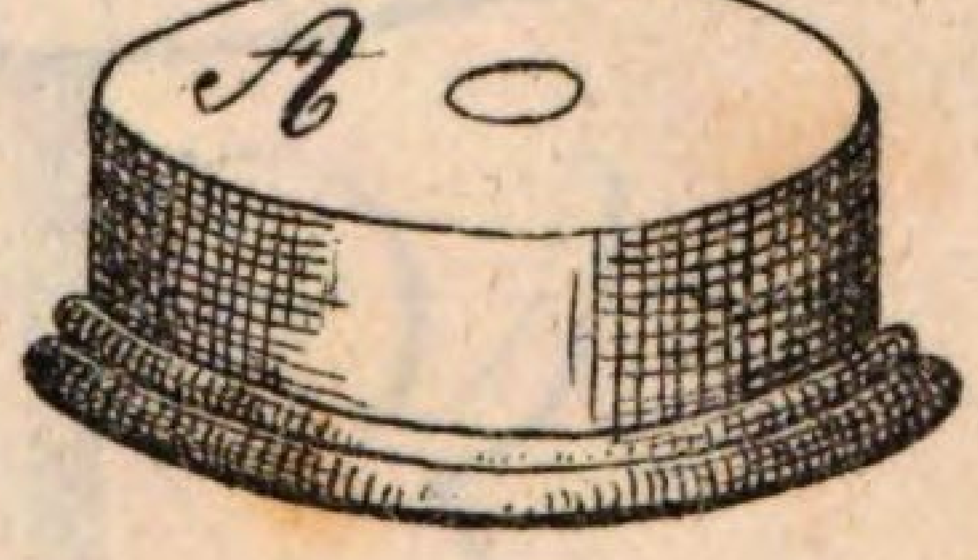


Fig. 77.



Fig. 84.



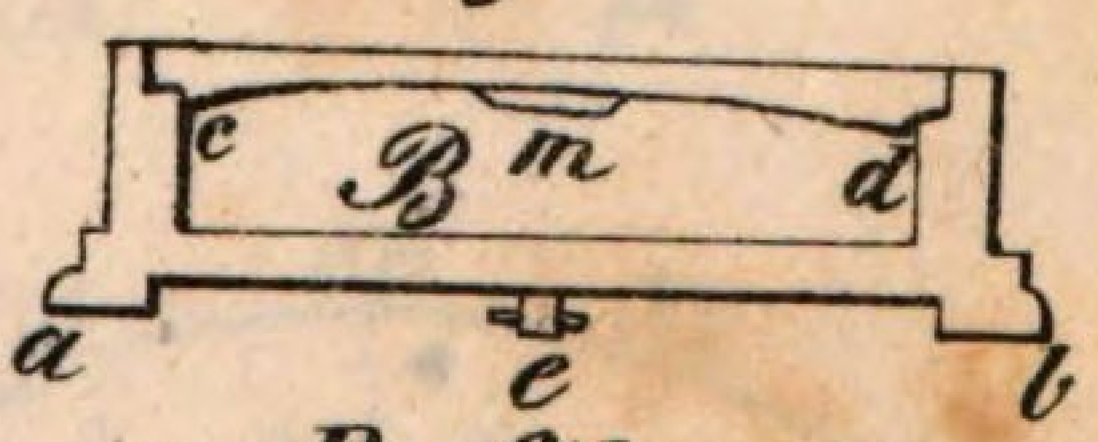


Fig. 81.

Profil.

Fig. 86.

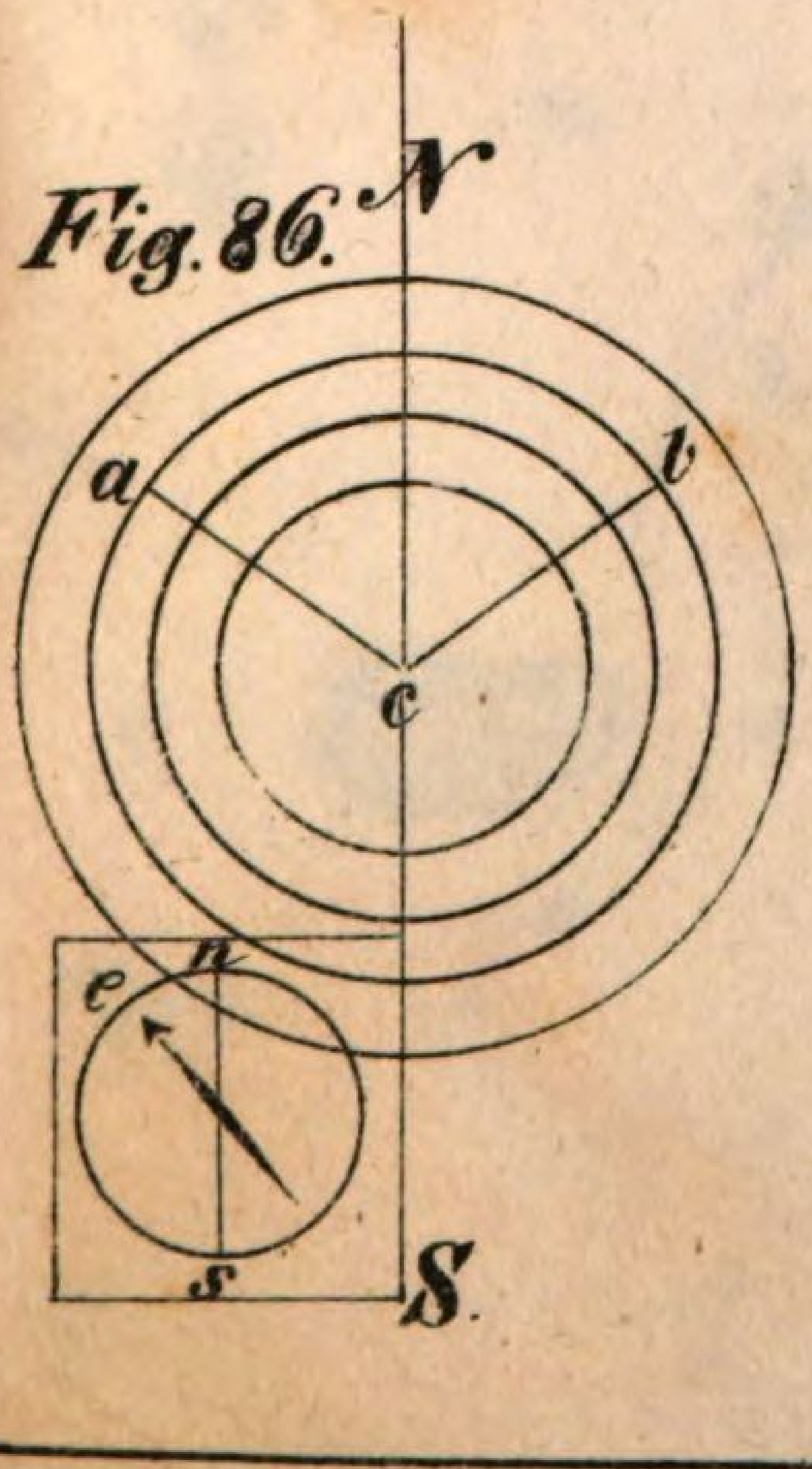
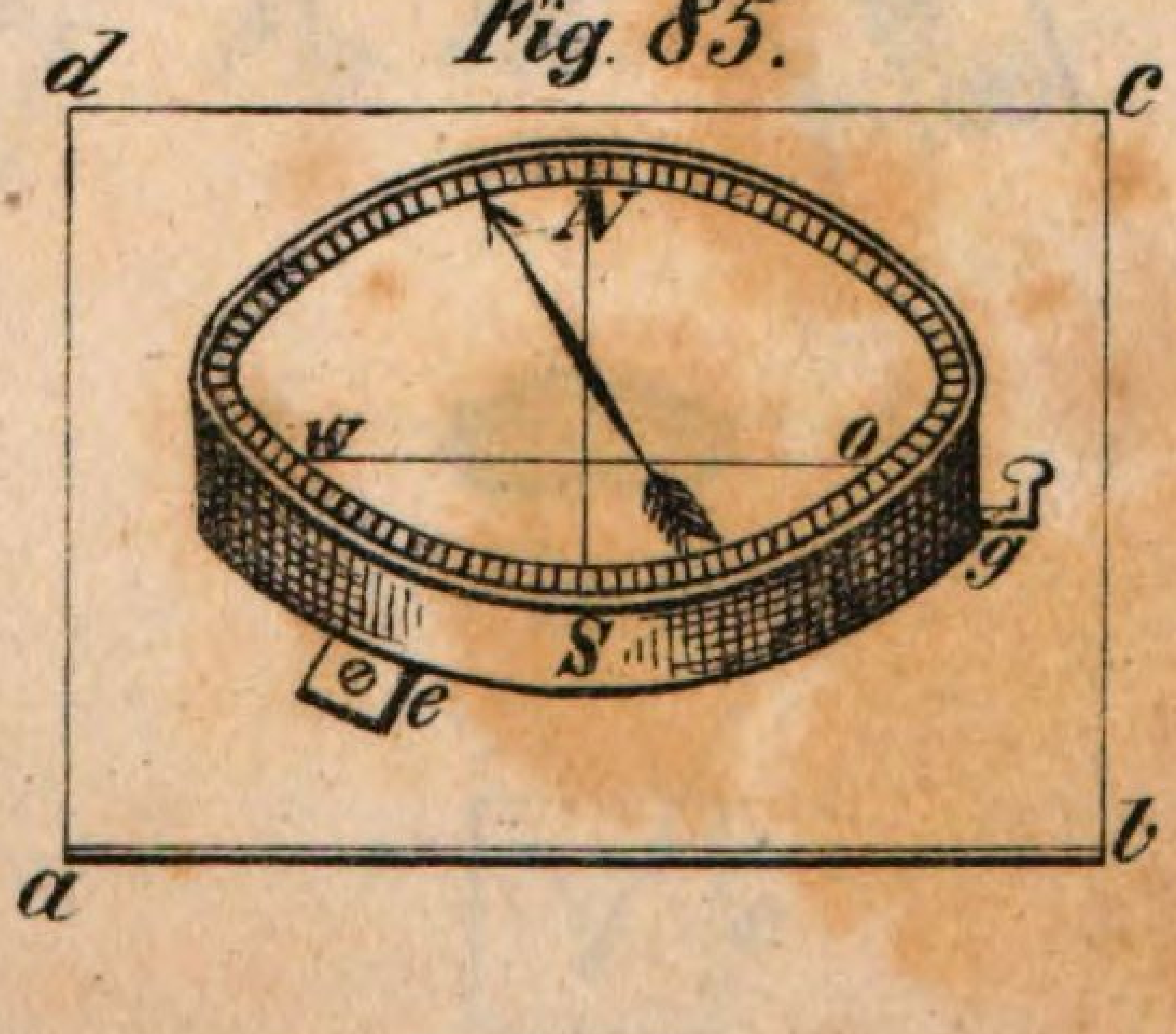


Fig. 85.




Fig. 87.

Fig. 88.

Fig. 89.

Fig. 90.

Fig. 91.


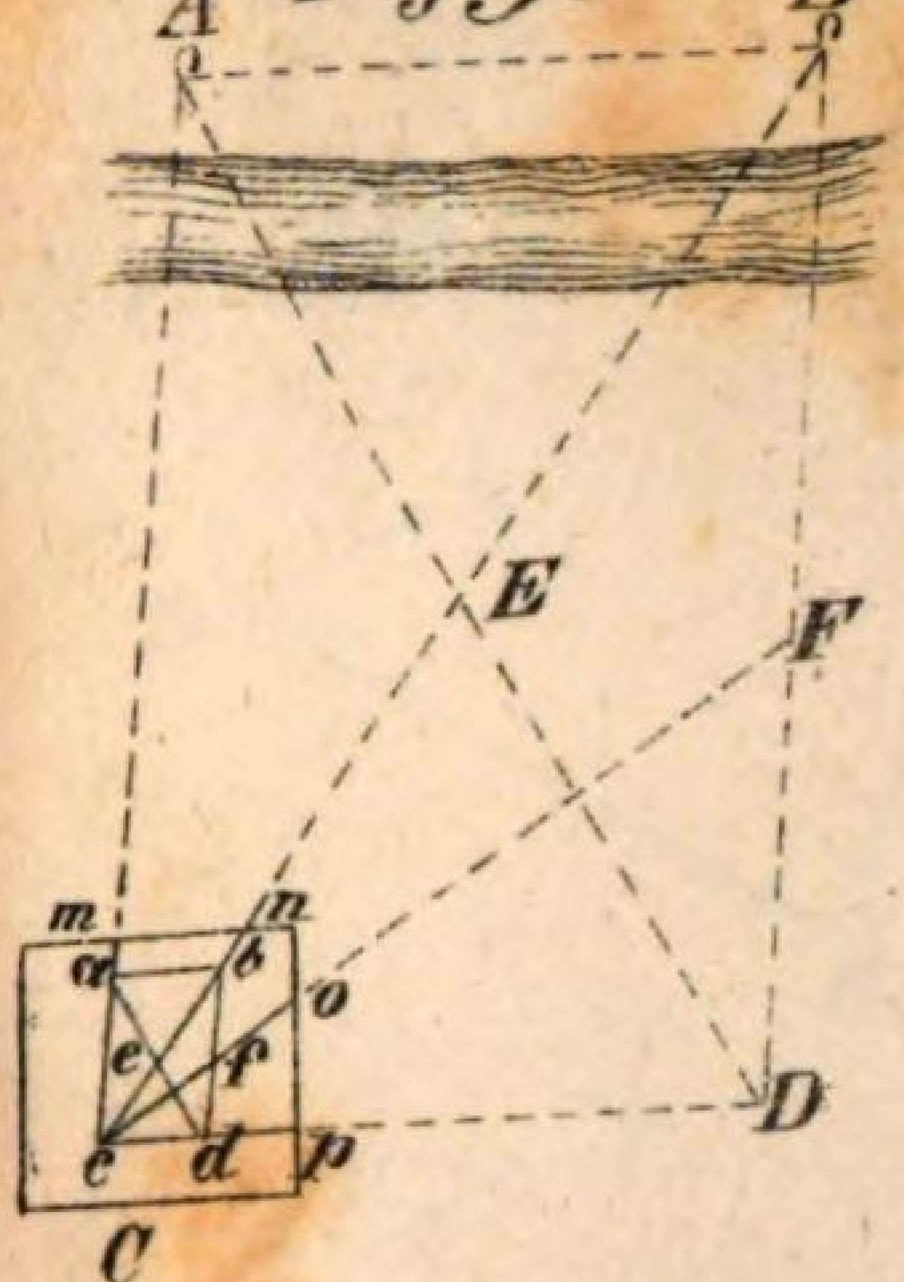

Fig. 95.
Fig. 93.
Fig. 93 a)
Fig. 94.
Fig. 92.
Fig. 96.

Fig. 95.



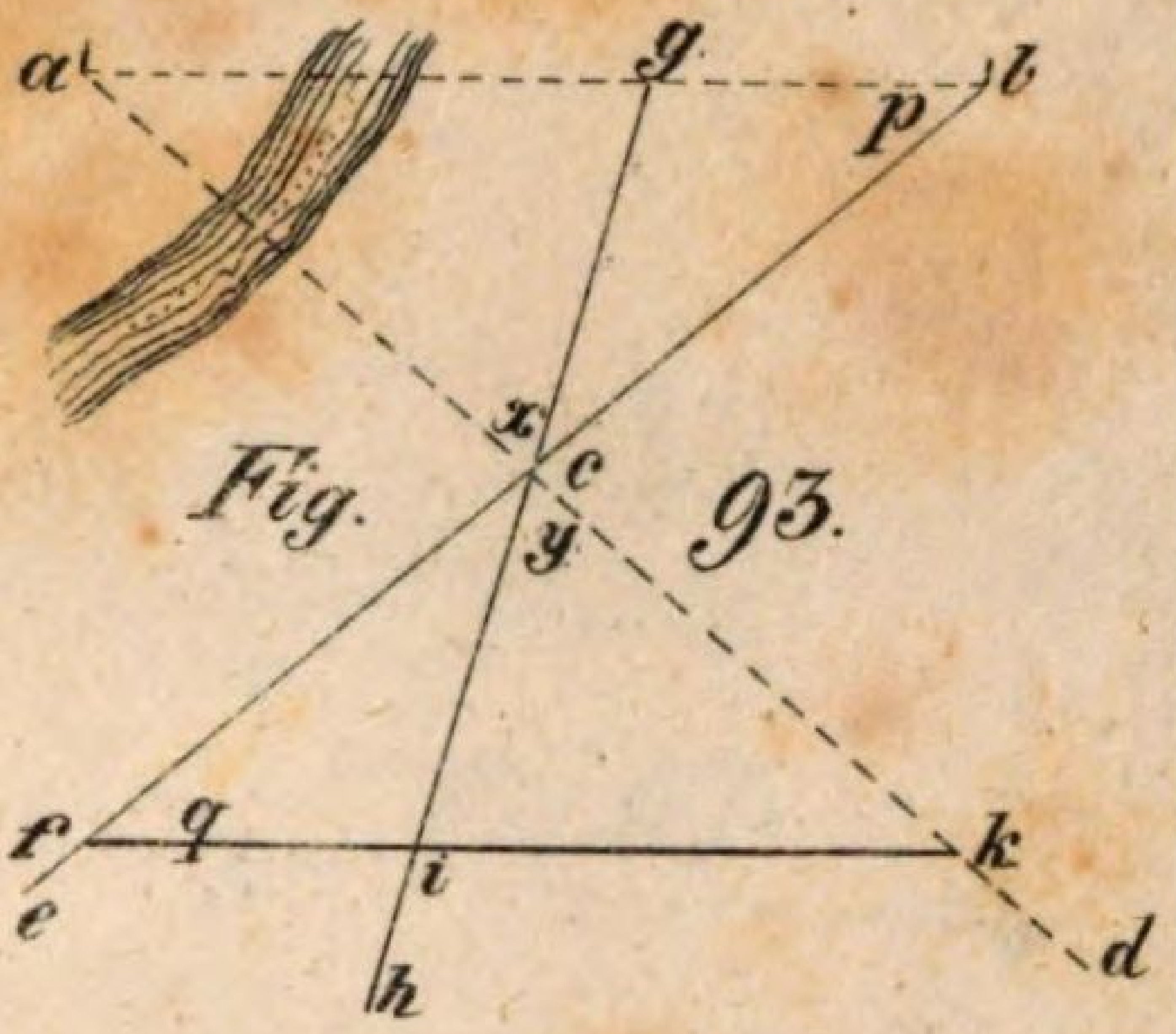


Fig. 93.

Fig. 93.a)

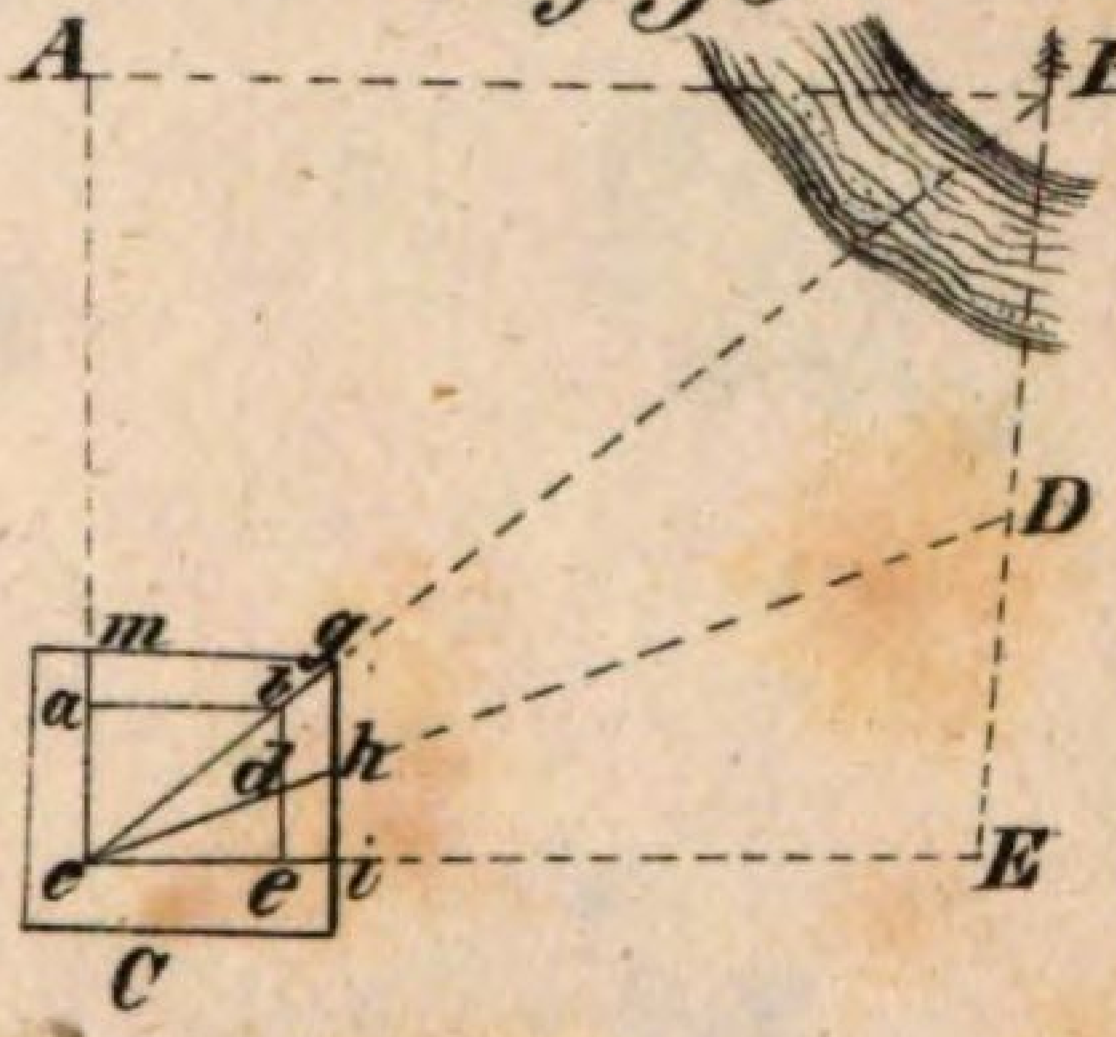
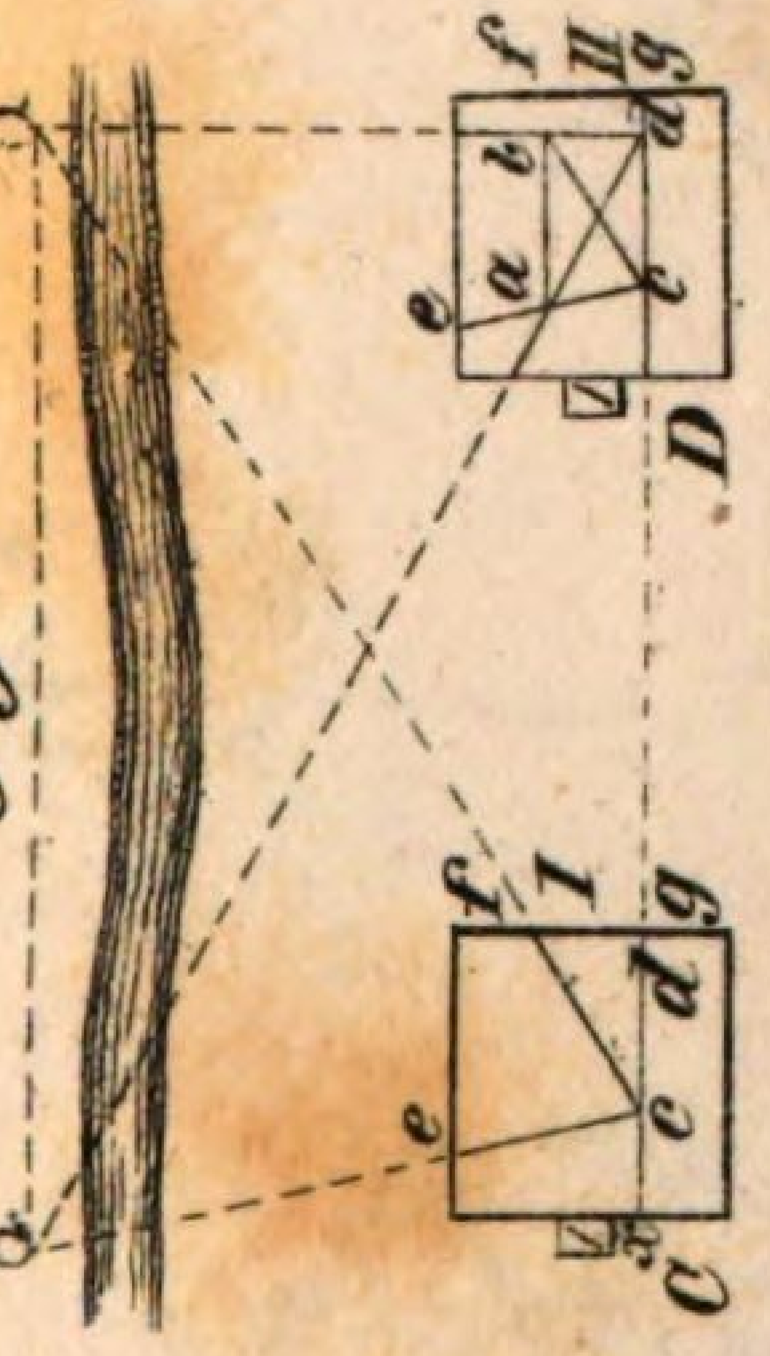


Fig. 94.



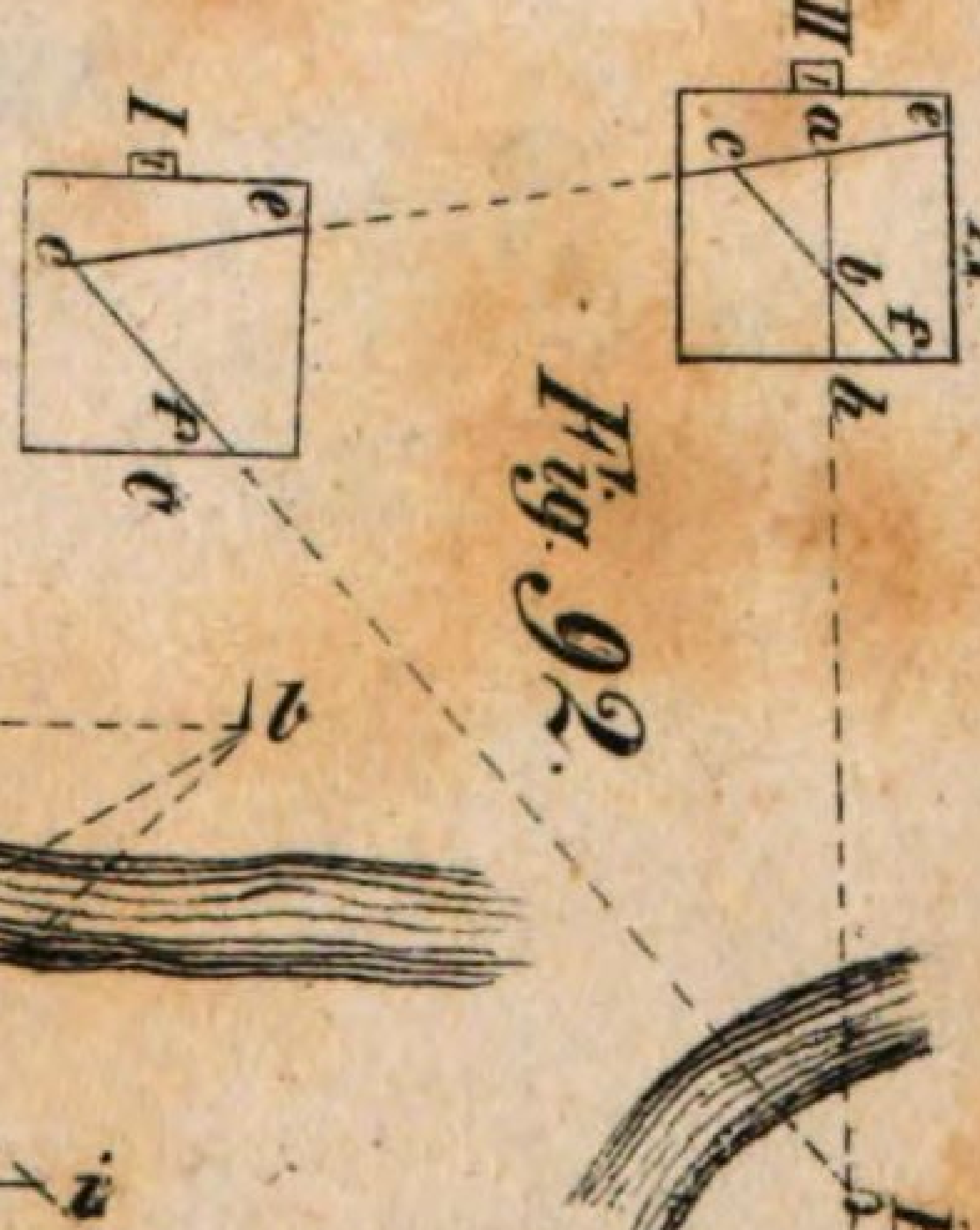


Fig. 92.

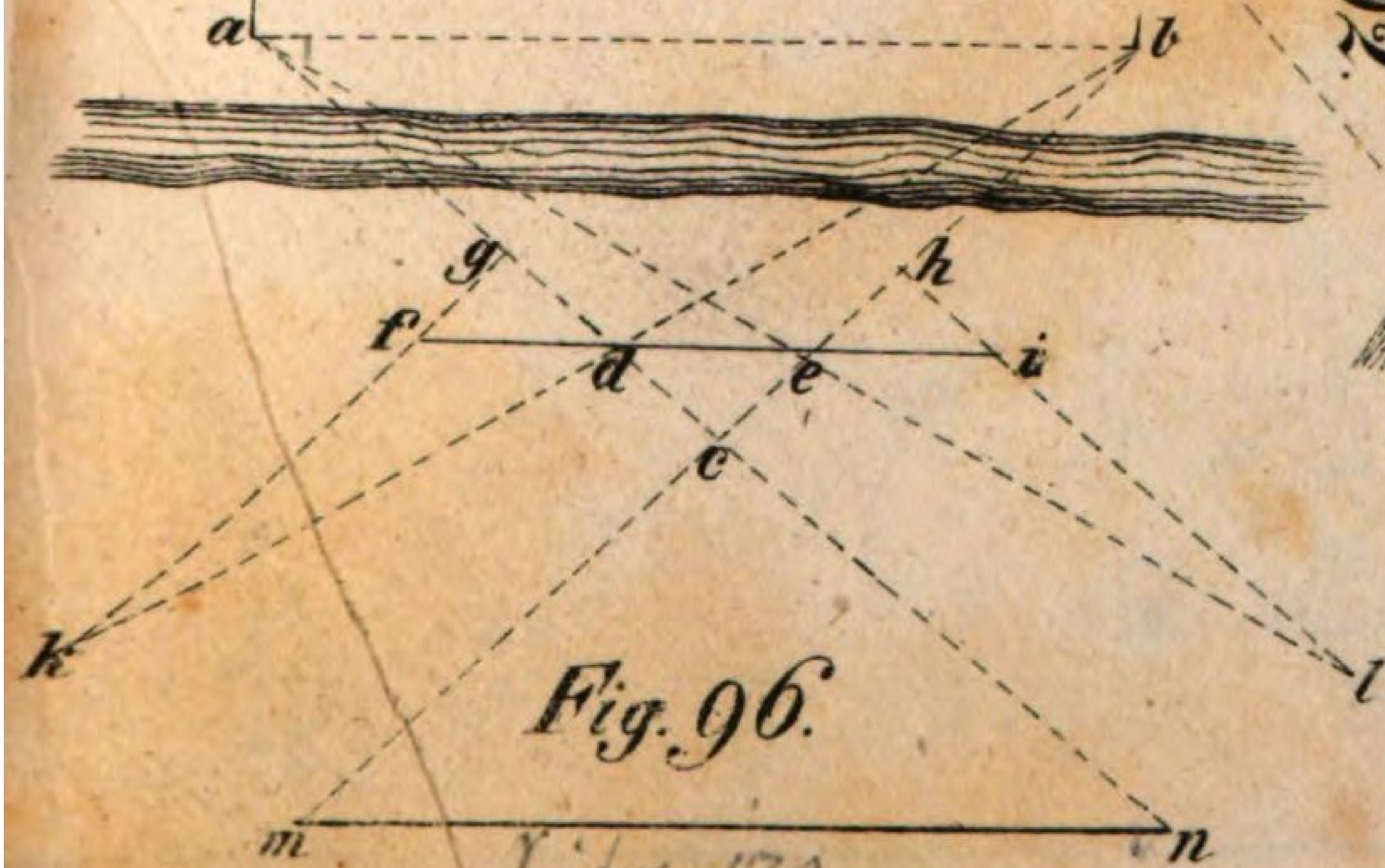


Fig. 96.

Seite 175.

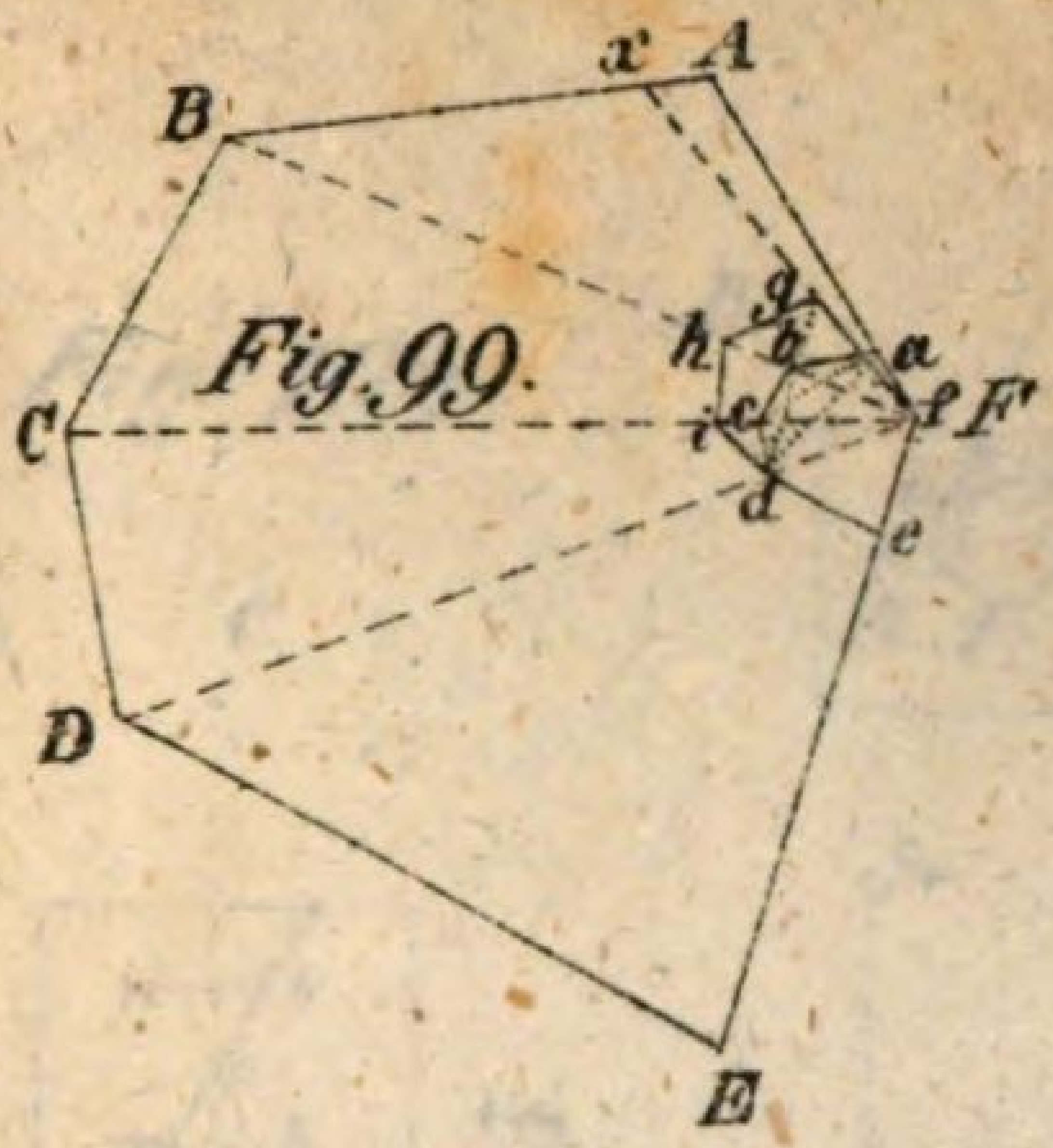


Fig. 99.

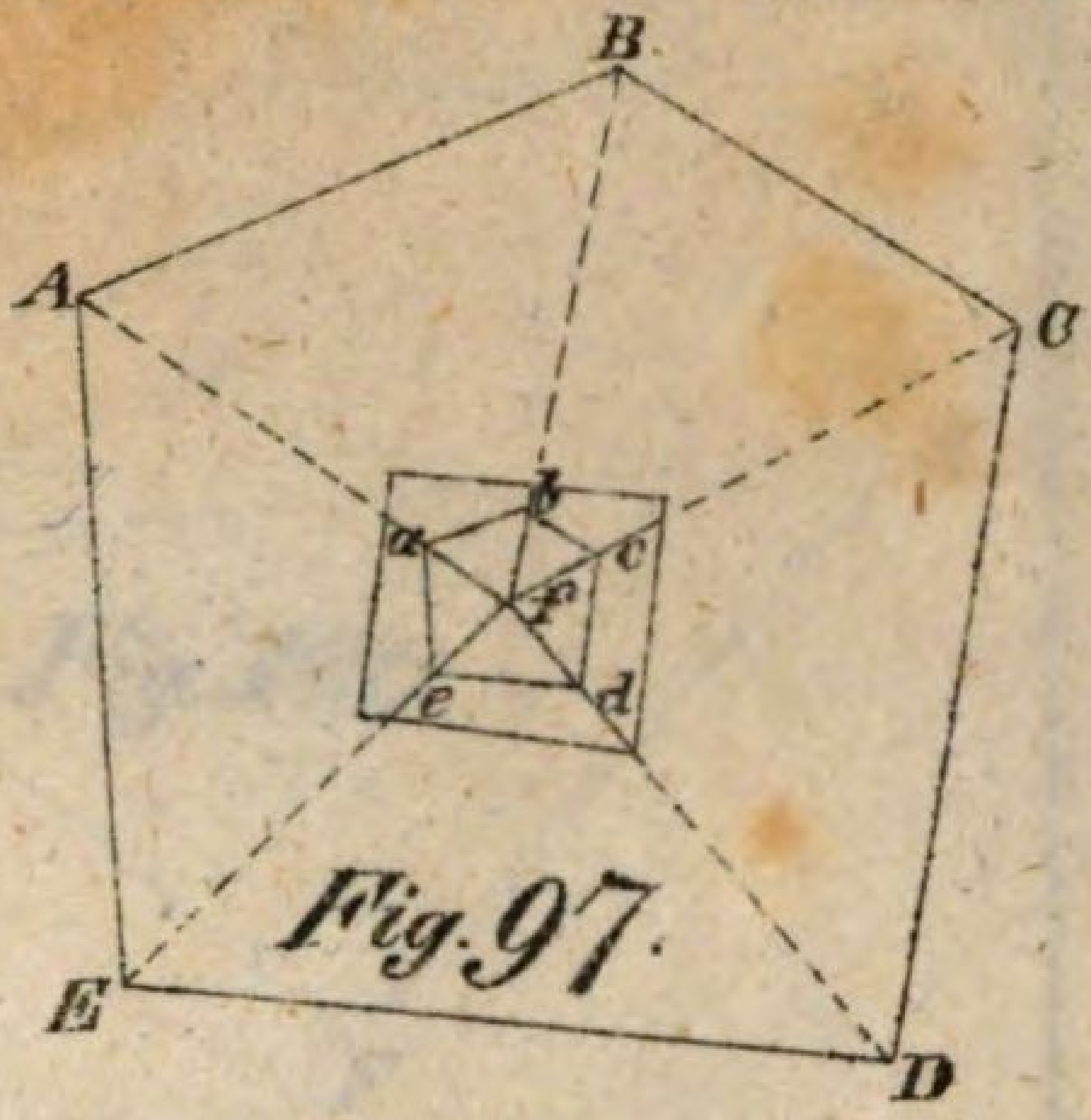


Fig. 97.

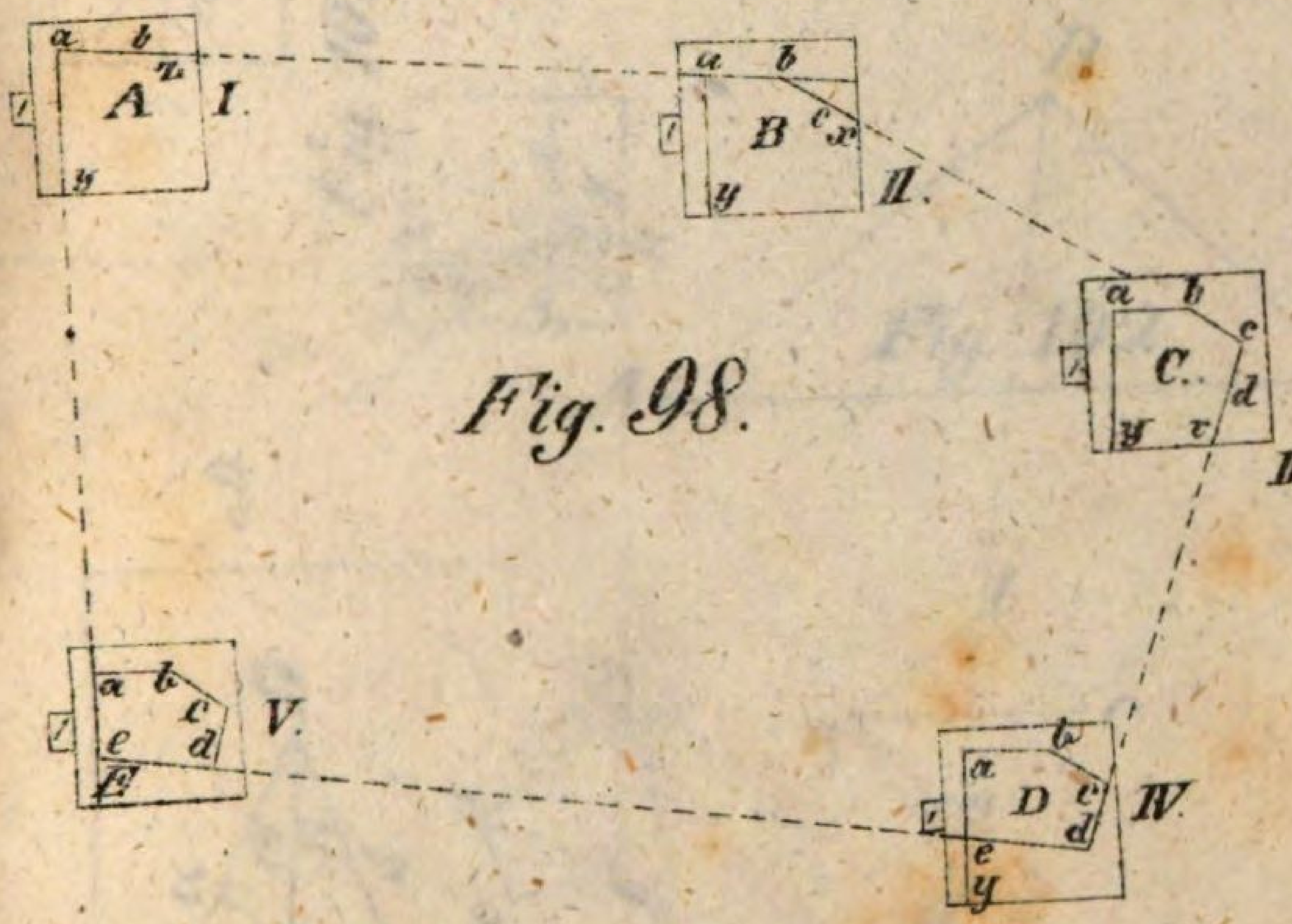
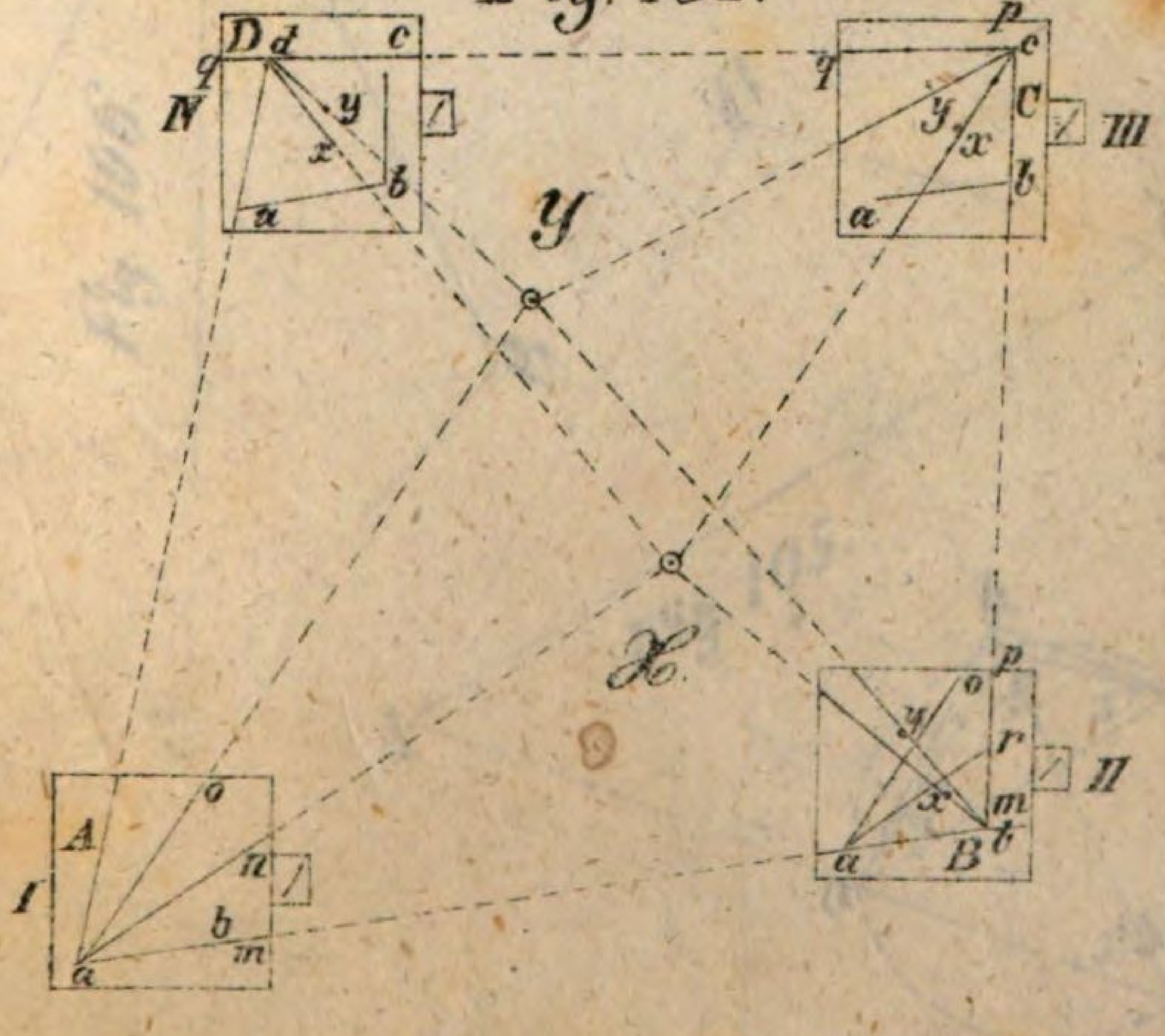



Fig. 98.

Fig. 101.




Fig. 104.
Fig. 100.
Fig. 103.
Fig. 102.
Fig. 106.
Fig. 105.
A
B
C
D
E
F
a
b
c
d

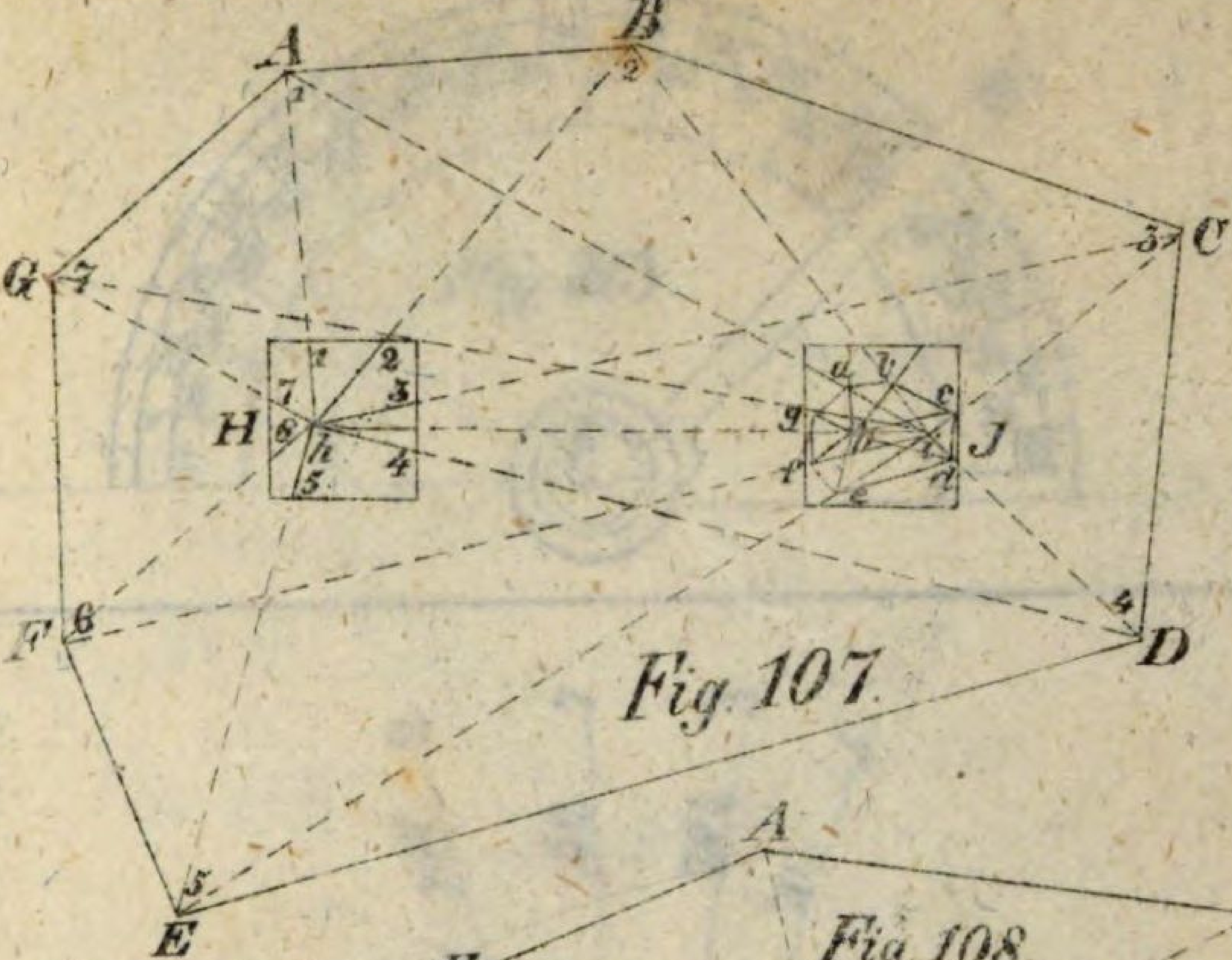


Fig. 107.

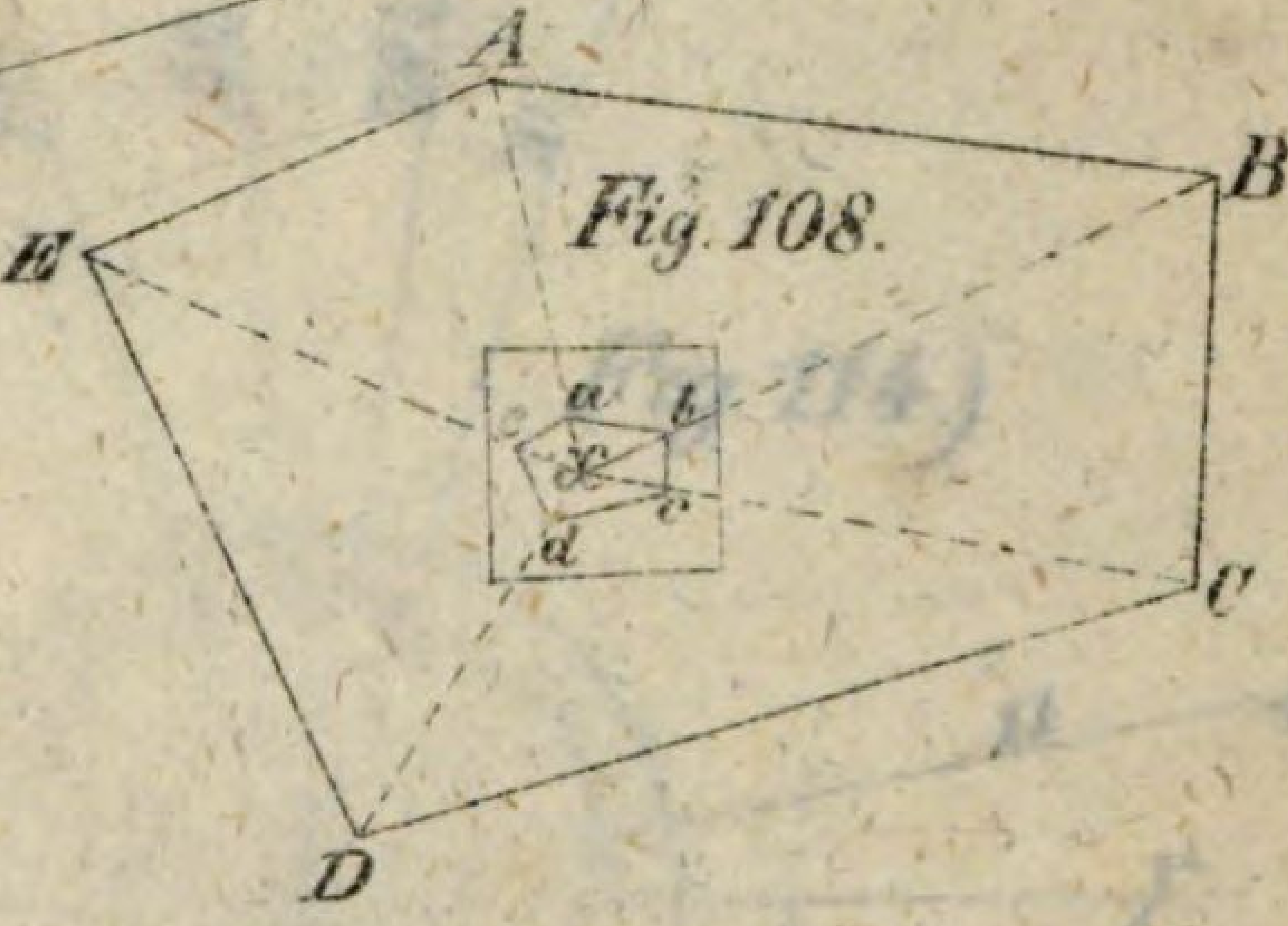


Fig. 108.

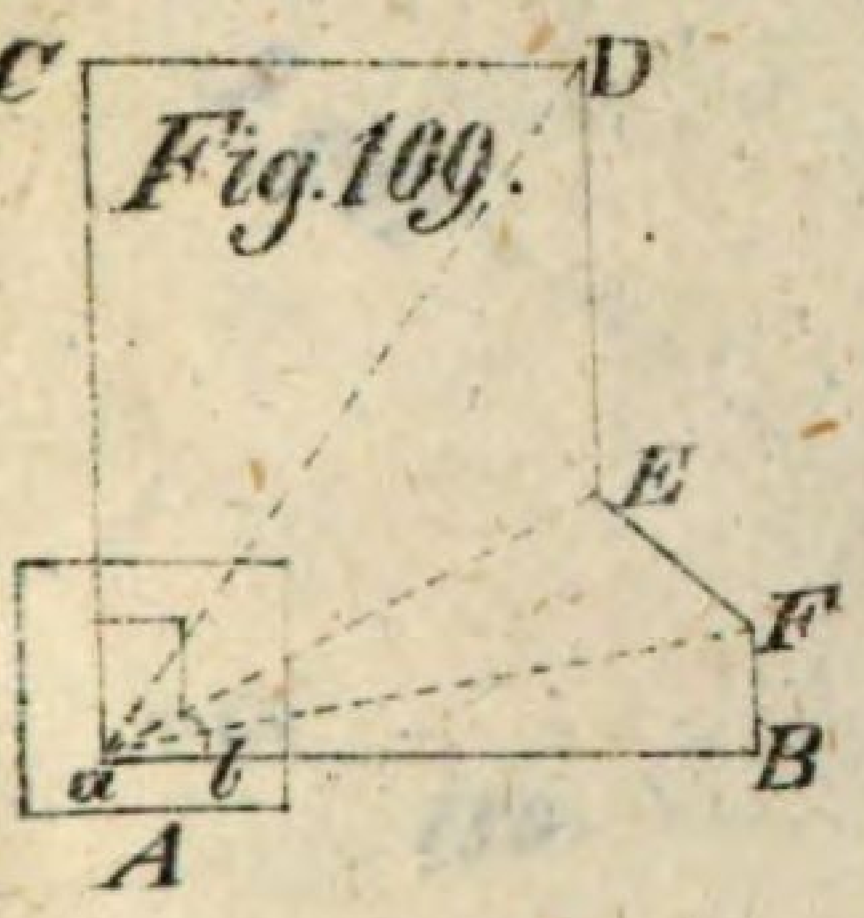


Fig. 109.

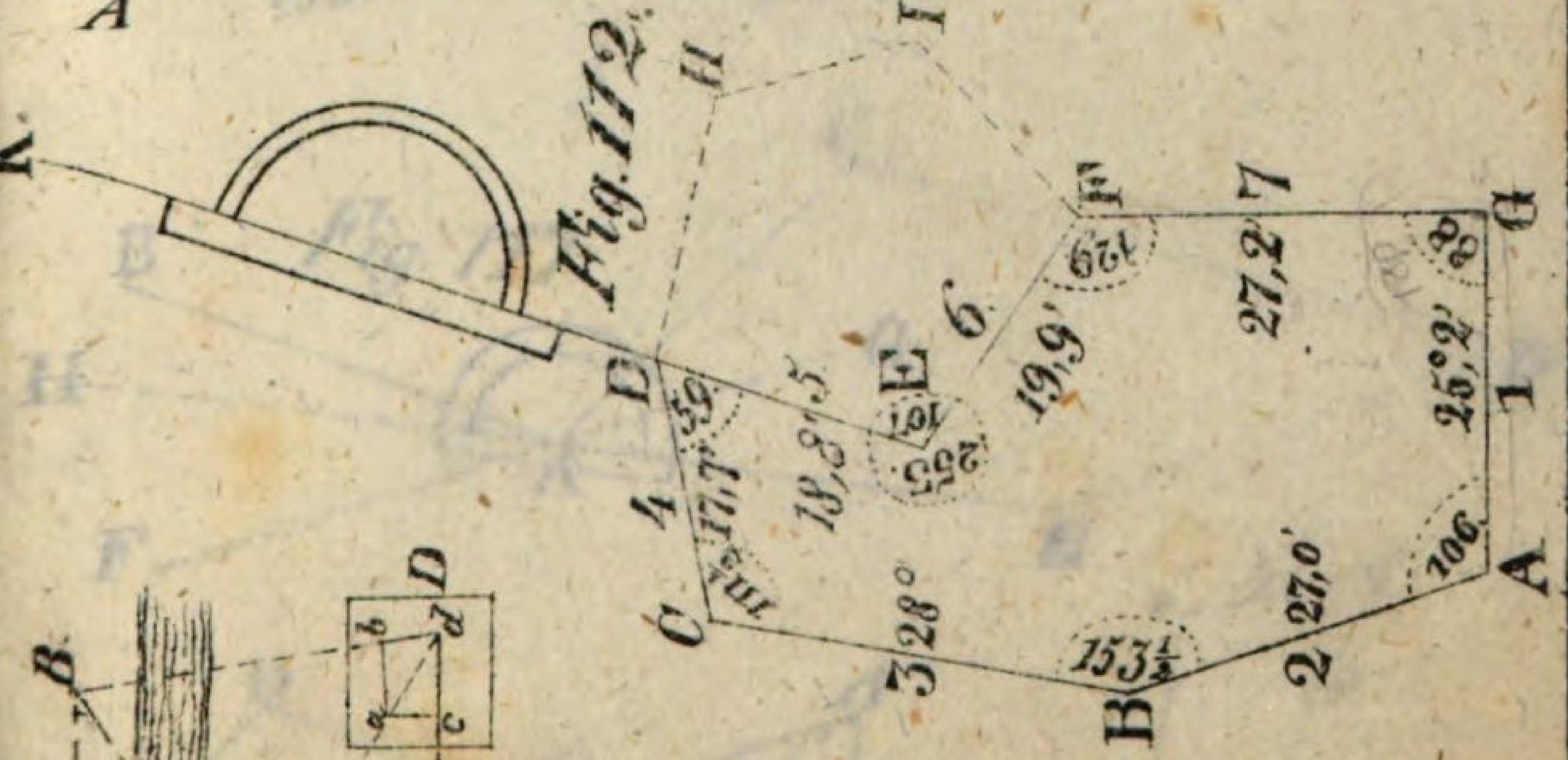


Fig. 112.

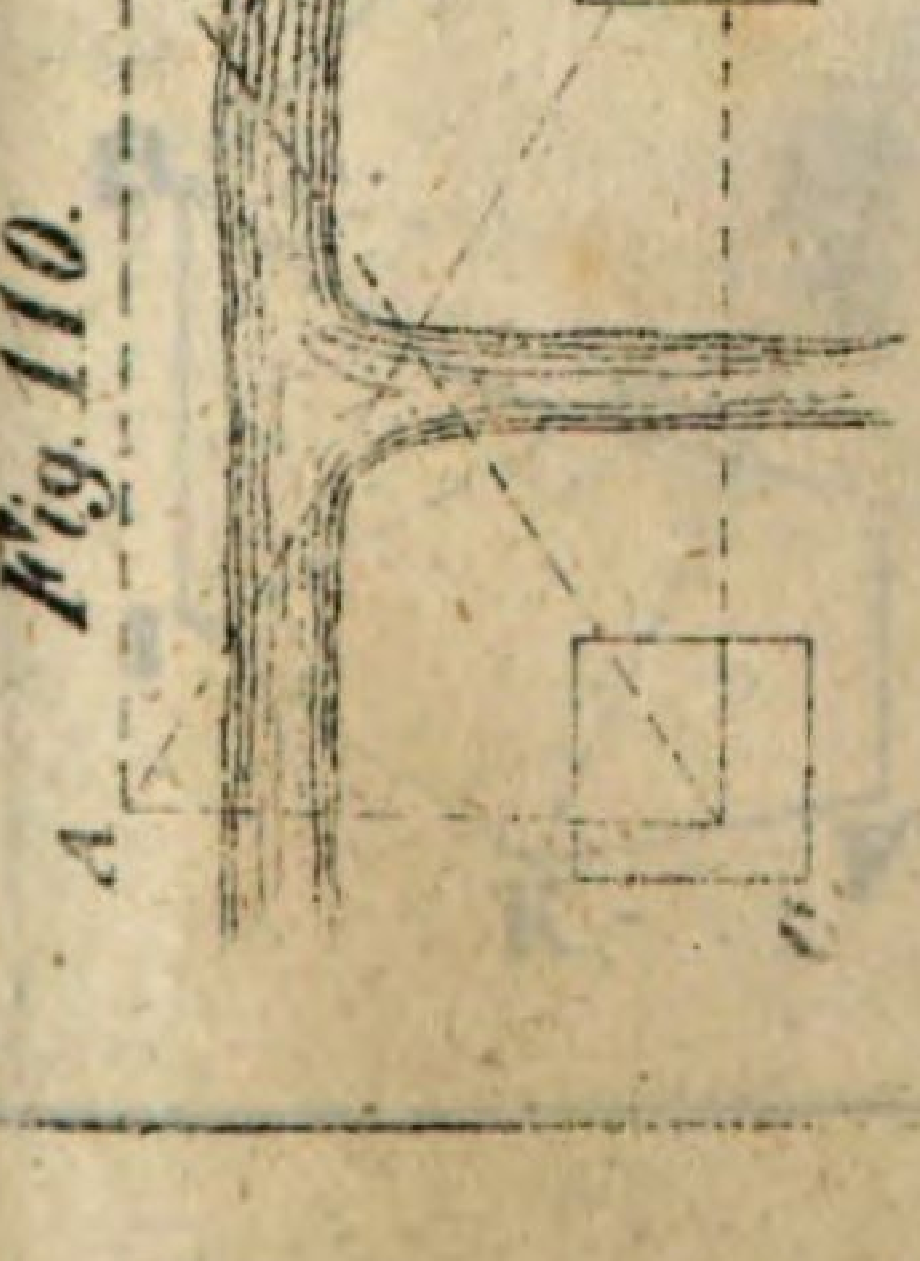


Fig. 110.



Fig. 111 a)

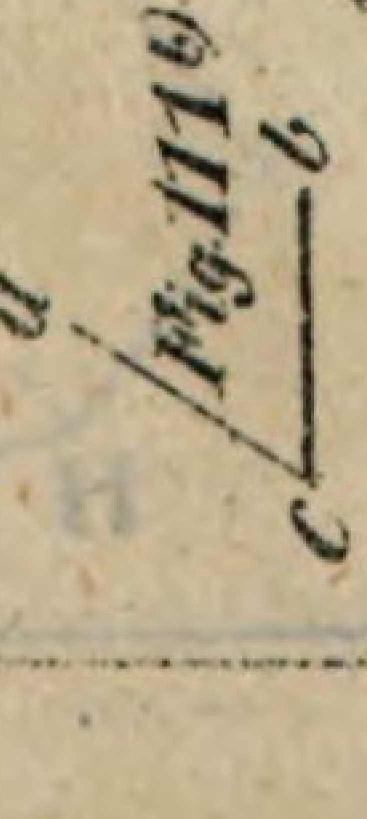


Fig. 111 b)

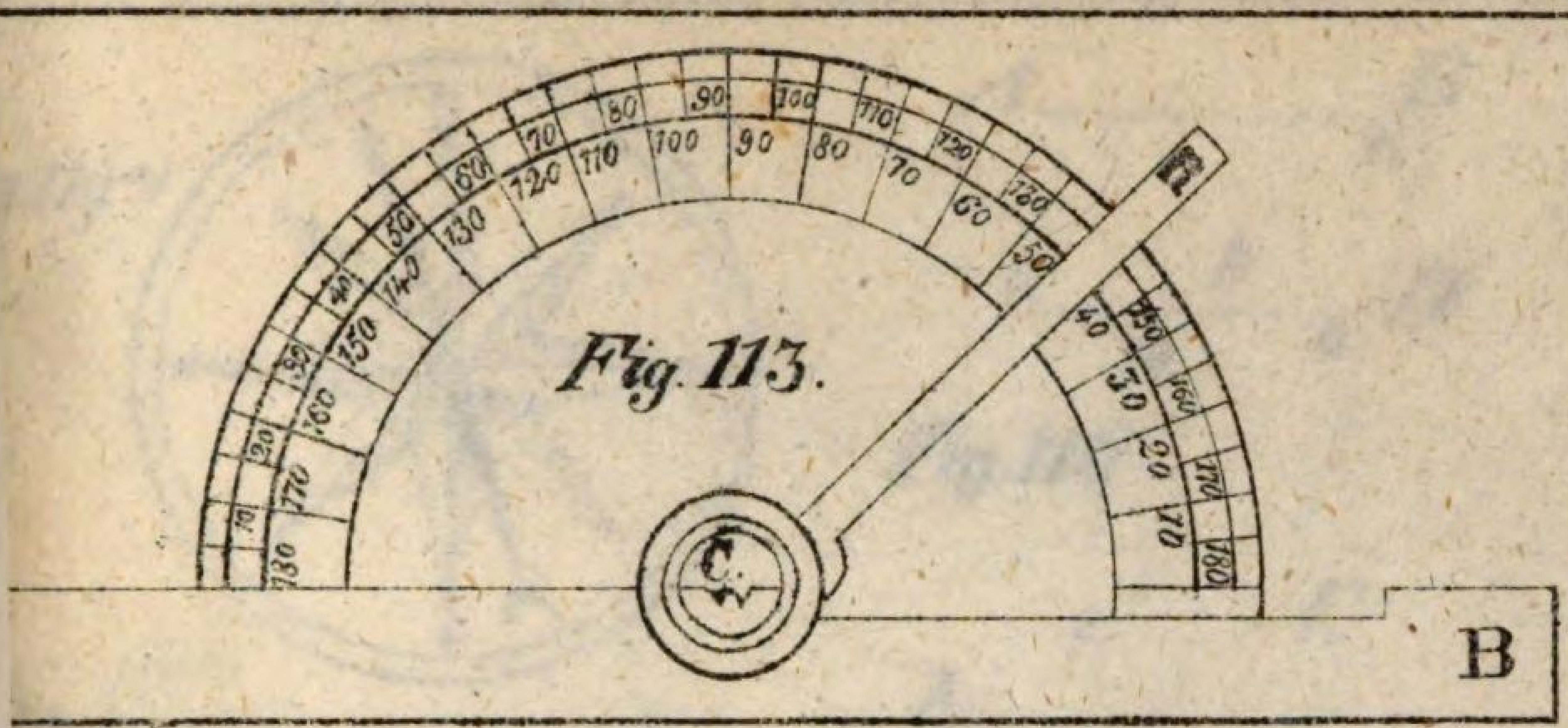


Fig. 113.

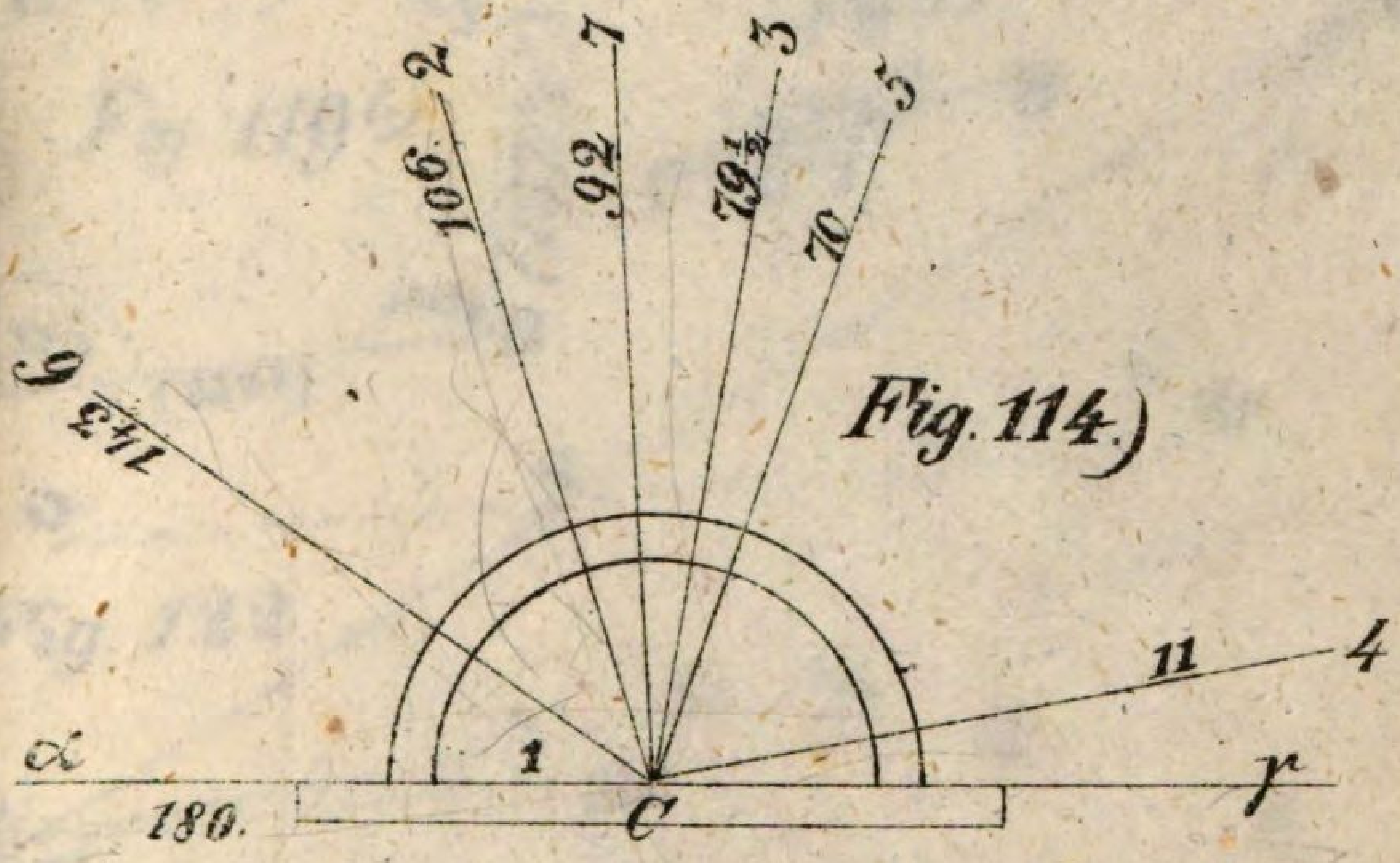


Fig. 114.)

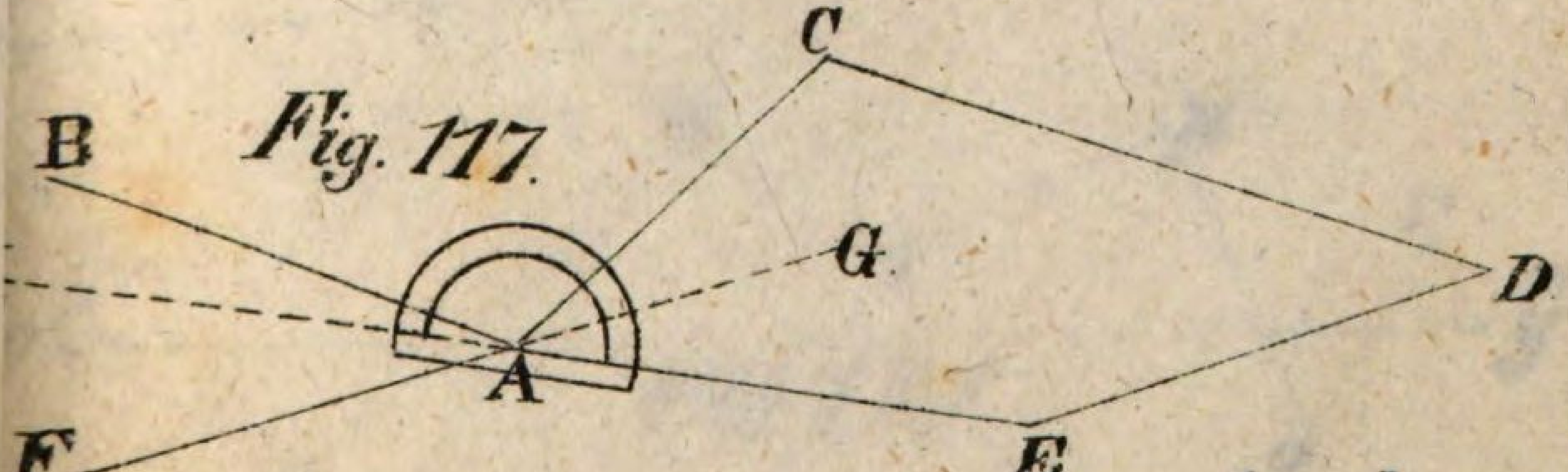


Fig. 117.

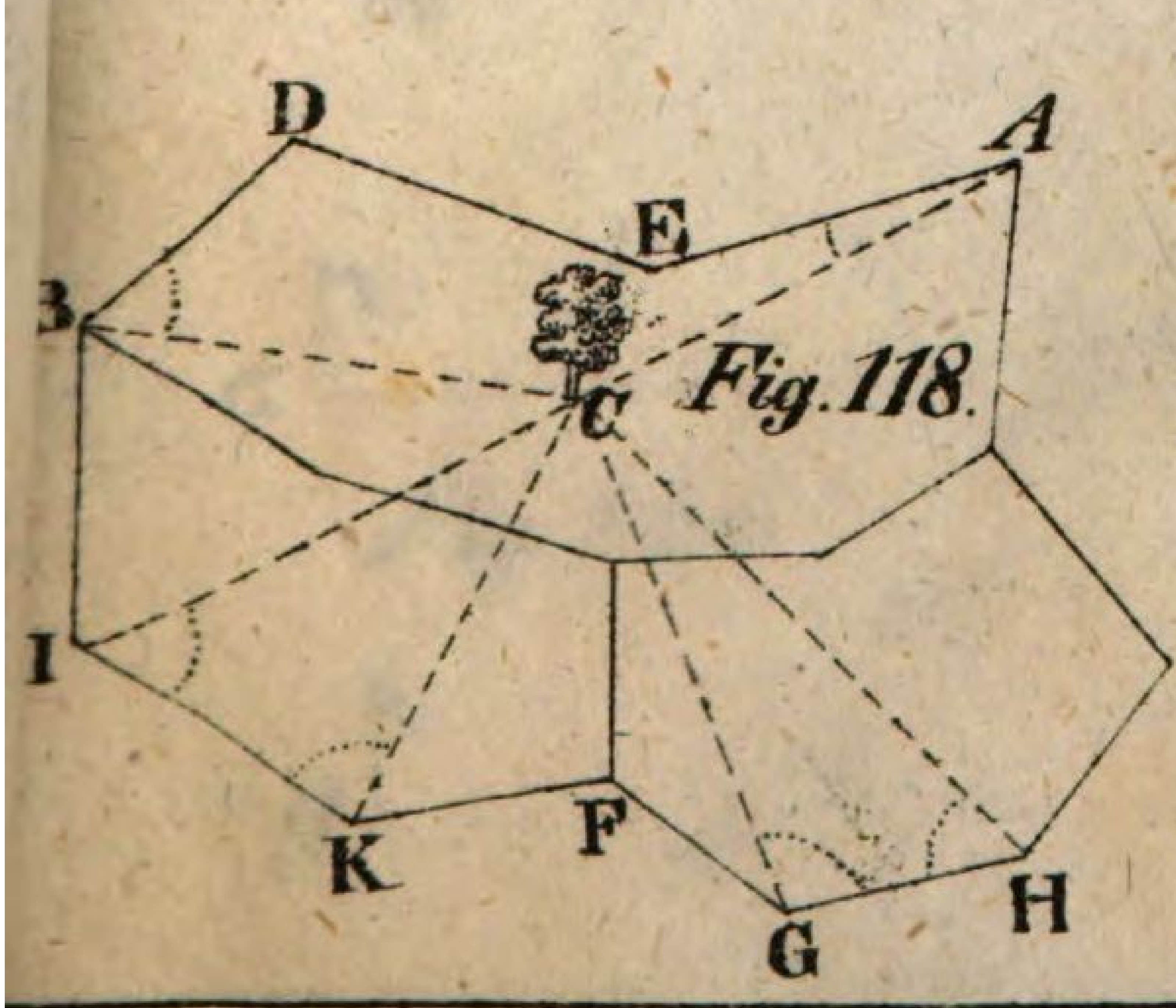


Fig. 118.



Fig. 115.

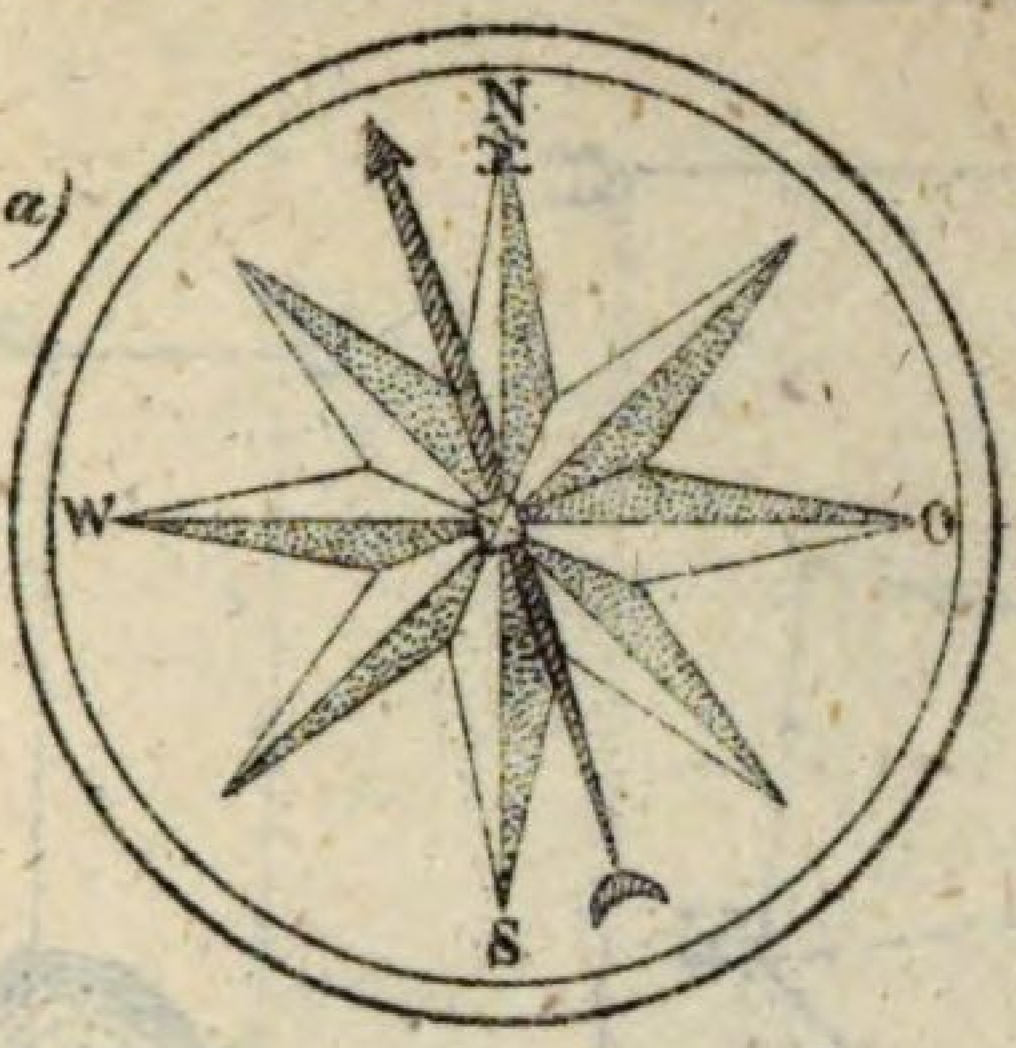


Fig. 119 a)

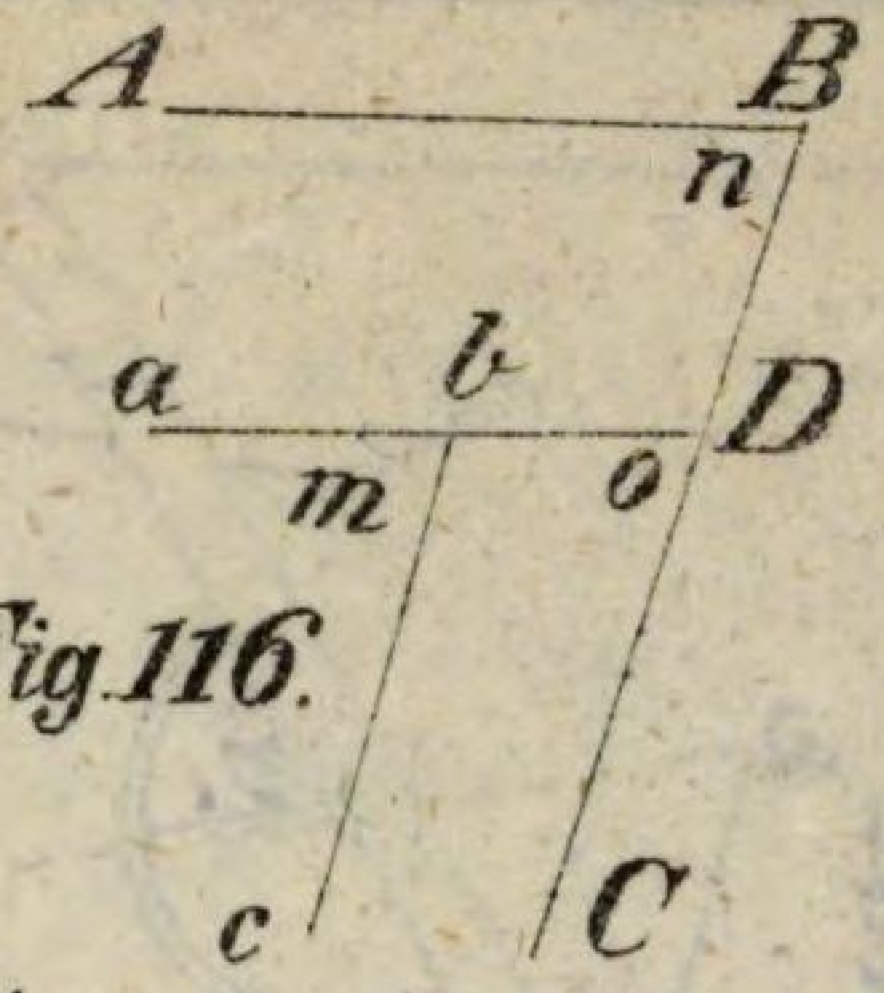


Fig. 116.

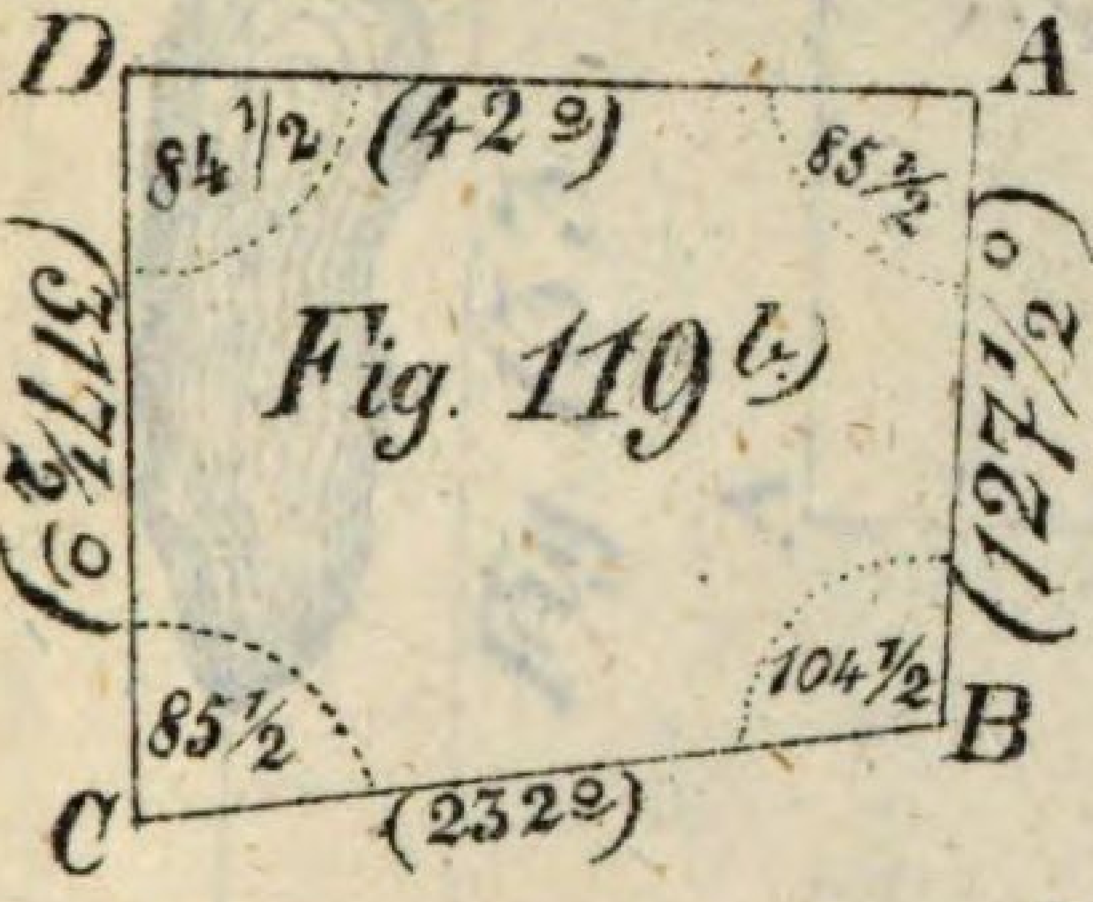


Fig. 119 b)

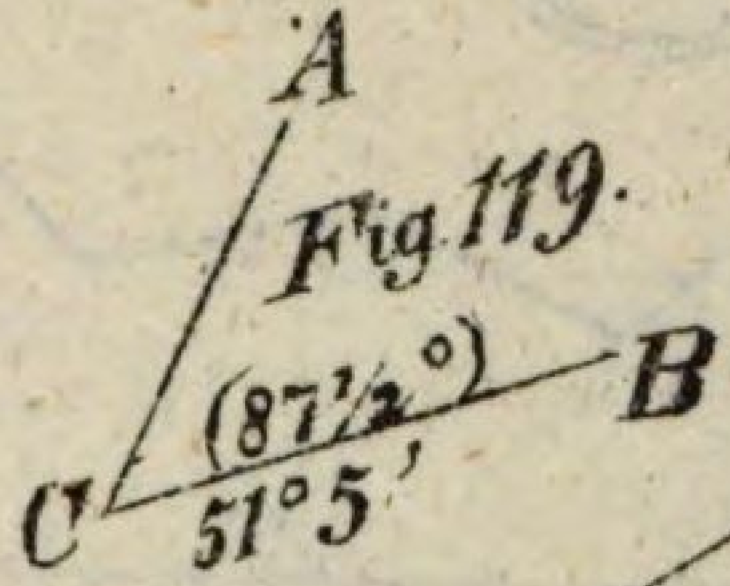


Fig. 119.

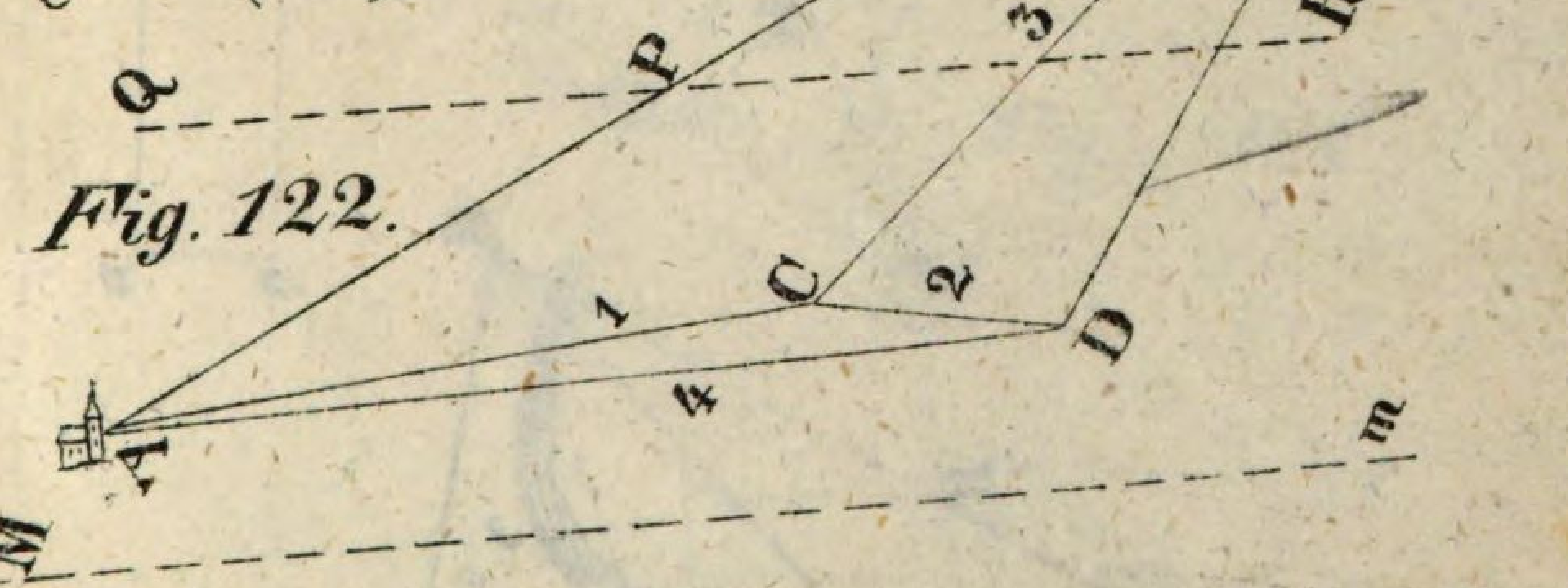


Fig. 122.

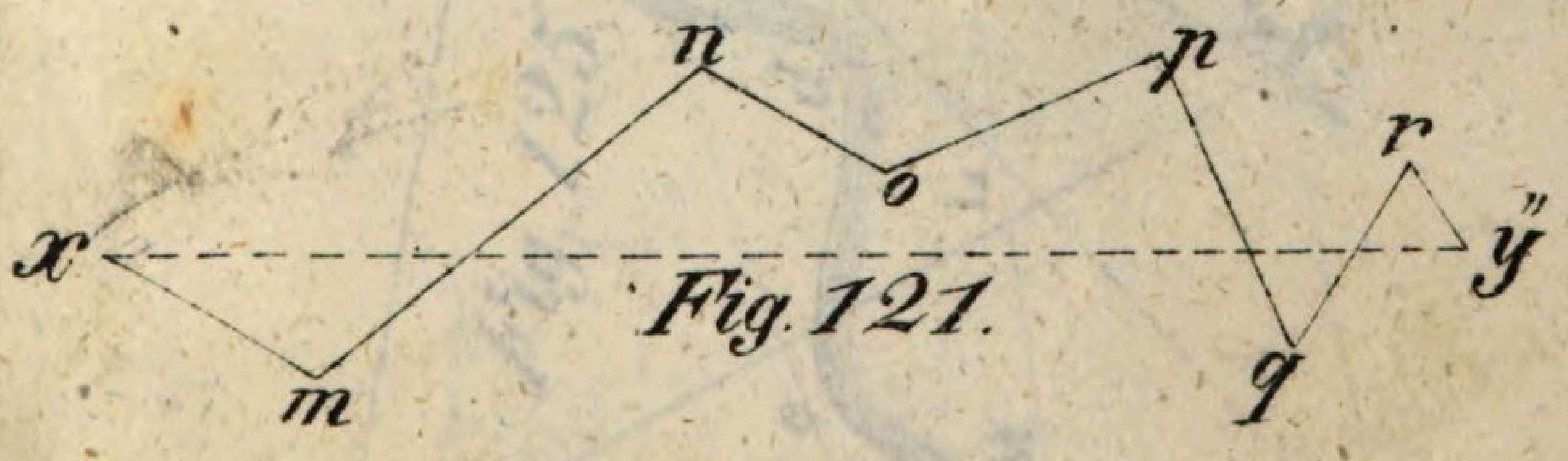


Fig. 121.

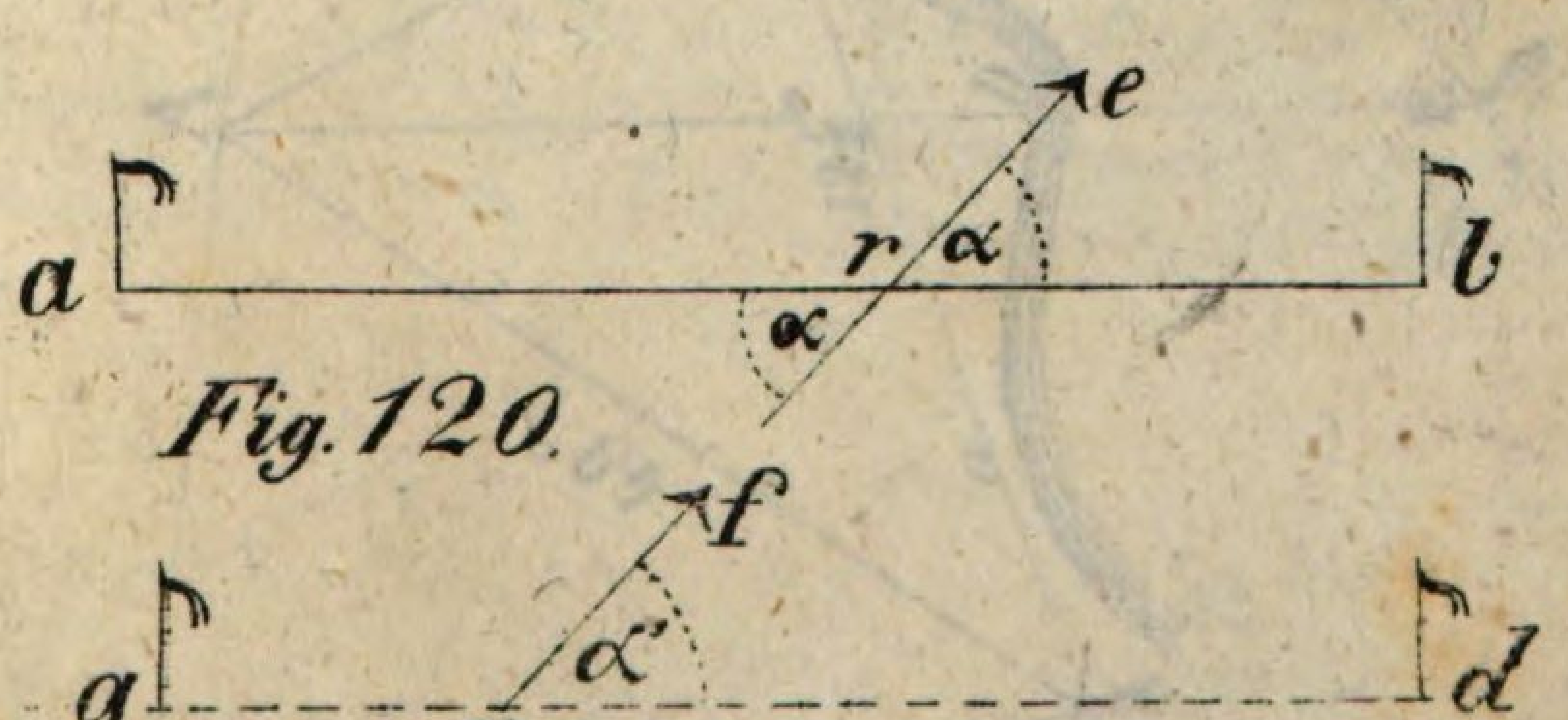


Fig. 120.

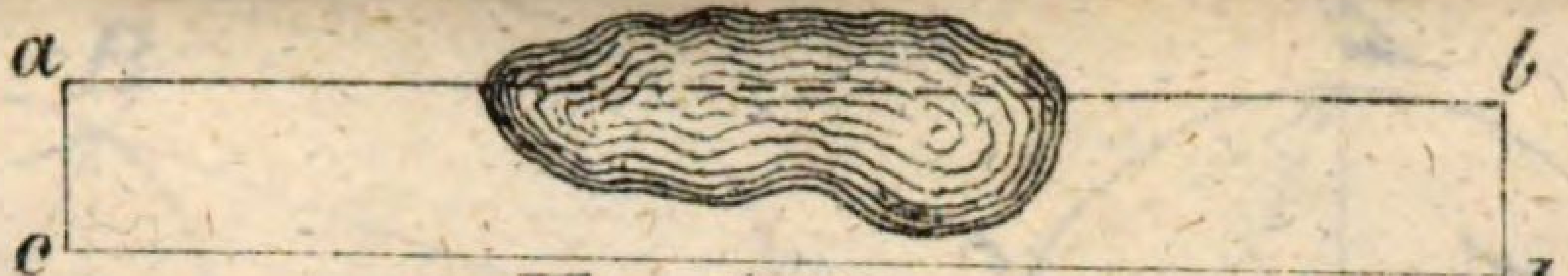


Fig. 133.

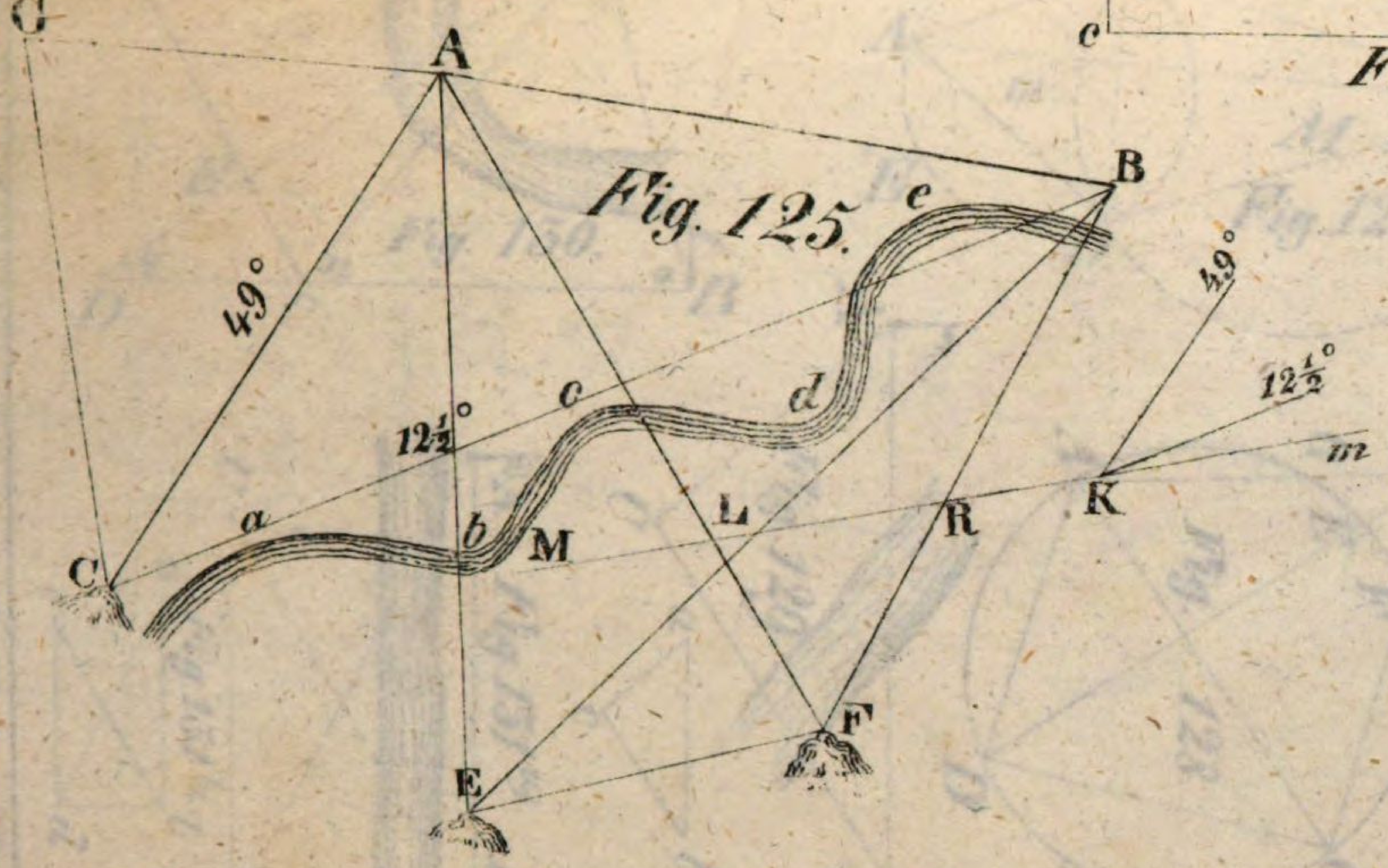


Fig. 125.

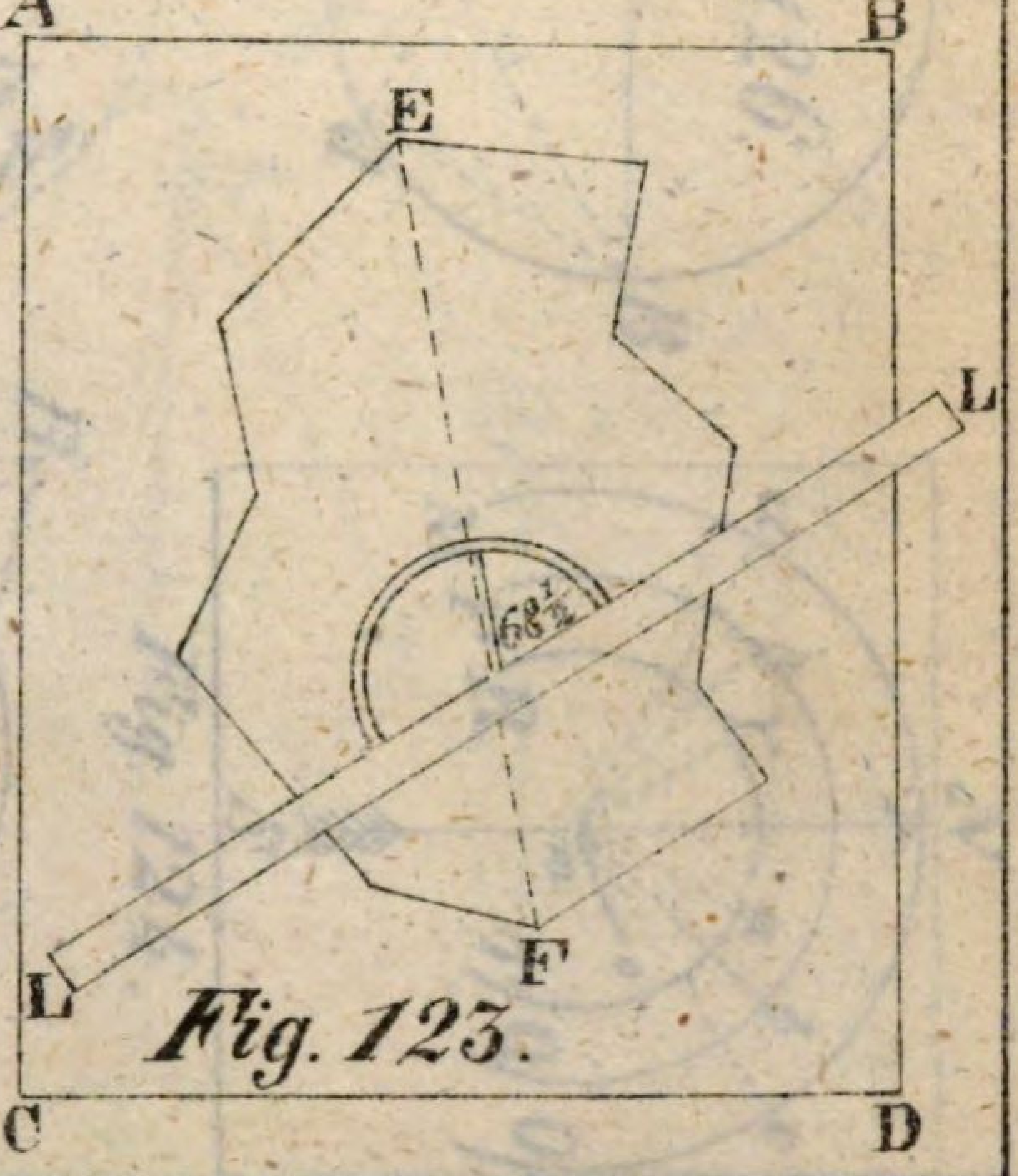



Fig. 123.


Fig. 126.
A
B
c
d
N
S
α
β
γ
a
b
c
o
m
M
P
R
T
Q
O
Fig. 124.
Fig. 127.
C
M
B
D
m
A
E
Fig. 128.
B
G
E
F
C
A
D
Fig. 129.
A
B
C
a
b
c
Fig. 130.
A
B
o
n
C
E
a
D
Fig. 131 a)
A
B
C
D
Fig. 131 b)
a
b
c
d

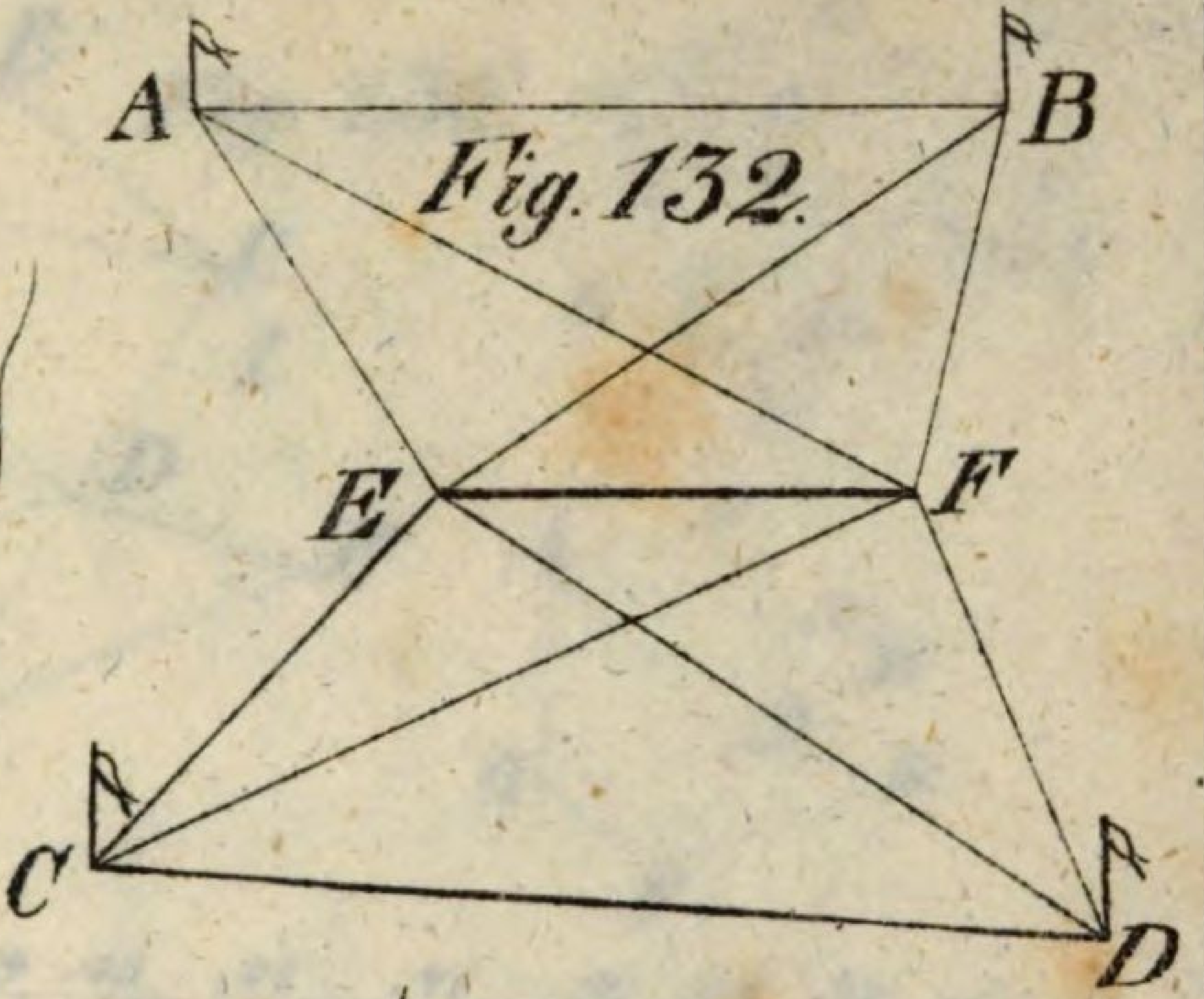


Fig. 132.

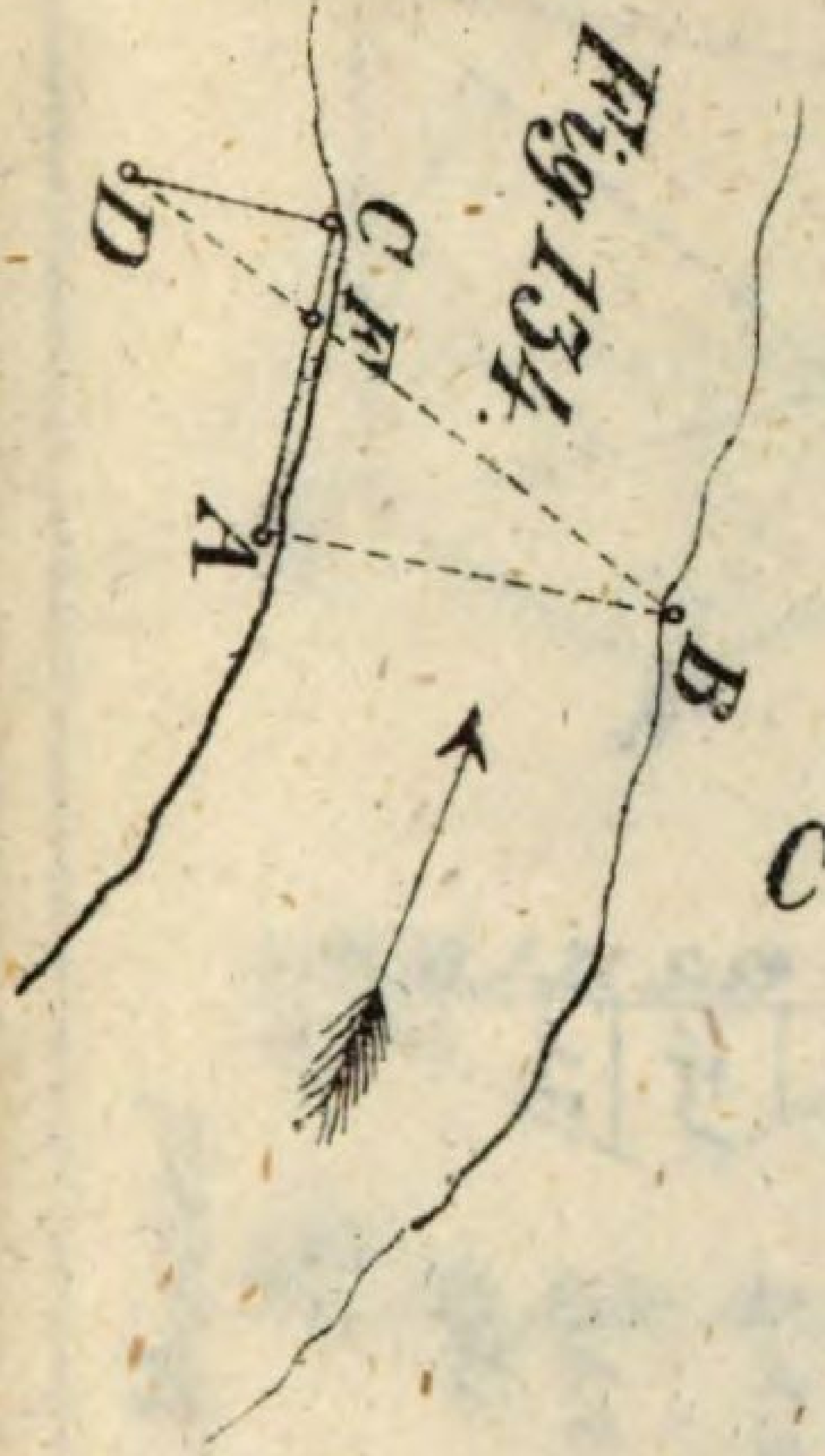


Fig. 134.

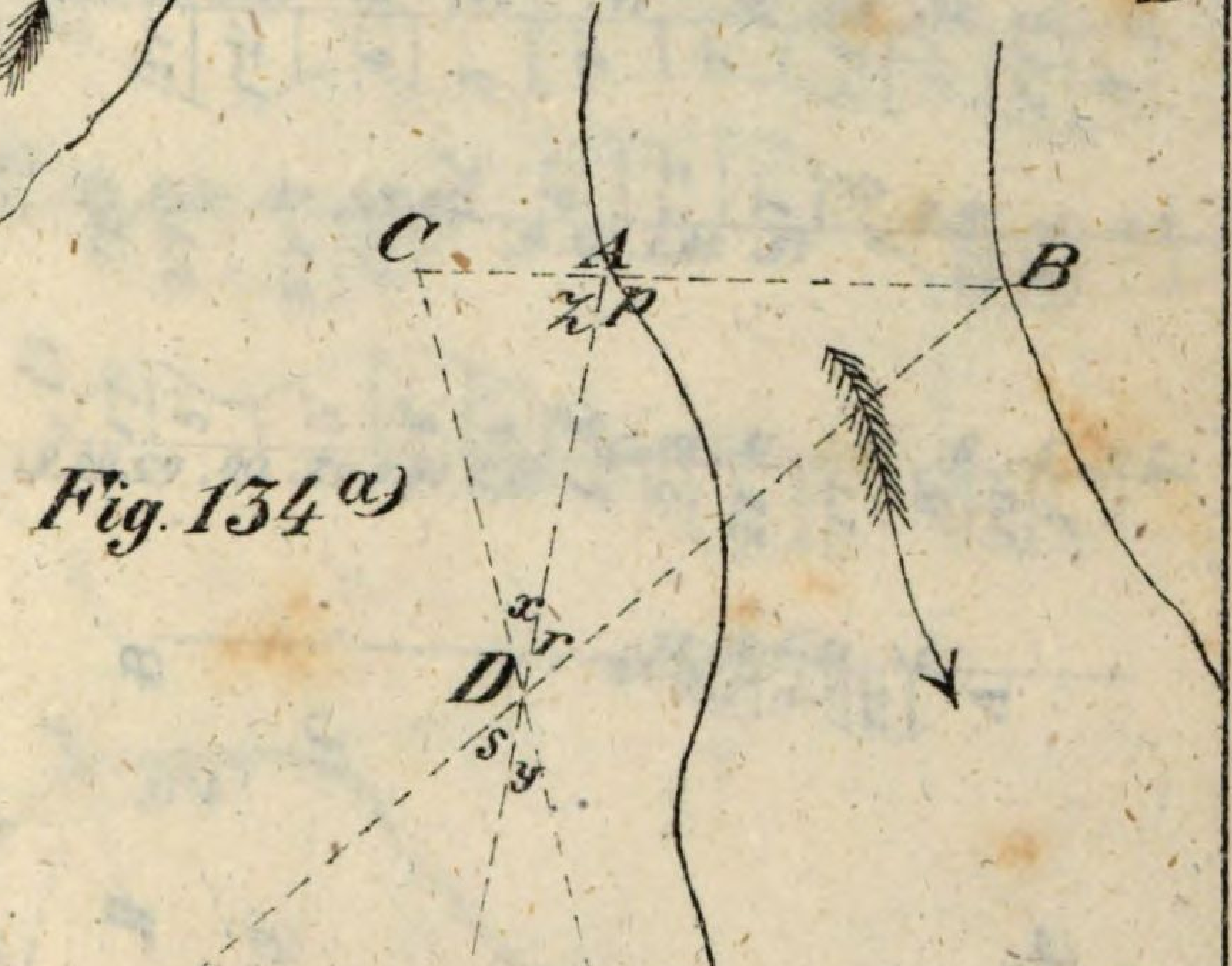


Fig. 134 a)

Fig. 135.

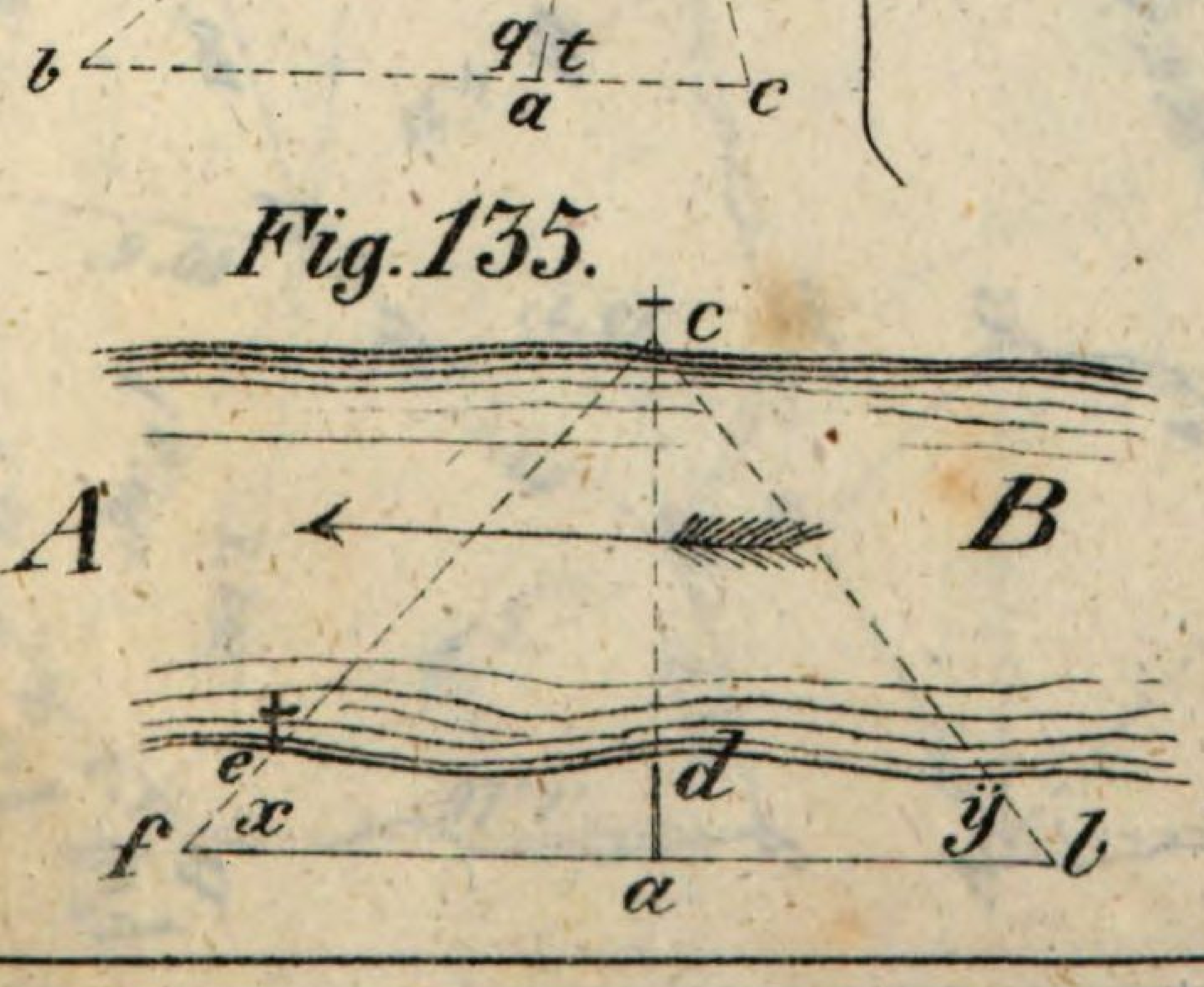


Fig. 136. Manual.

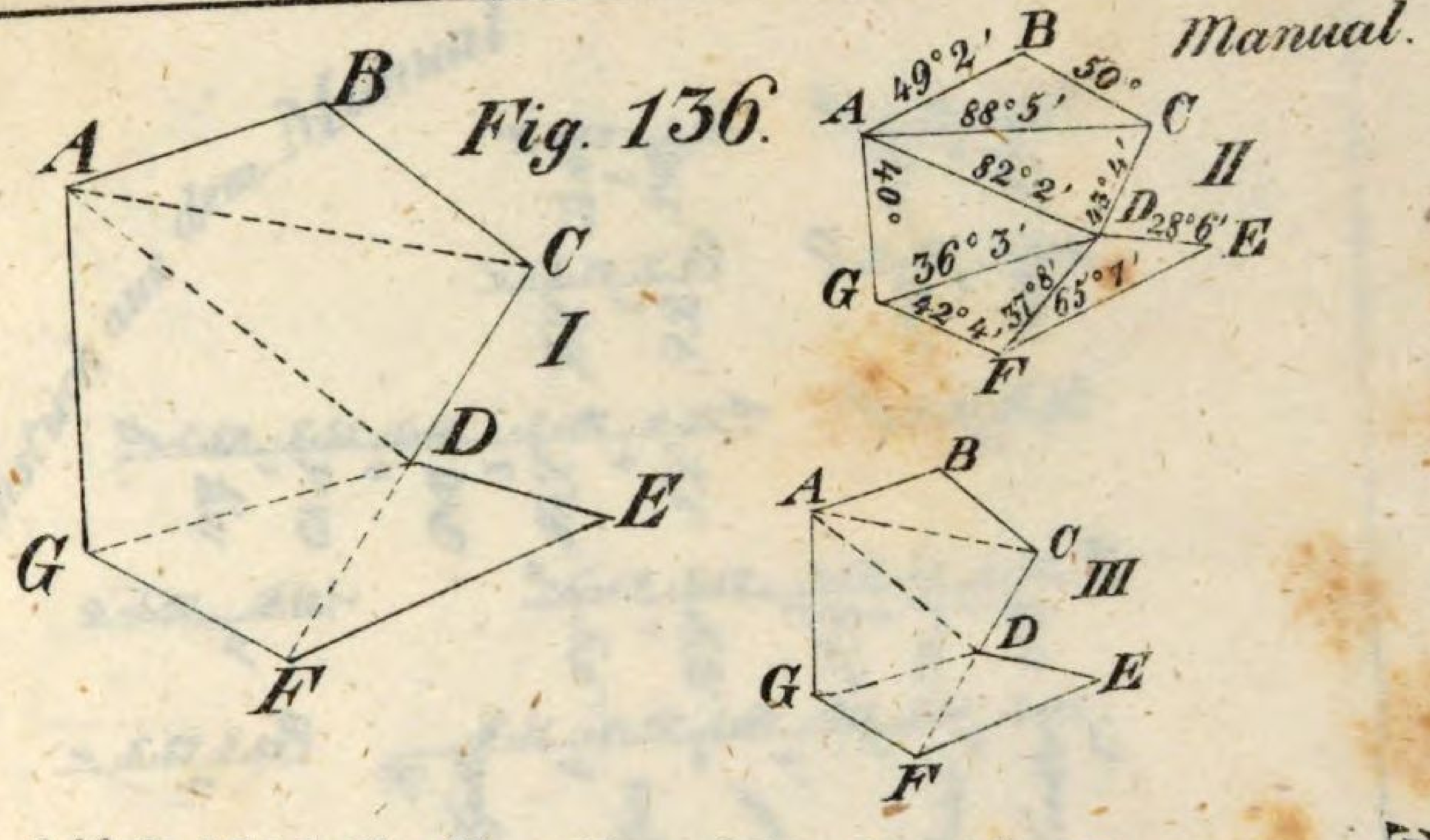


Fig. 157. Manual.

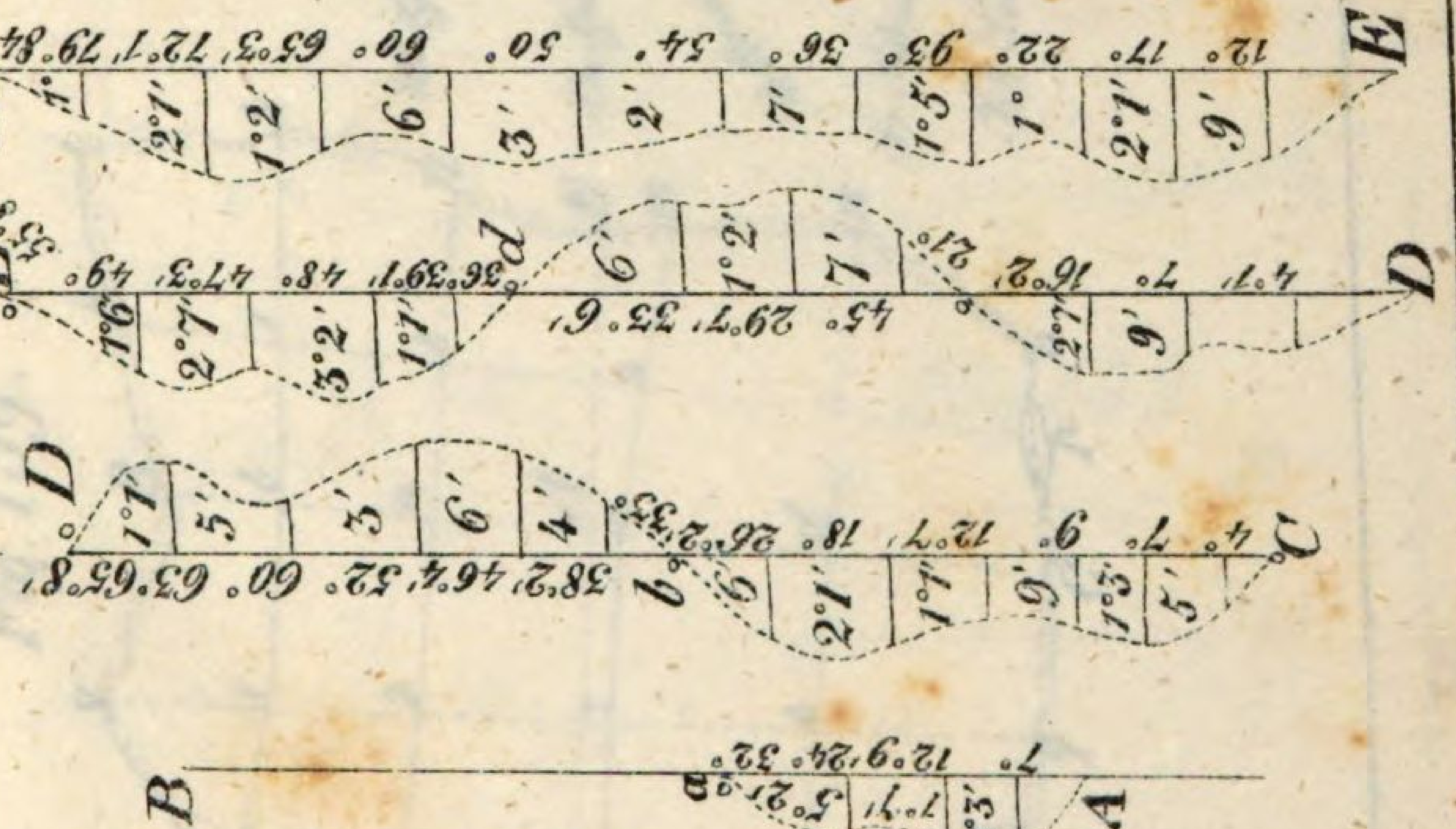
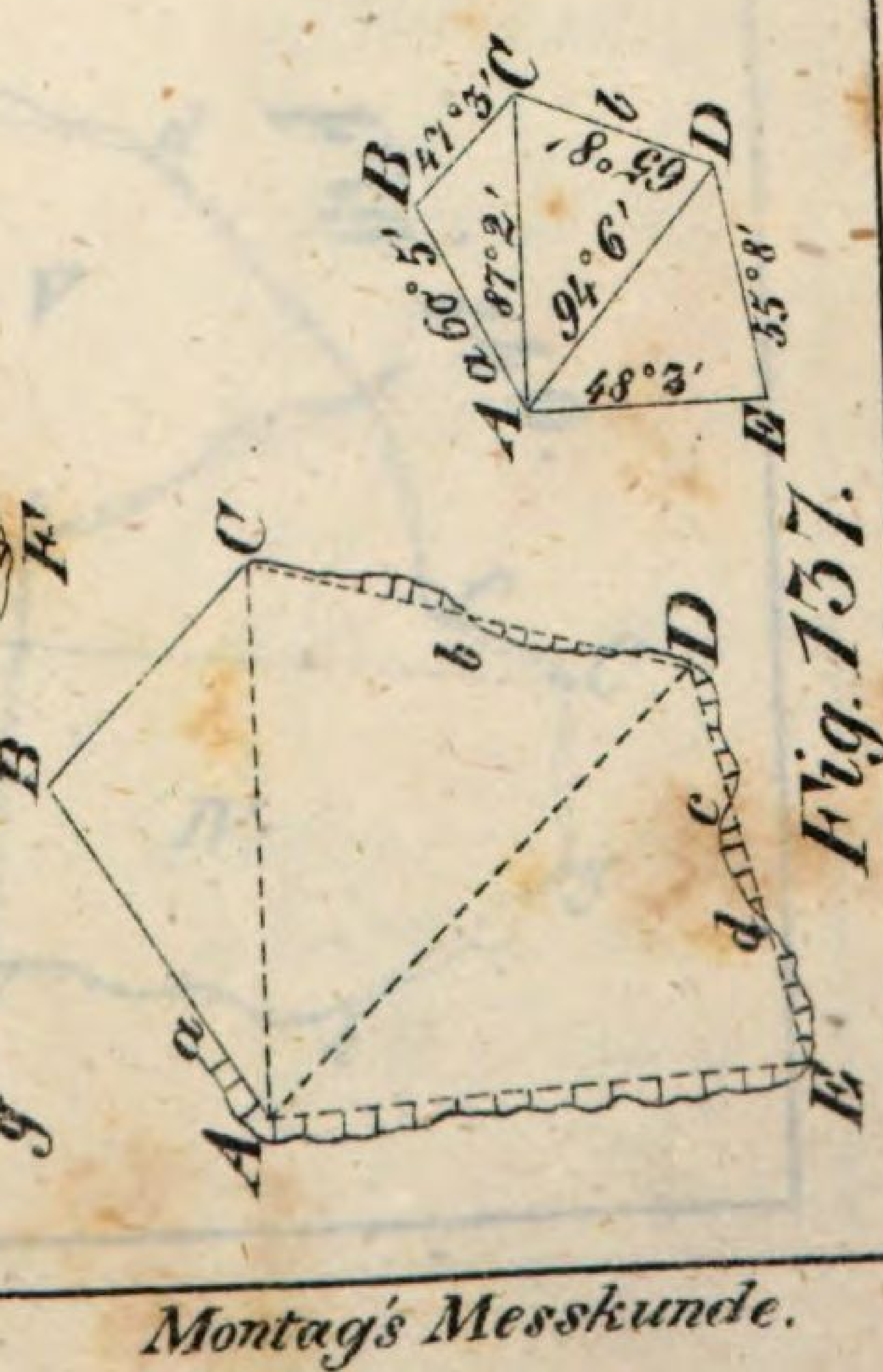


Fig. 138.



Fig. 157.



Bruchstück aus dem Manual.



Fig. 139.



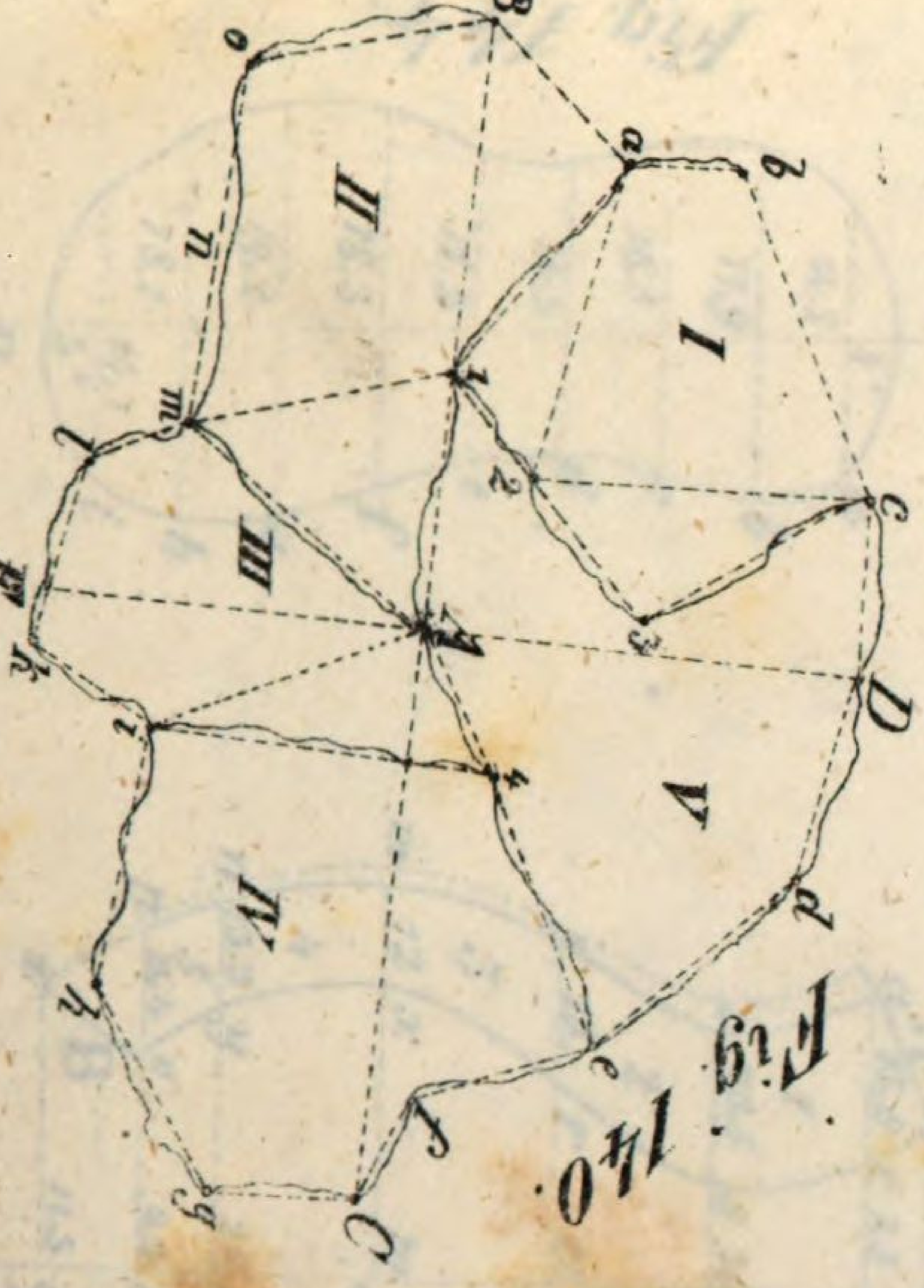


Fig. 140.

Fig. 142.



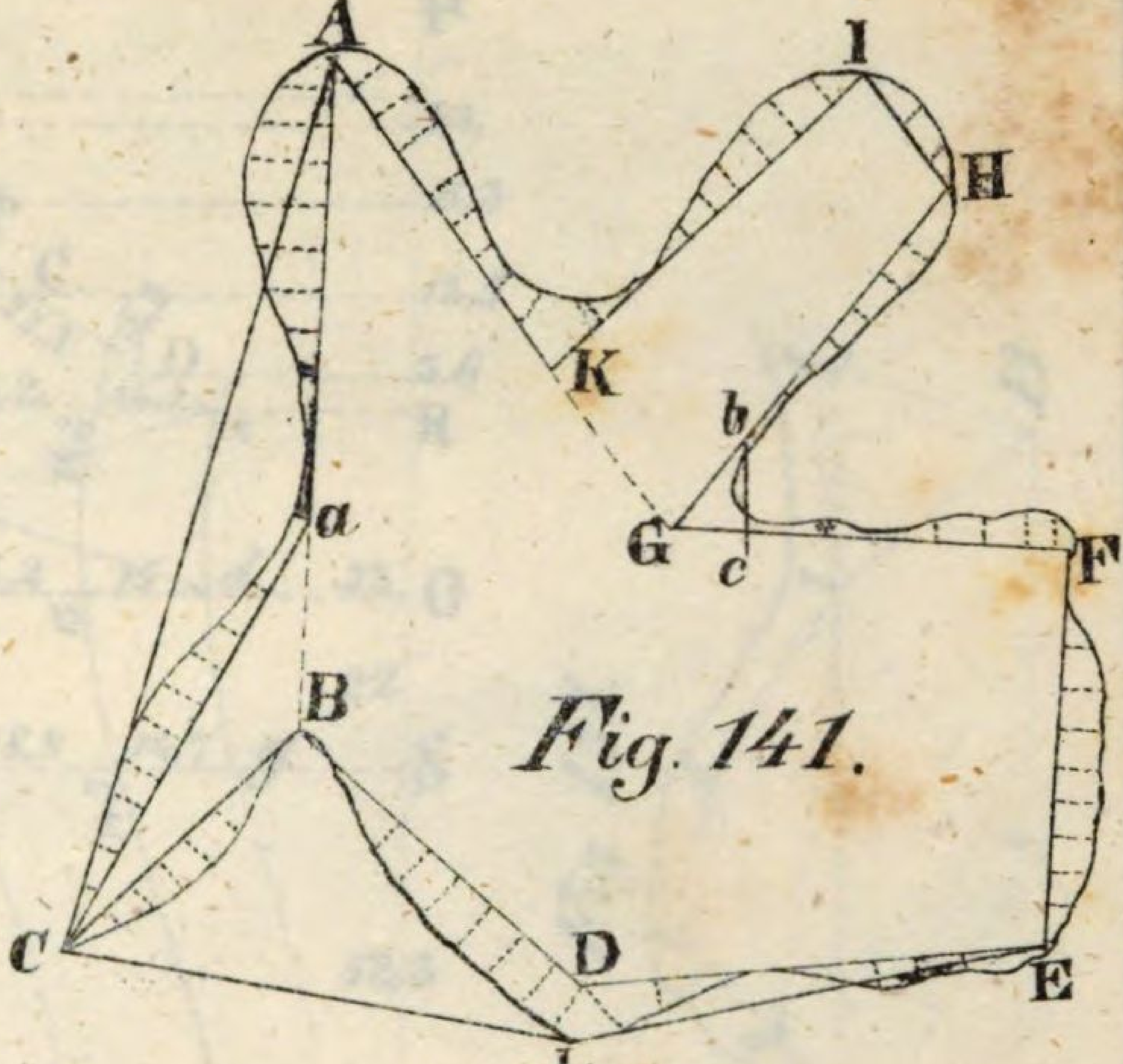


Fig. 141.

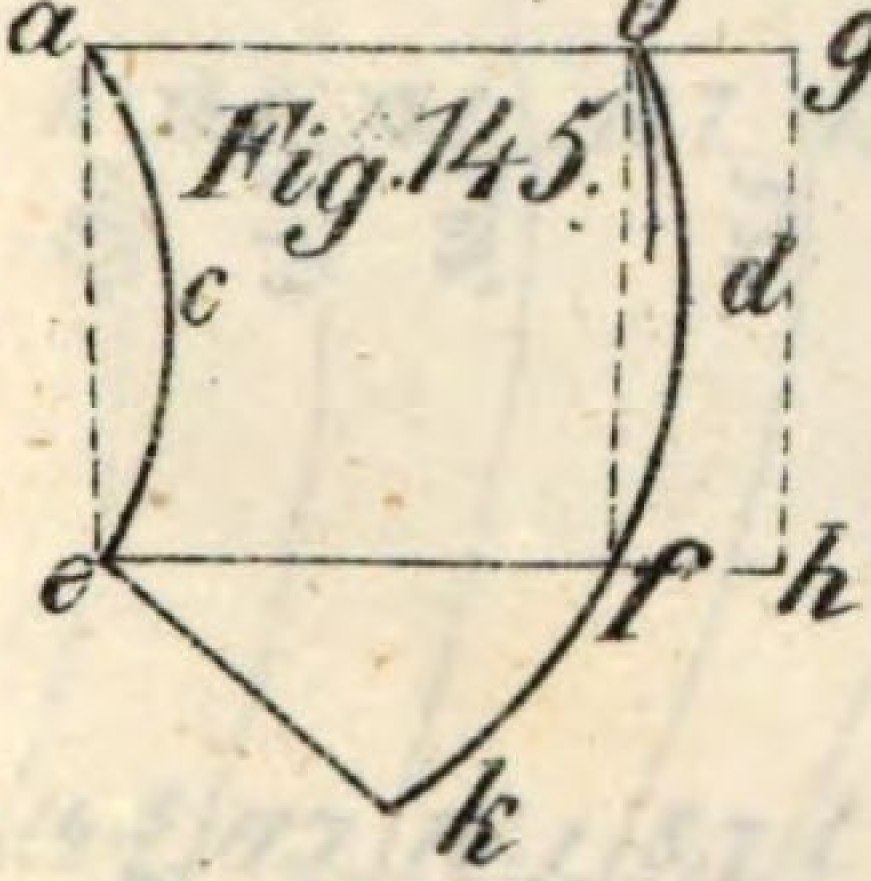


Fig. 145.

Fig. 148.

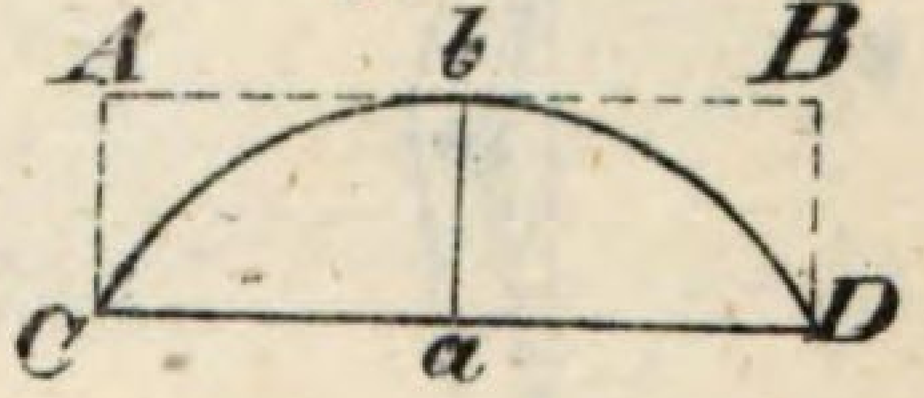


Fig. 144.

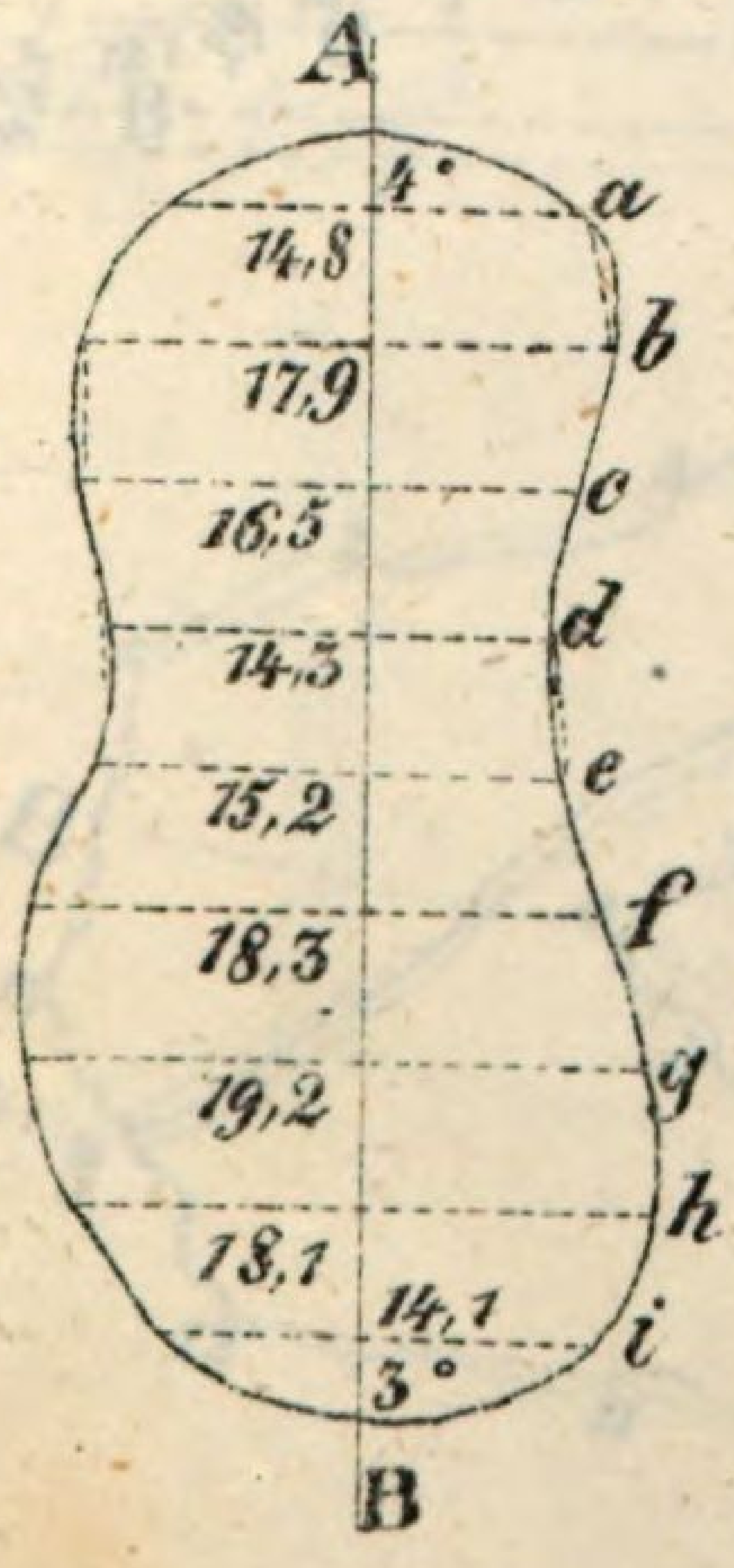


Fig. 146.



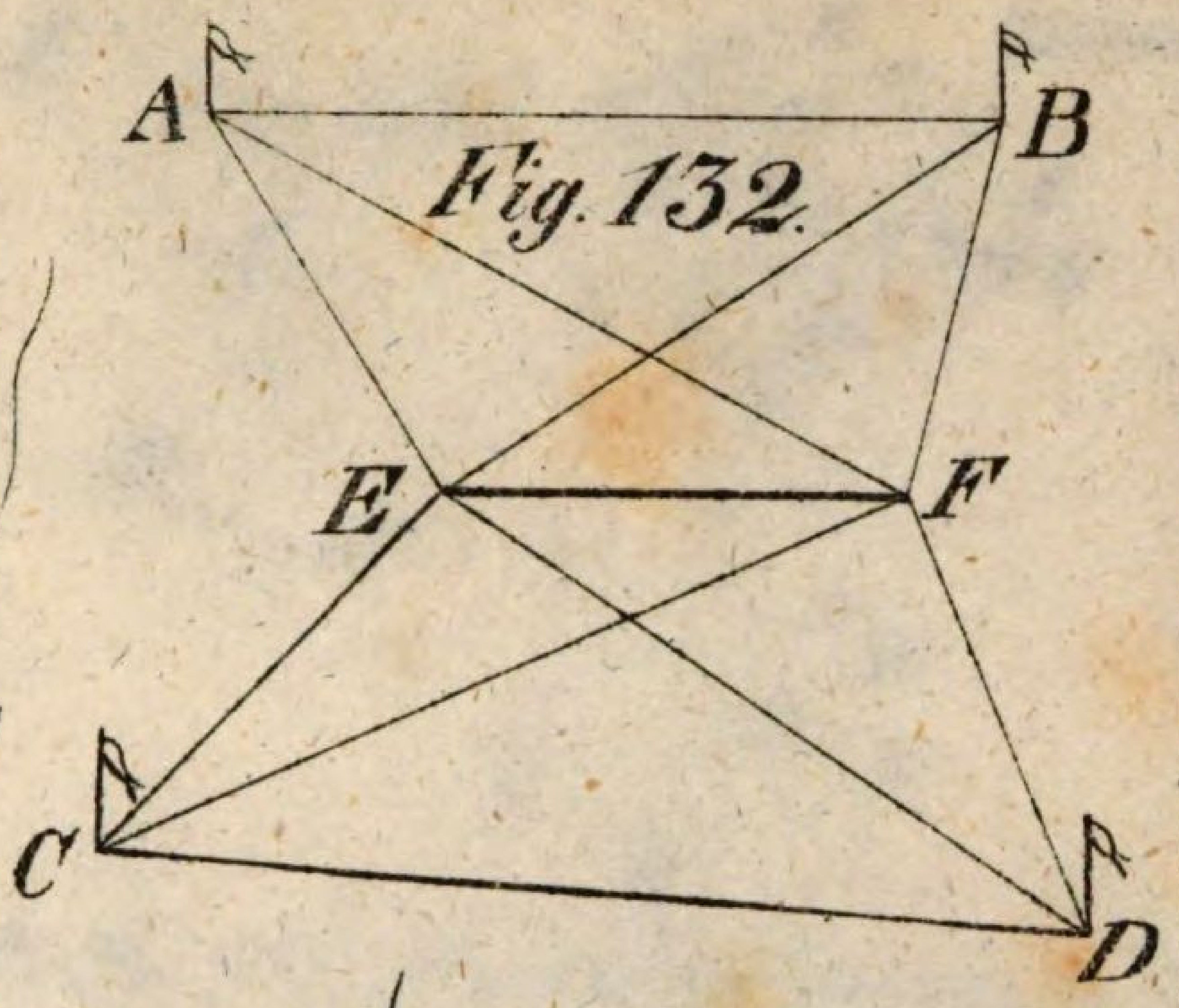


Fig. 132.

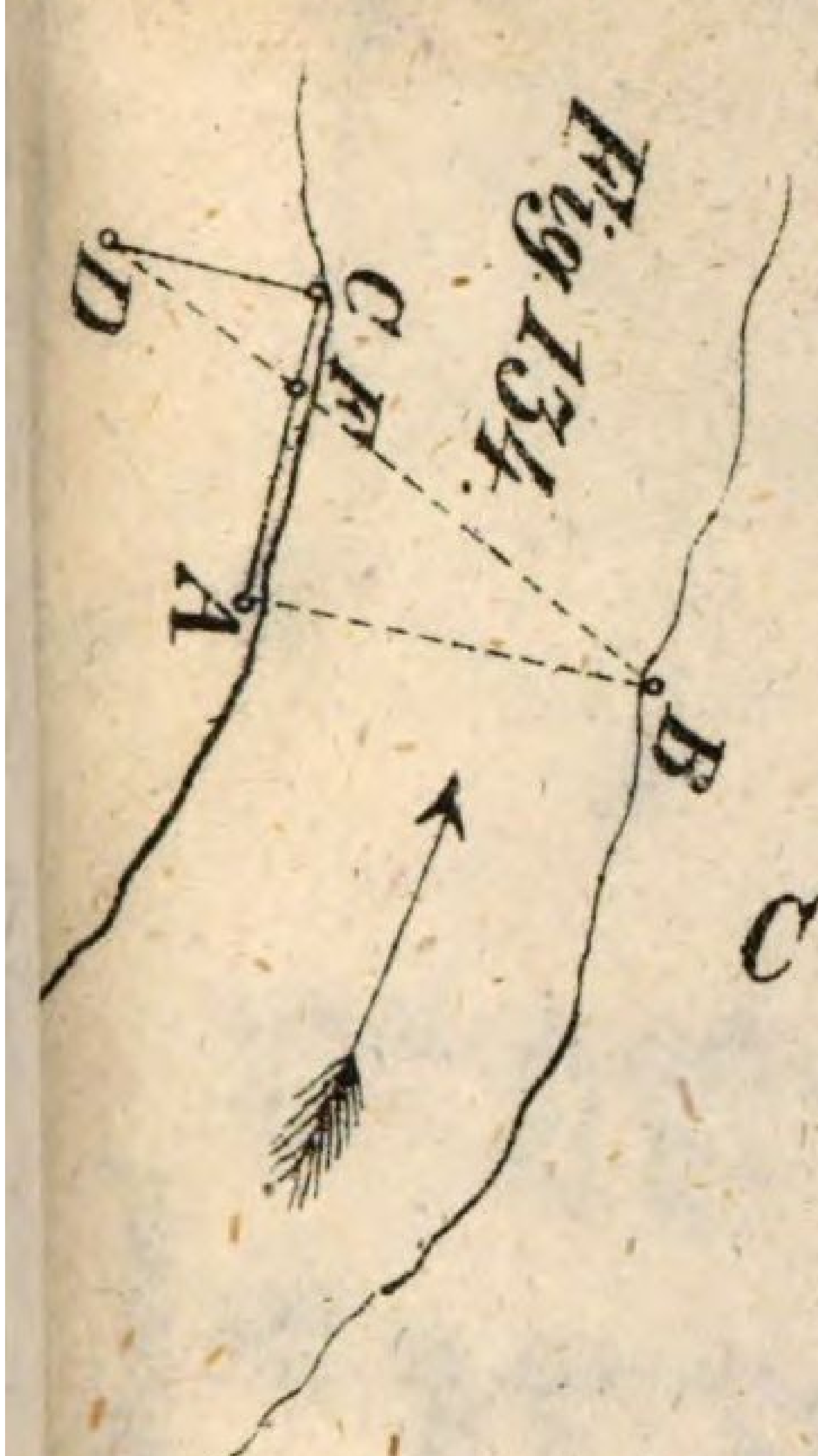


Fig. 134.

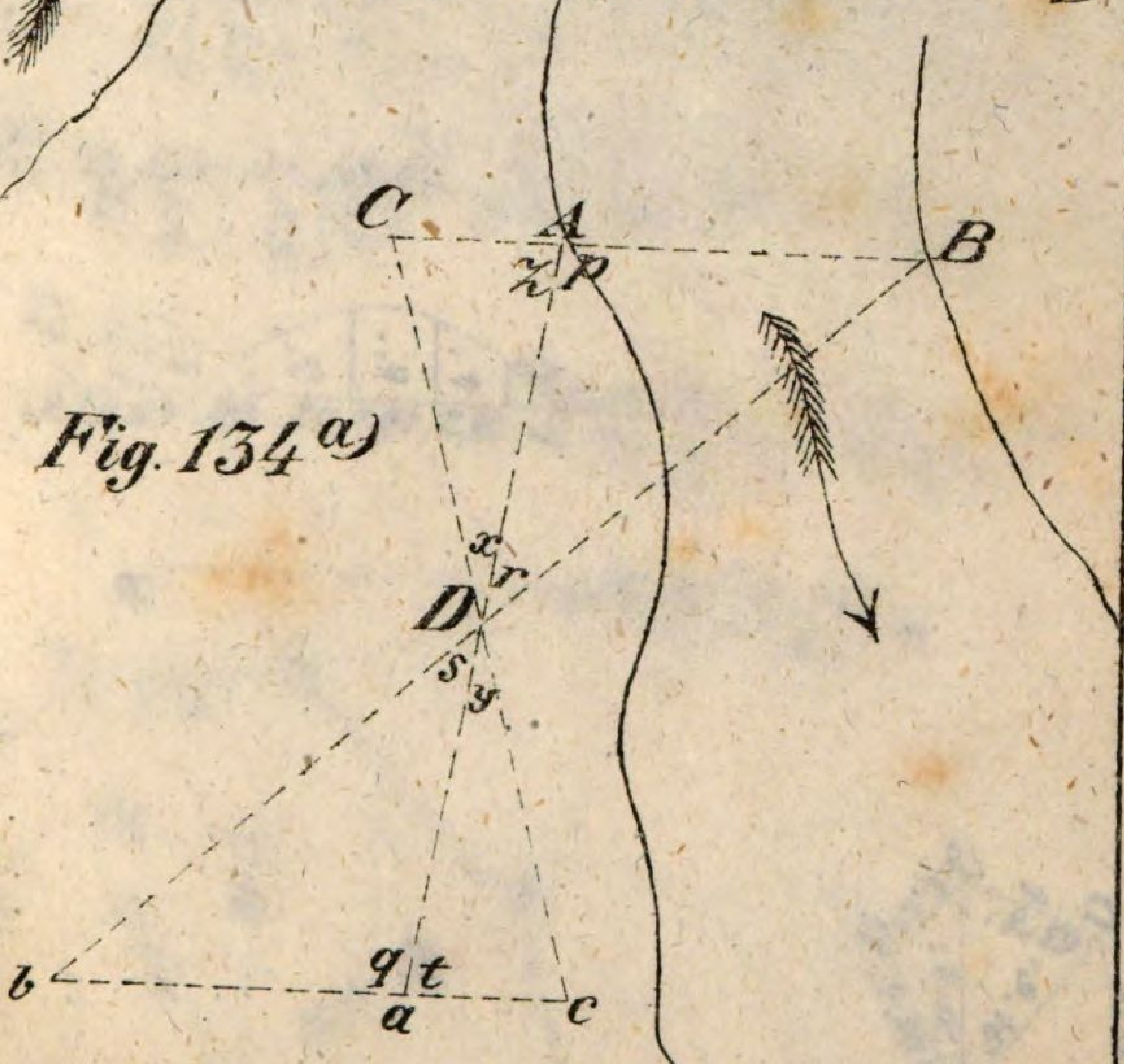
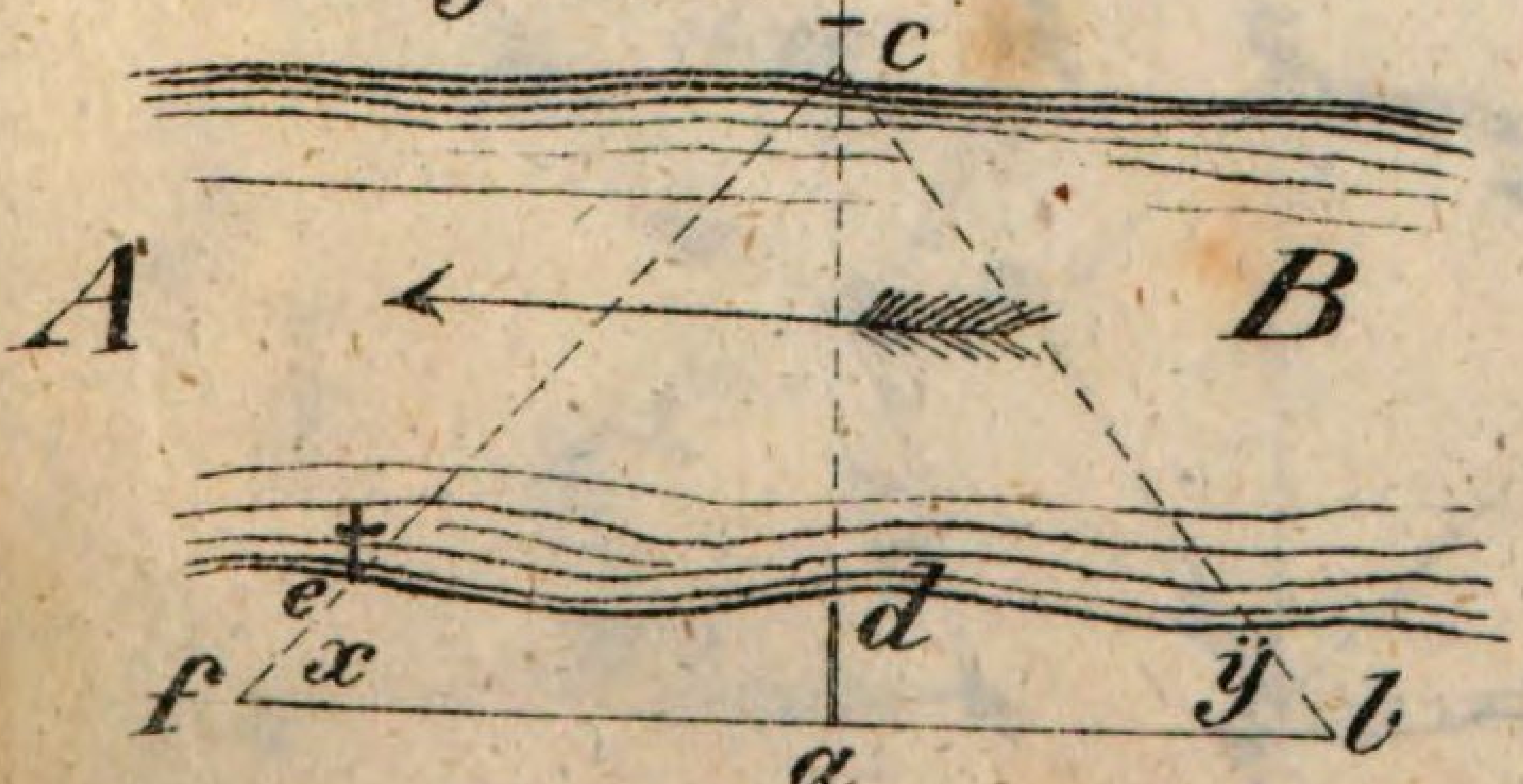


Fig. 134 a)

Fig. 135.



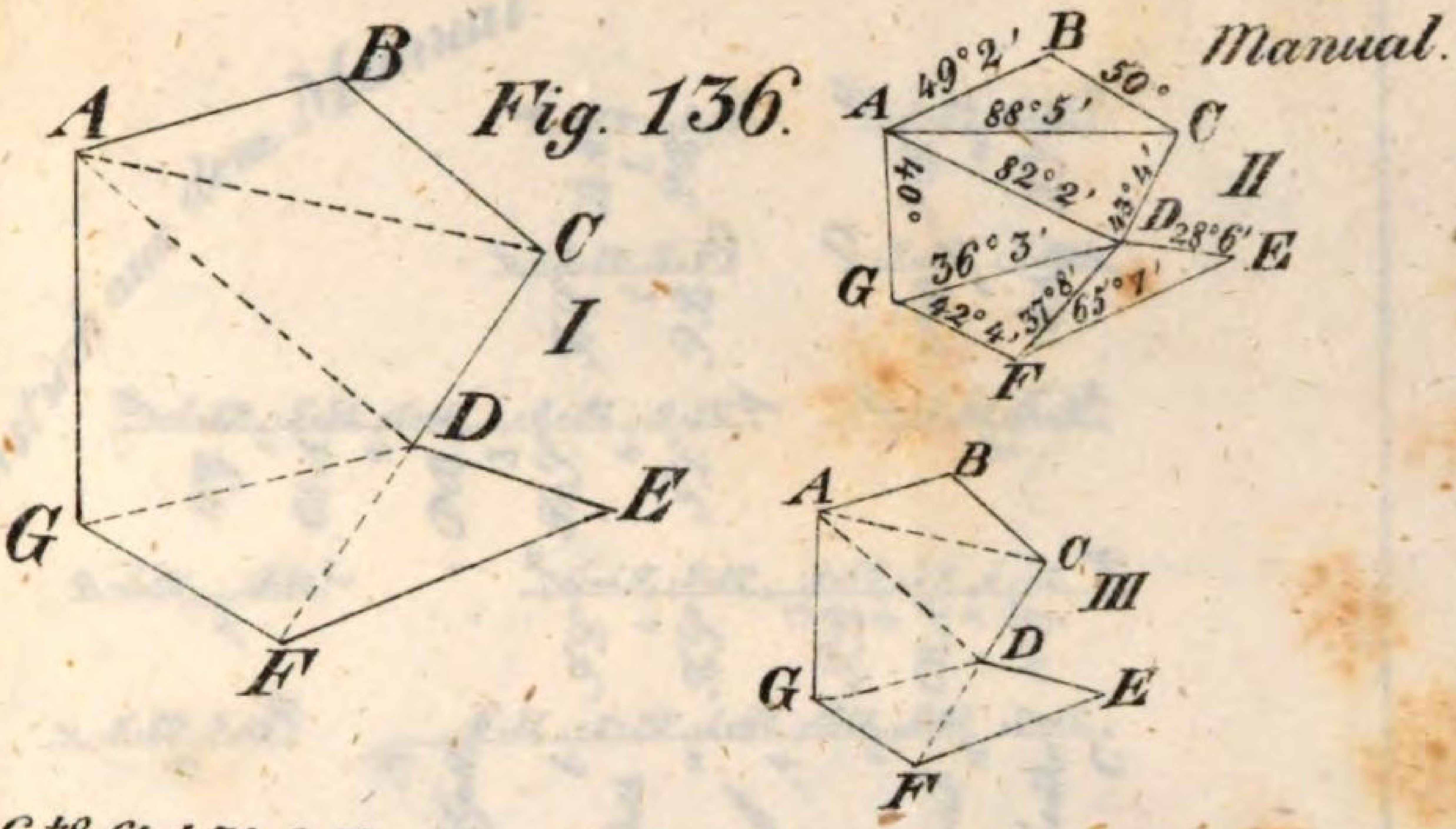


Fig. 136.

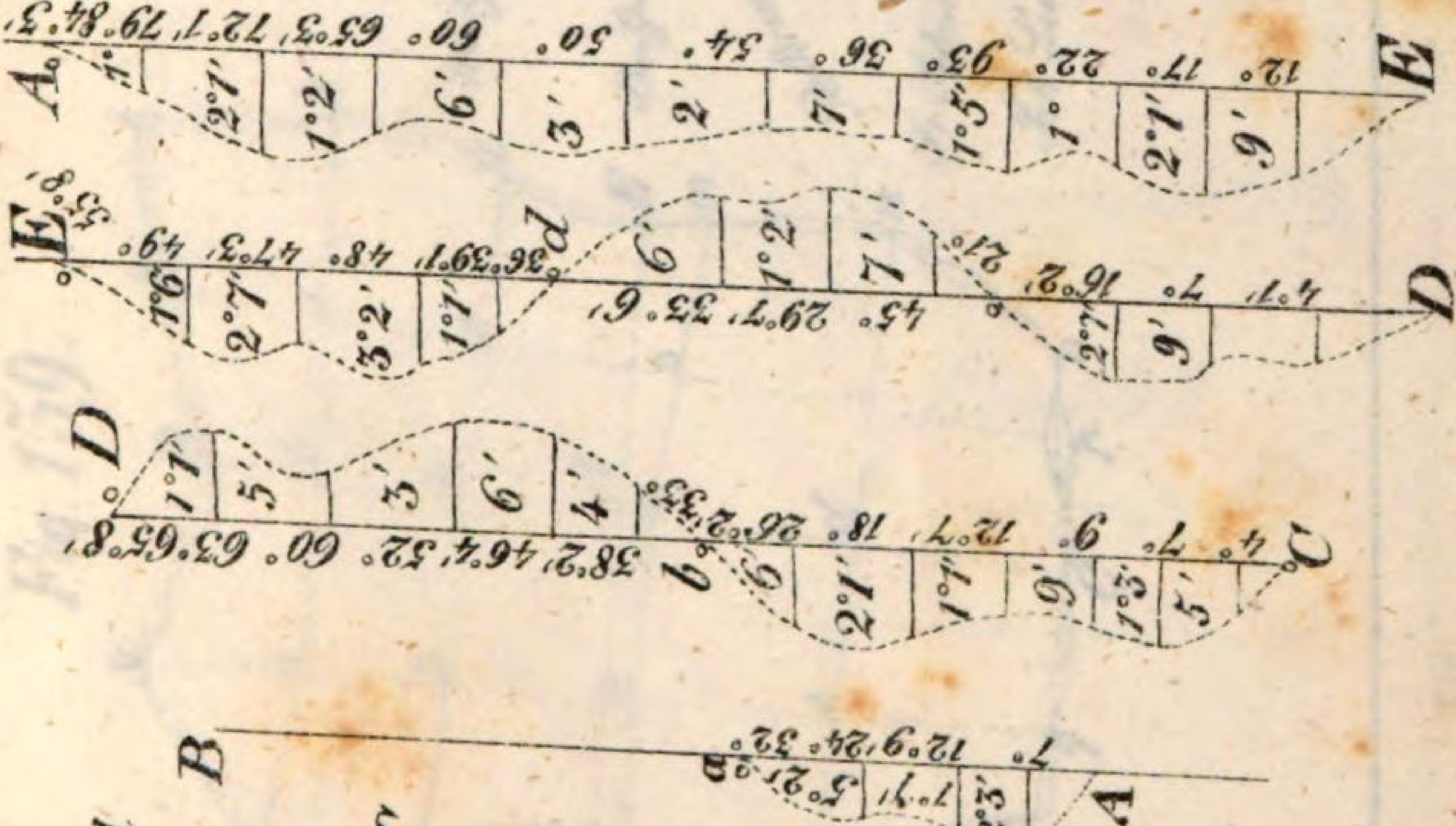


Fig. 137.

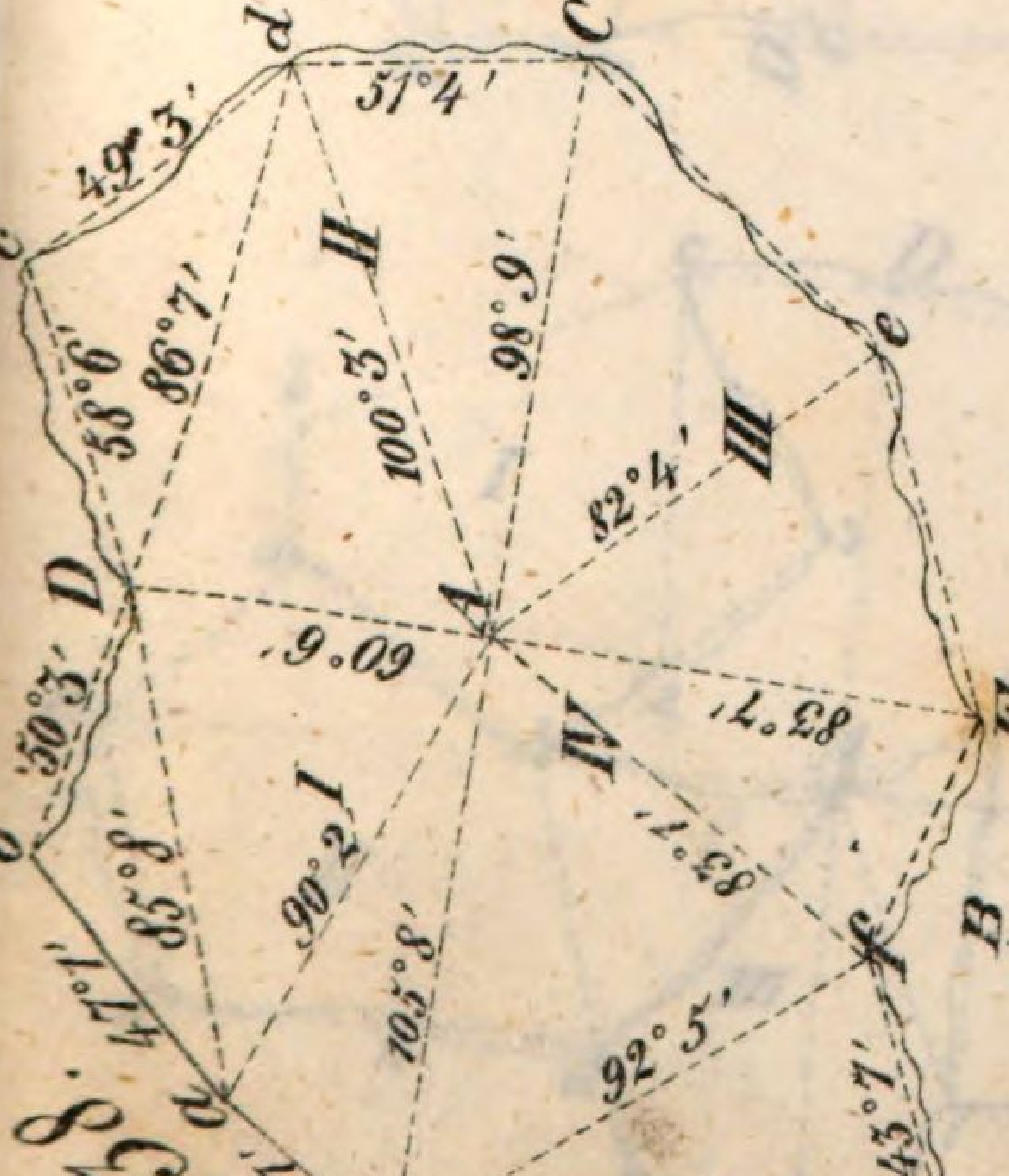


Fig. 138.



Fig. 137.

Bruchstück aus dem Manual.



Fig. 139.



Fig. 140.

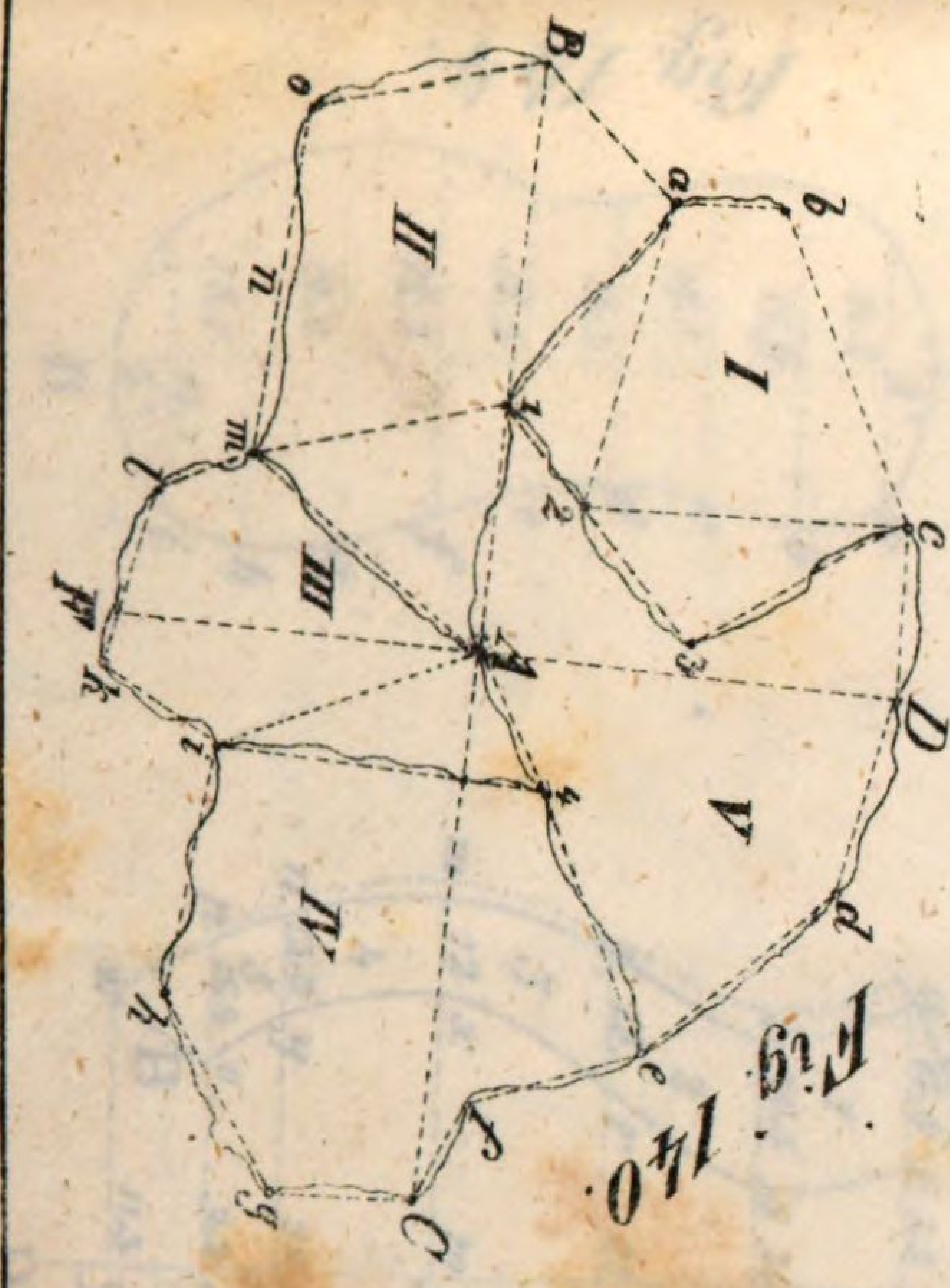




Fig. 142.

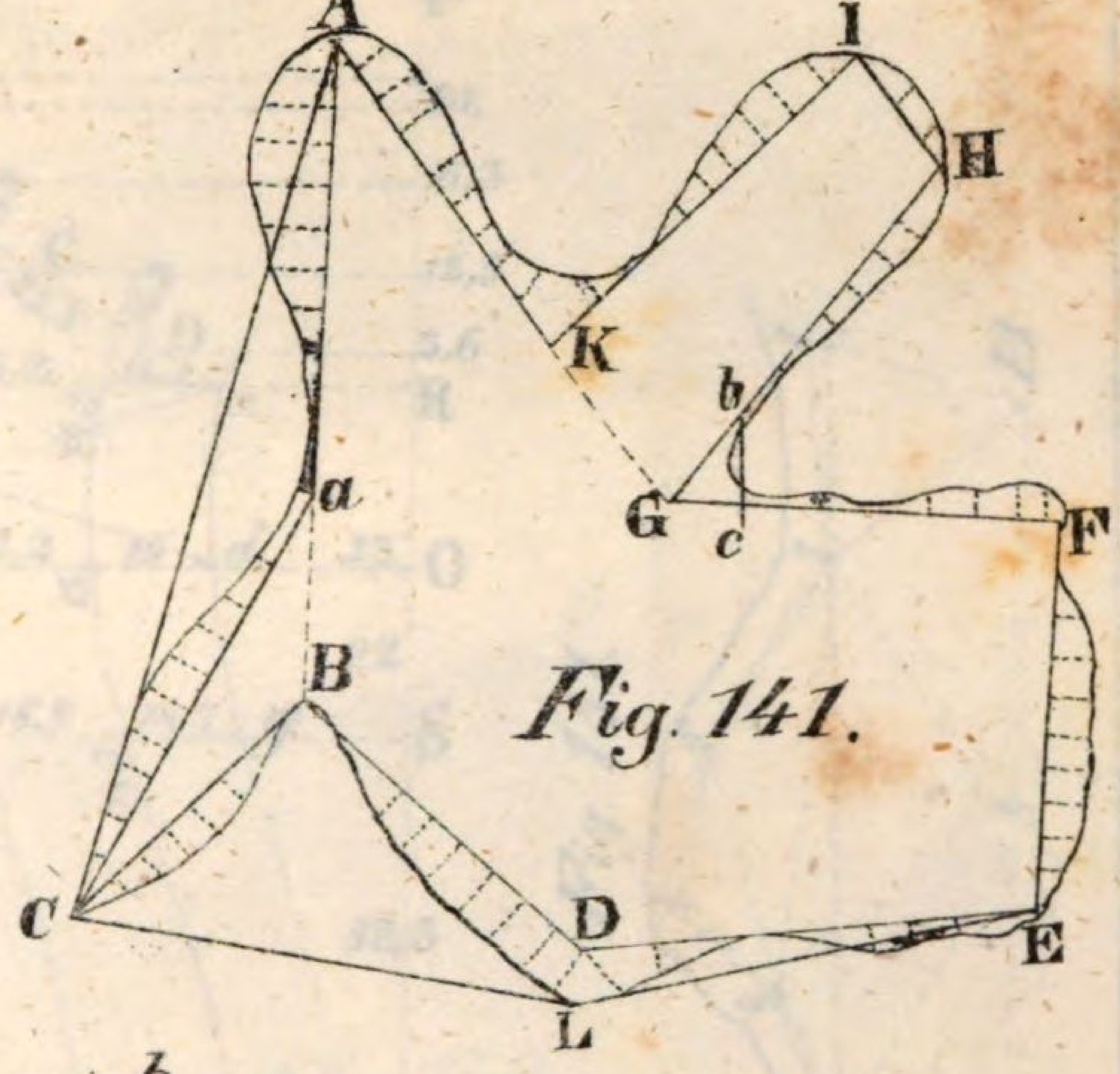


Fig. 141.

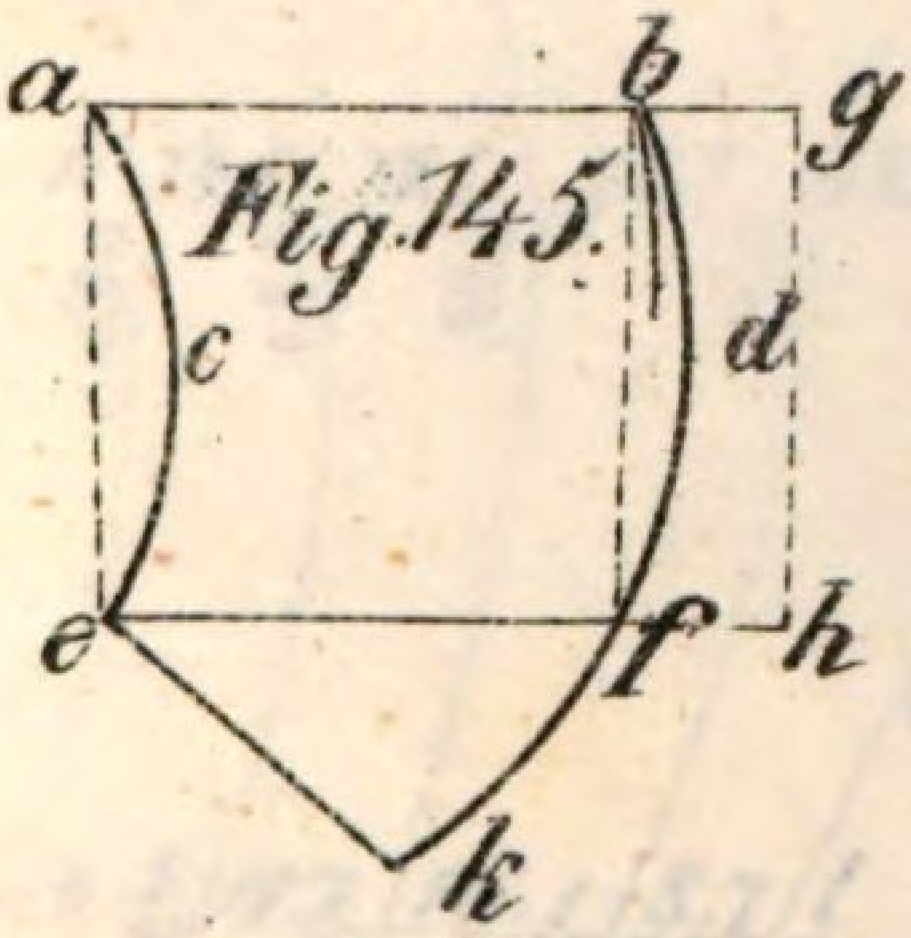


Fig. 145.

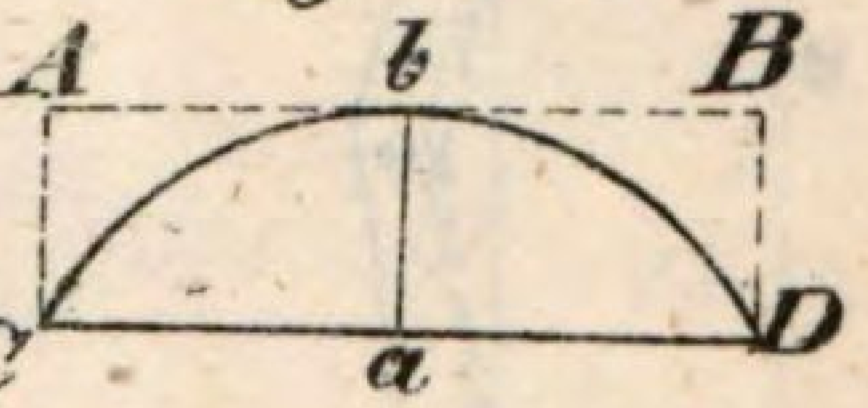


Fig. 148.

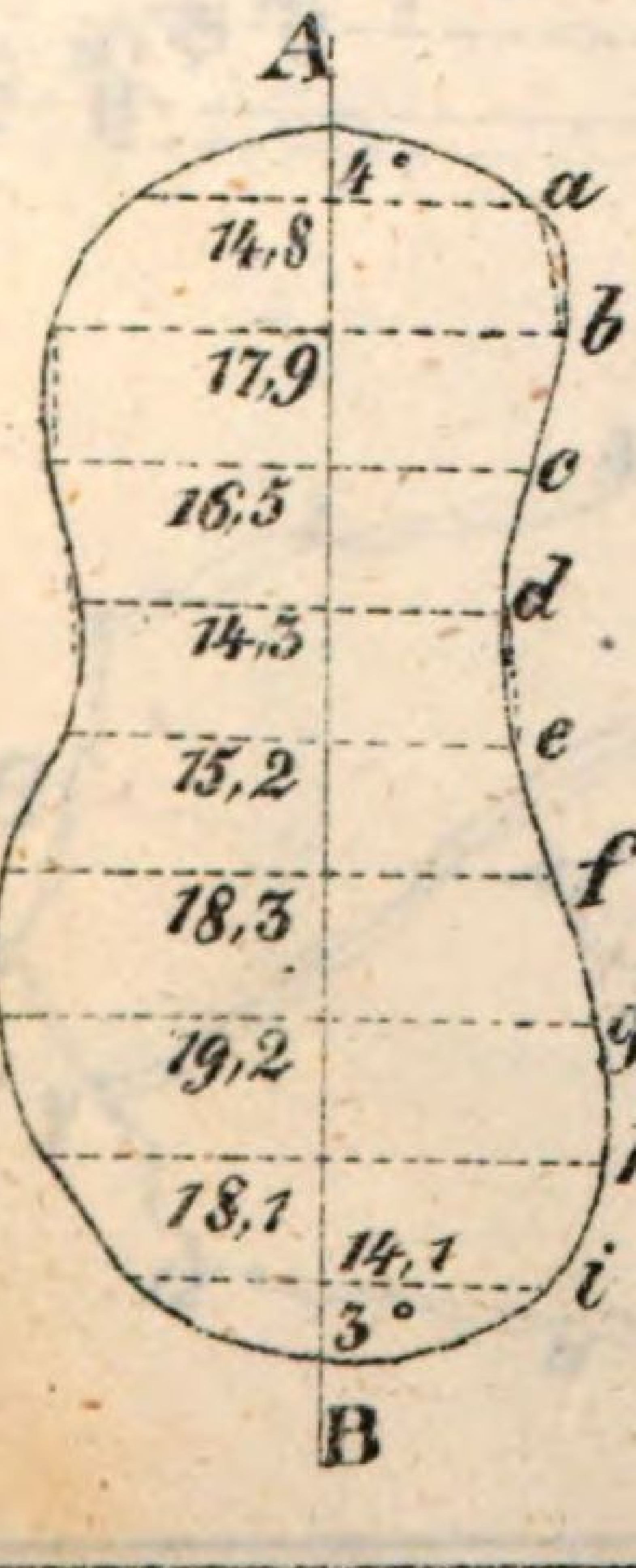


Fig. 144.

Fig. 146.





Fig. 147.

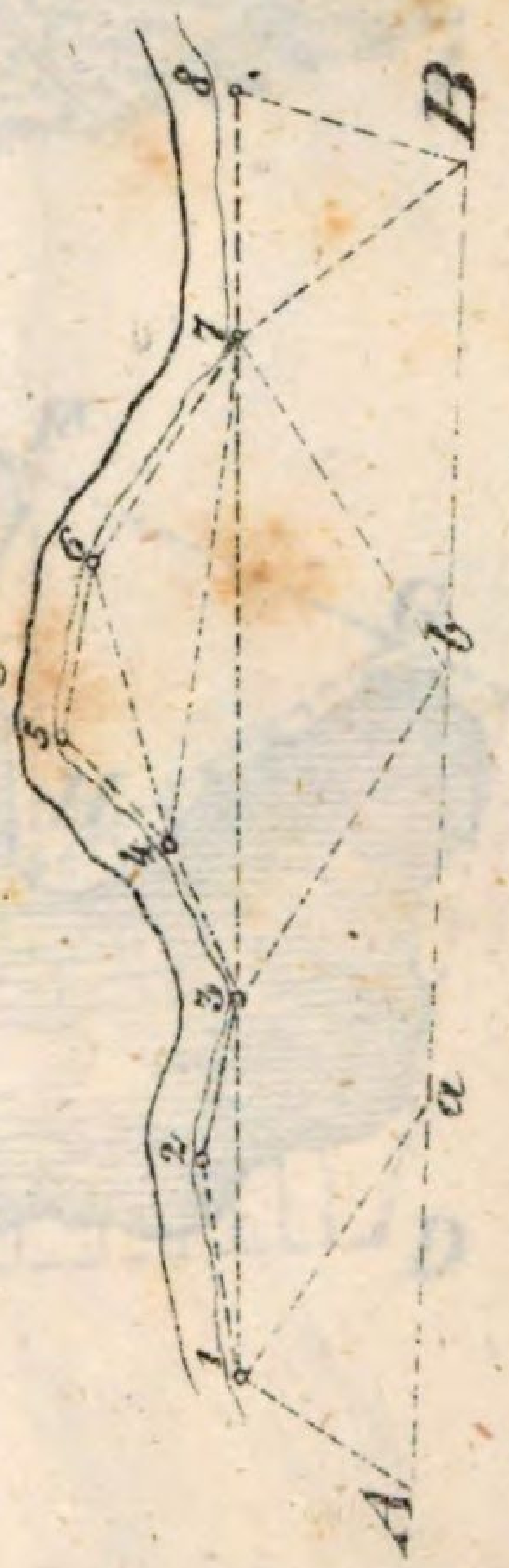


Fig. 151.



Fig. 148.

Fig. 149.



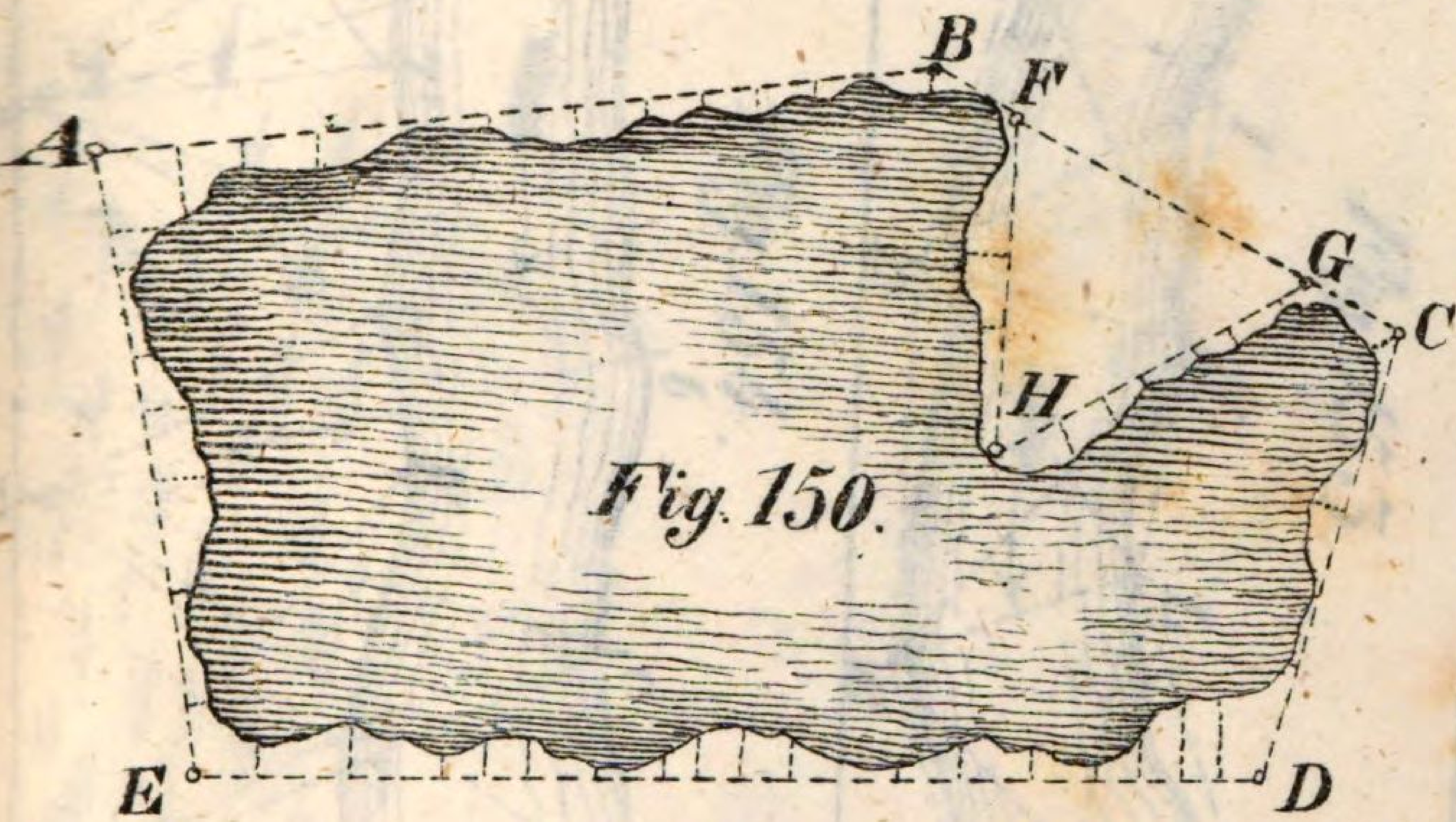
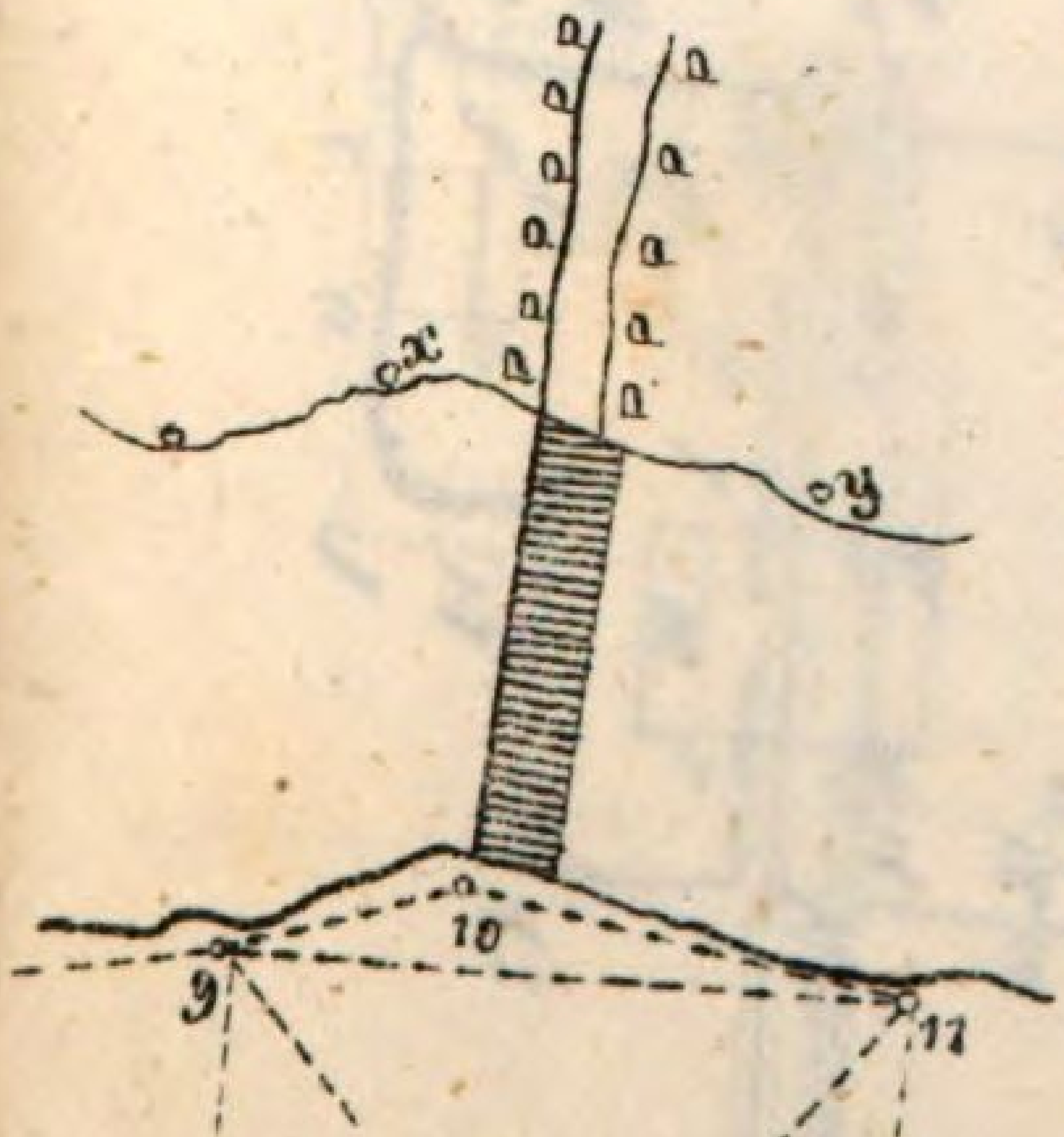


Fig. 150.

Fig. 156.



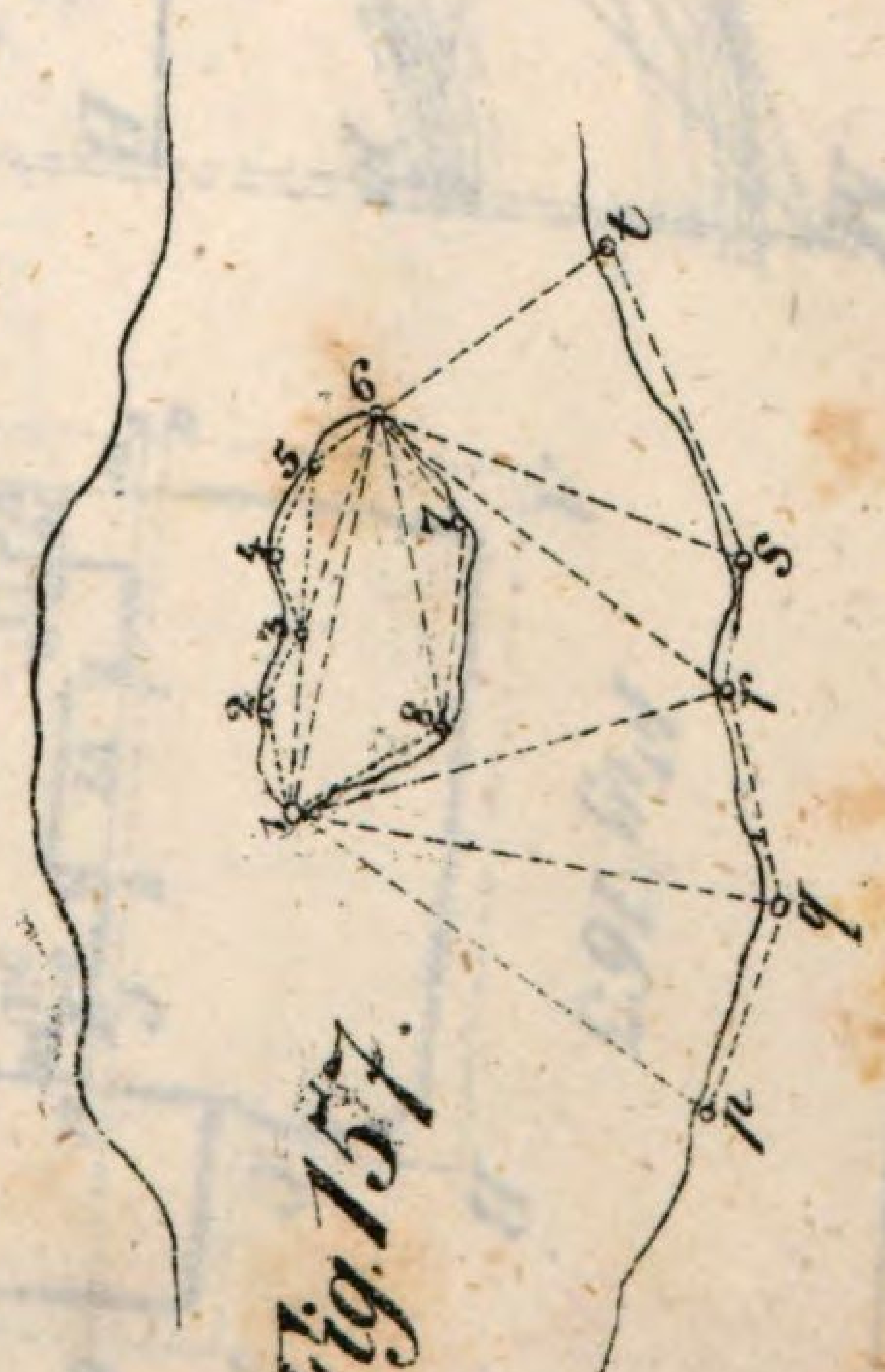


Fig. 157.

Fig. 153.

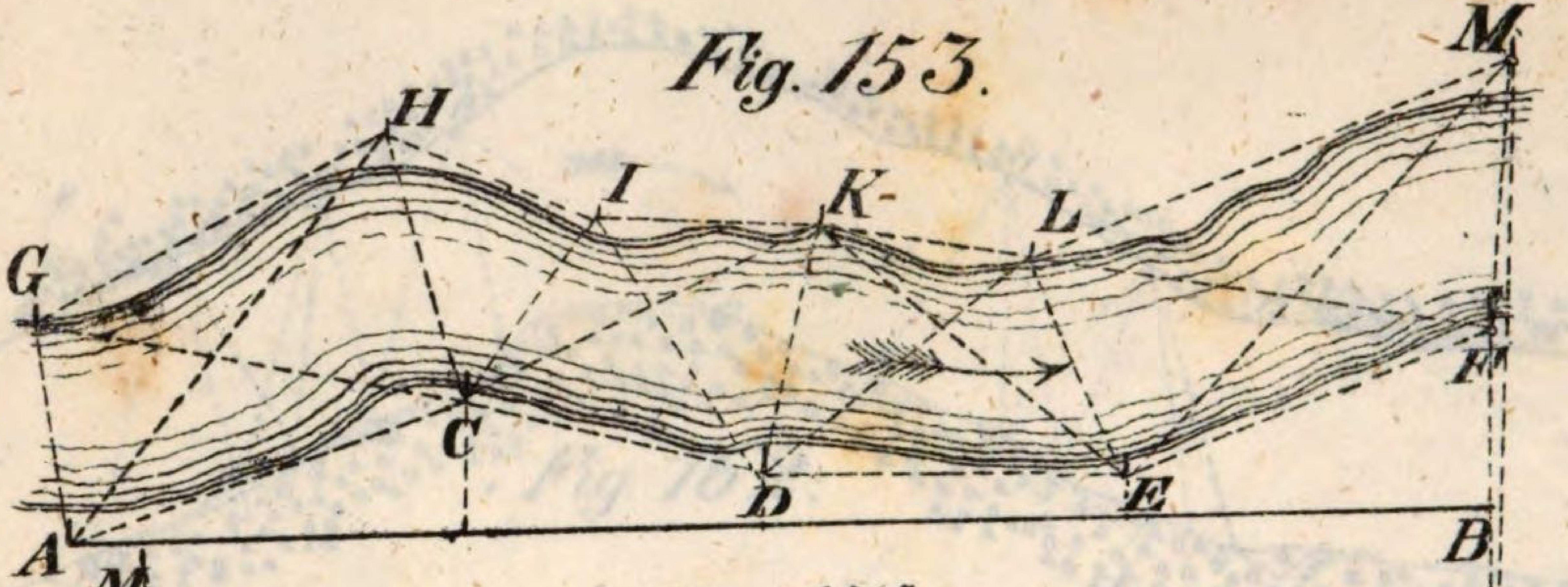


Fig. 154.

Fortsetzung v. Fig. 153.

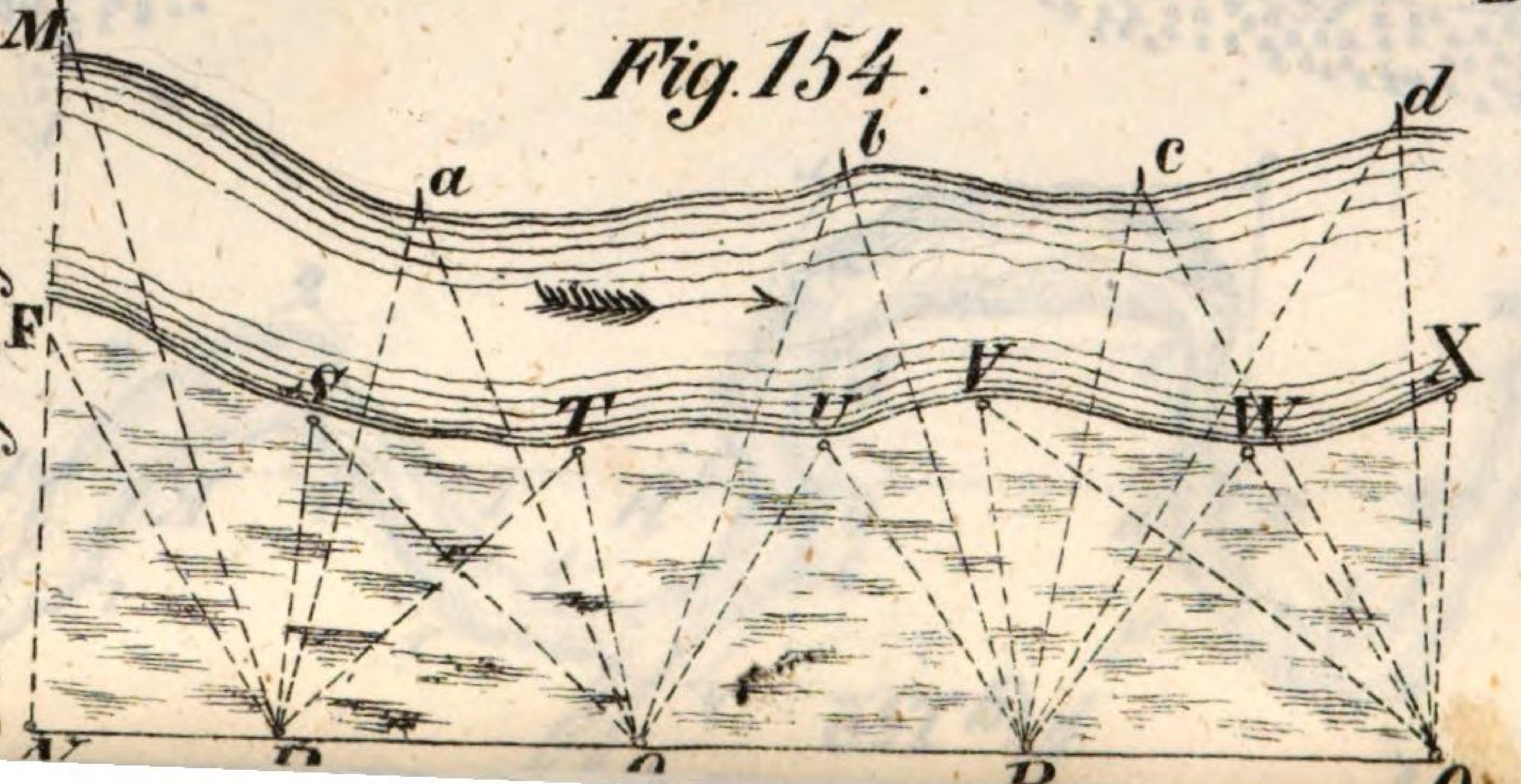


Fig. 163.

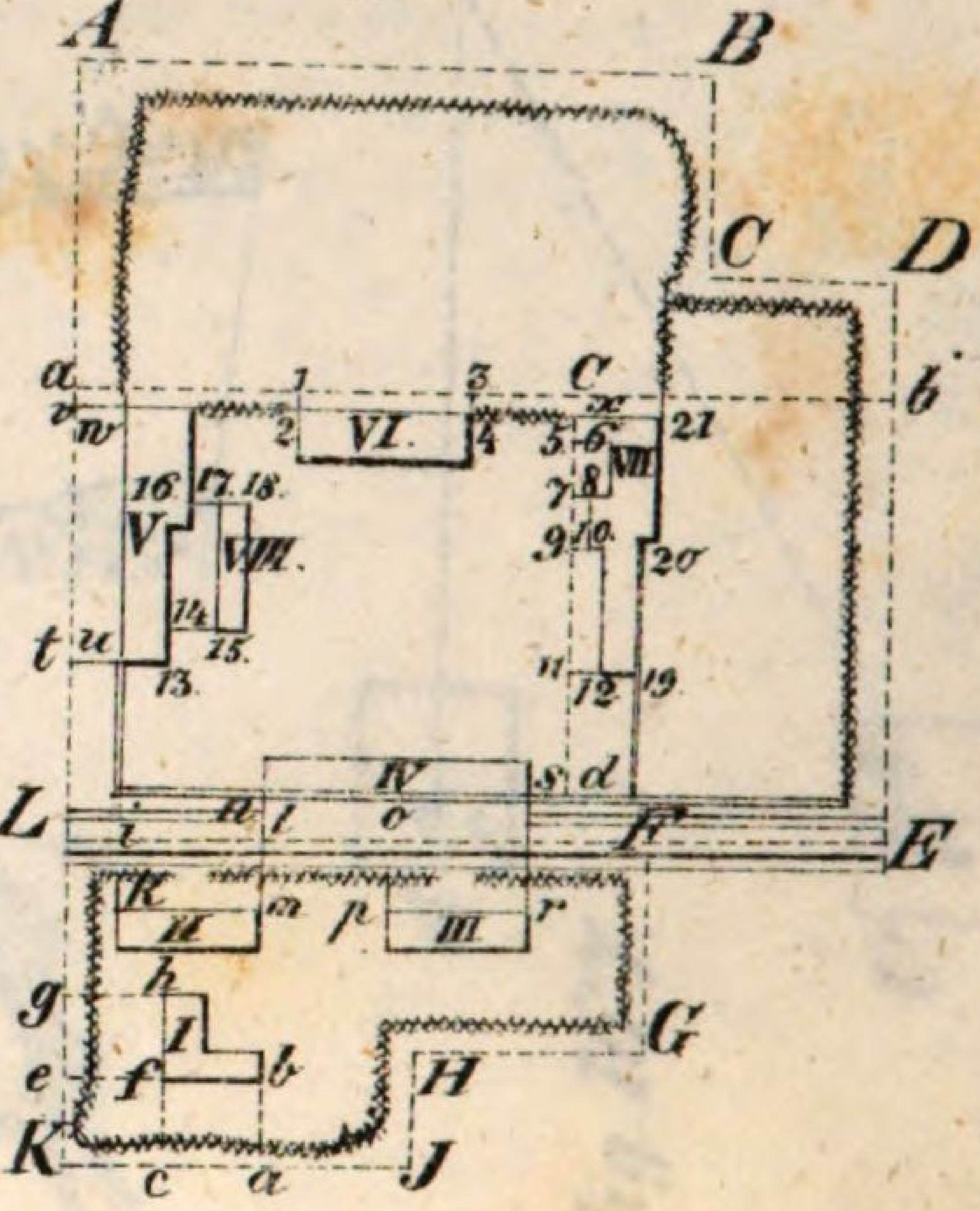




Fig. 152.

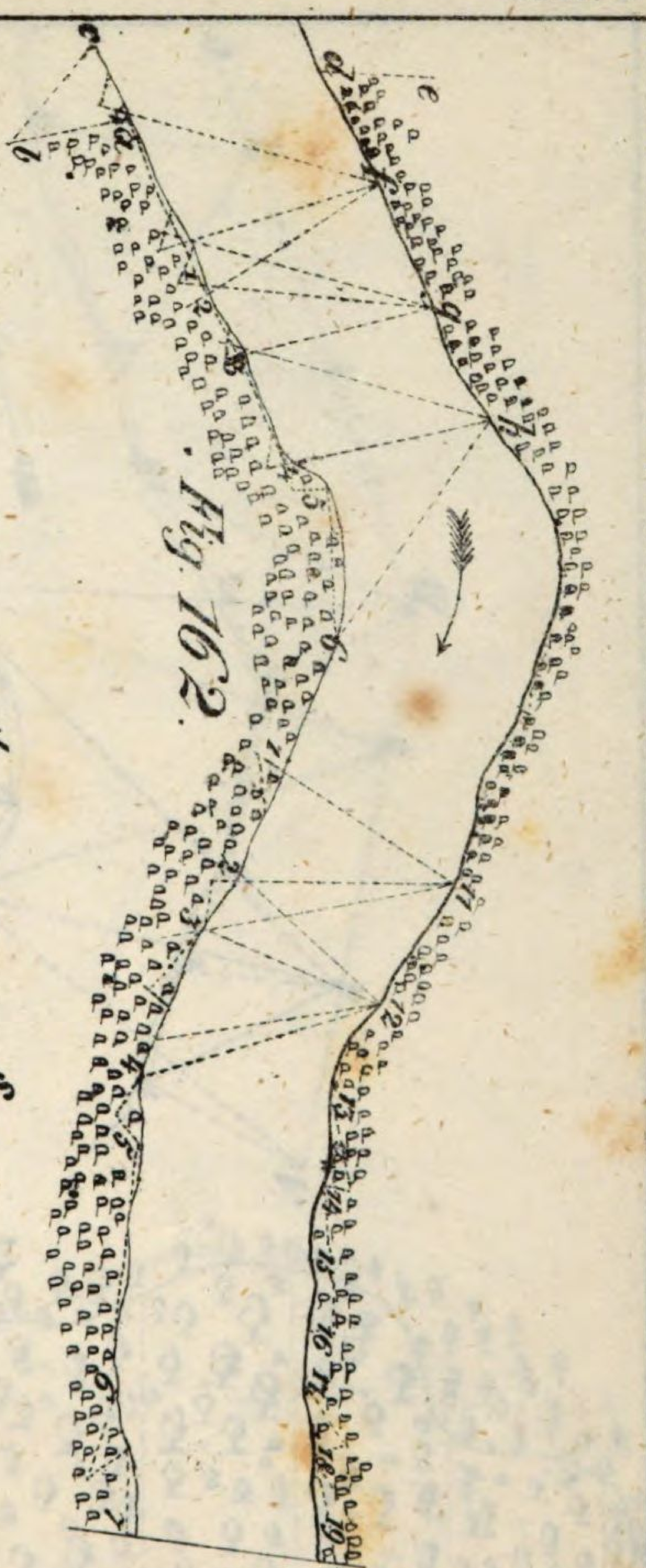


Fig. 162.

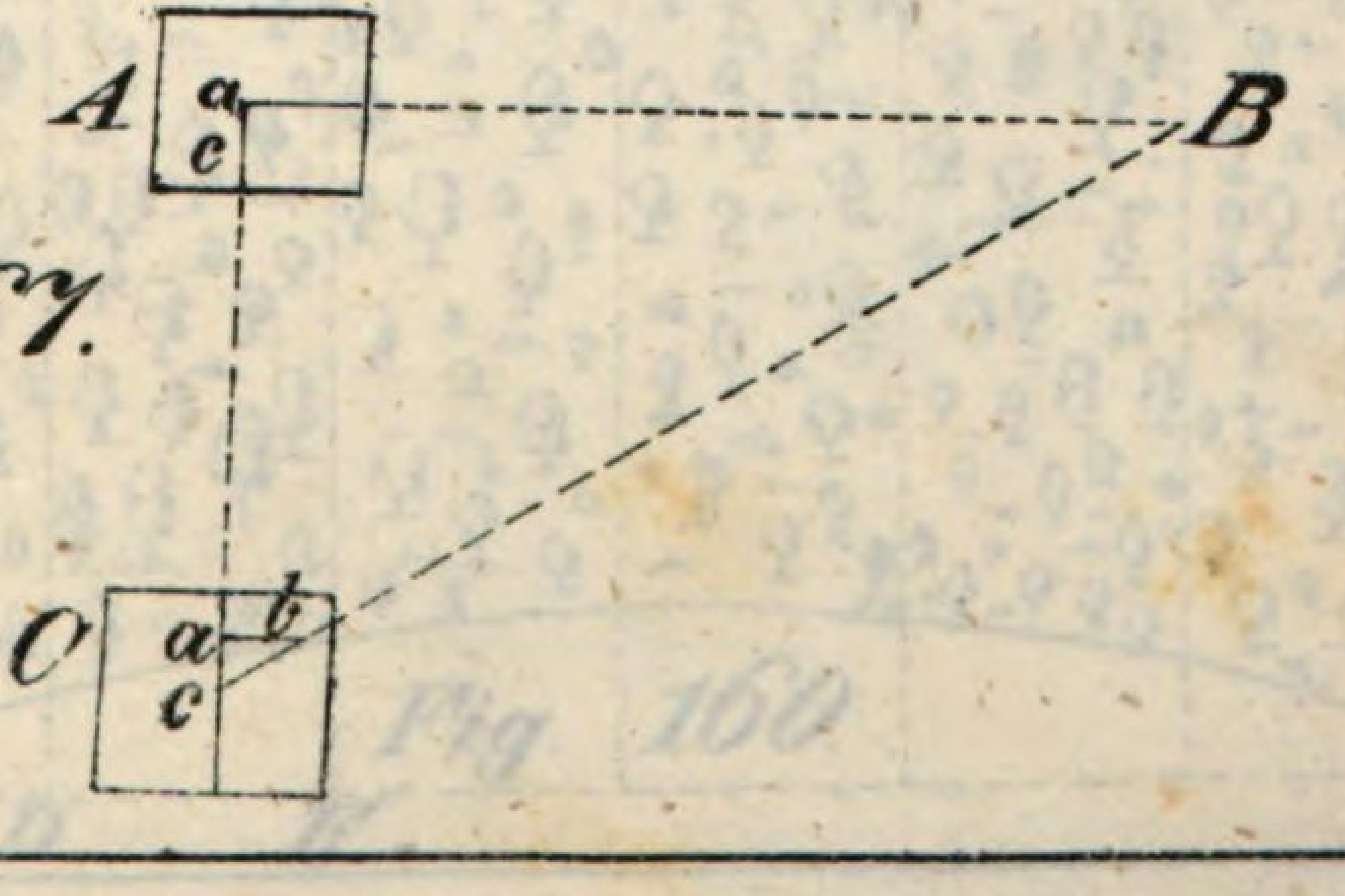


Fig. 167.

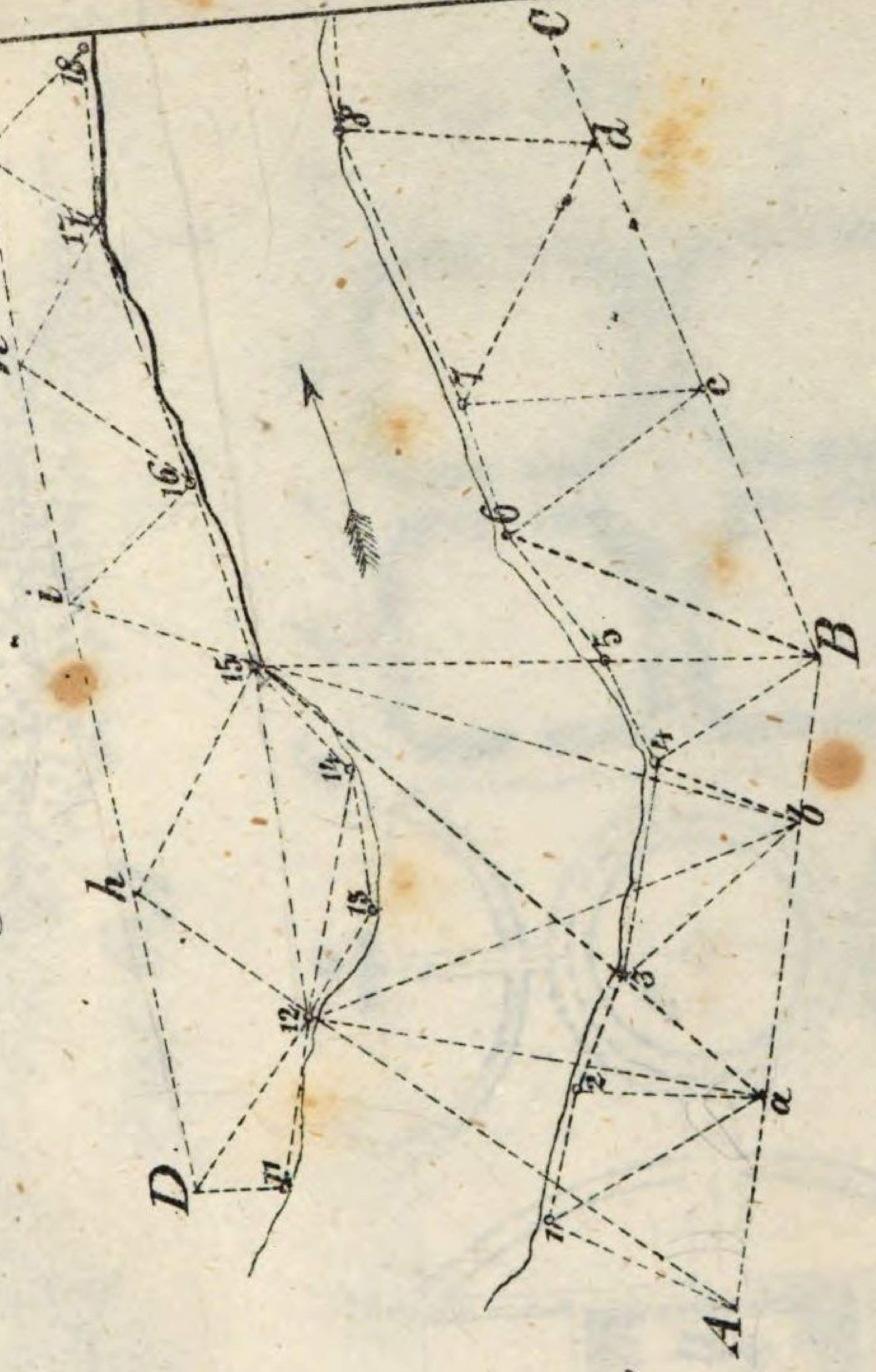


Fig. 155.

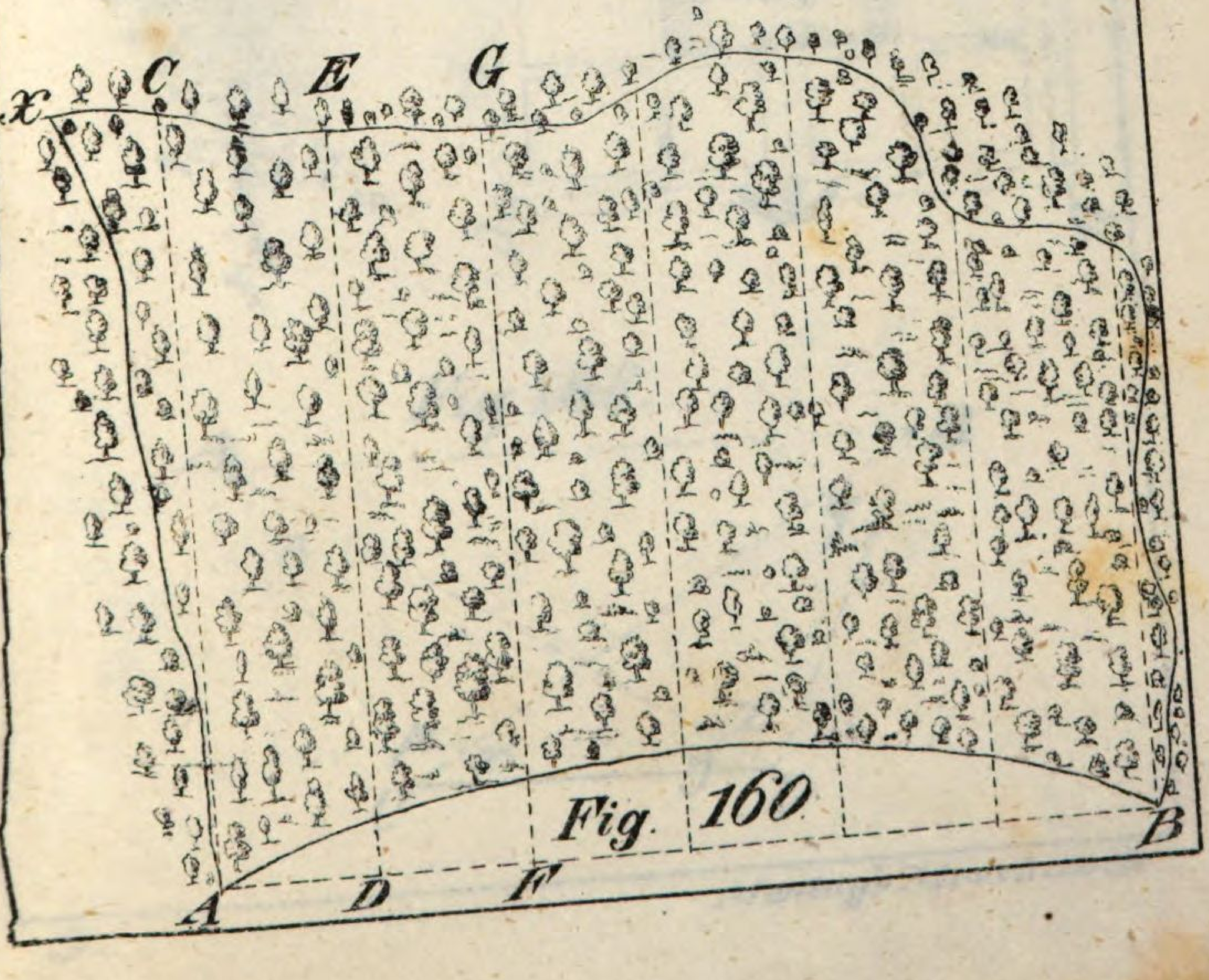


Fig. 160.



Fig. 161.

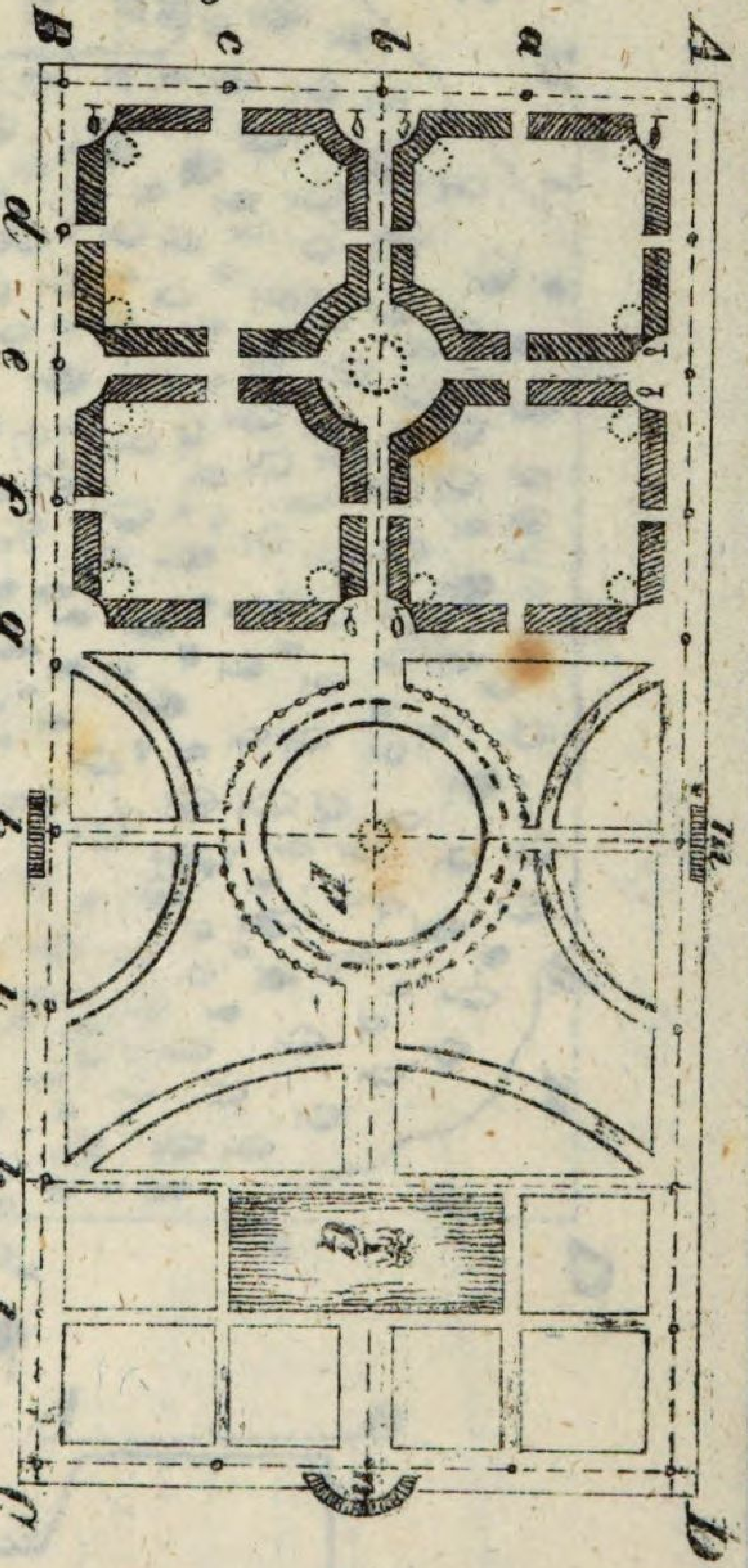
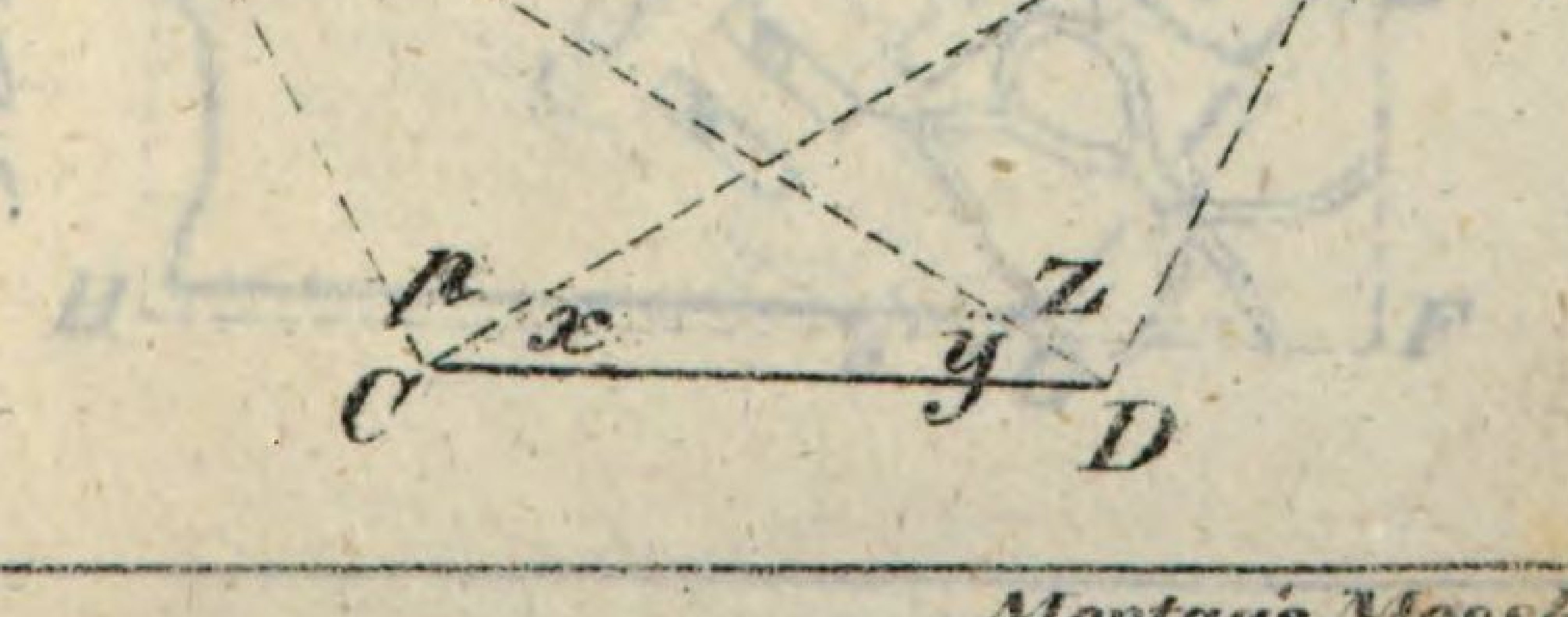


Fig. 158.

Fig. 168.



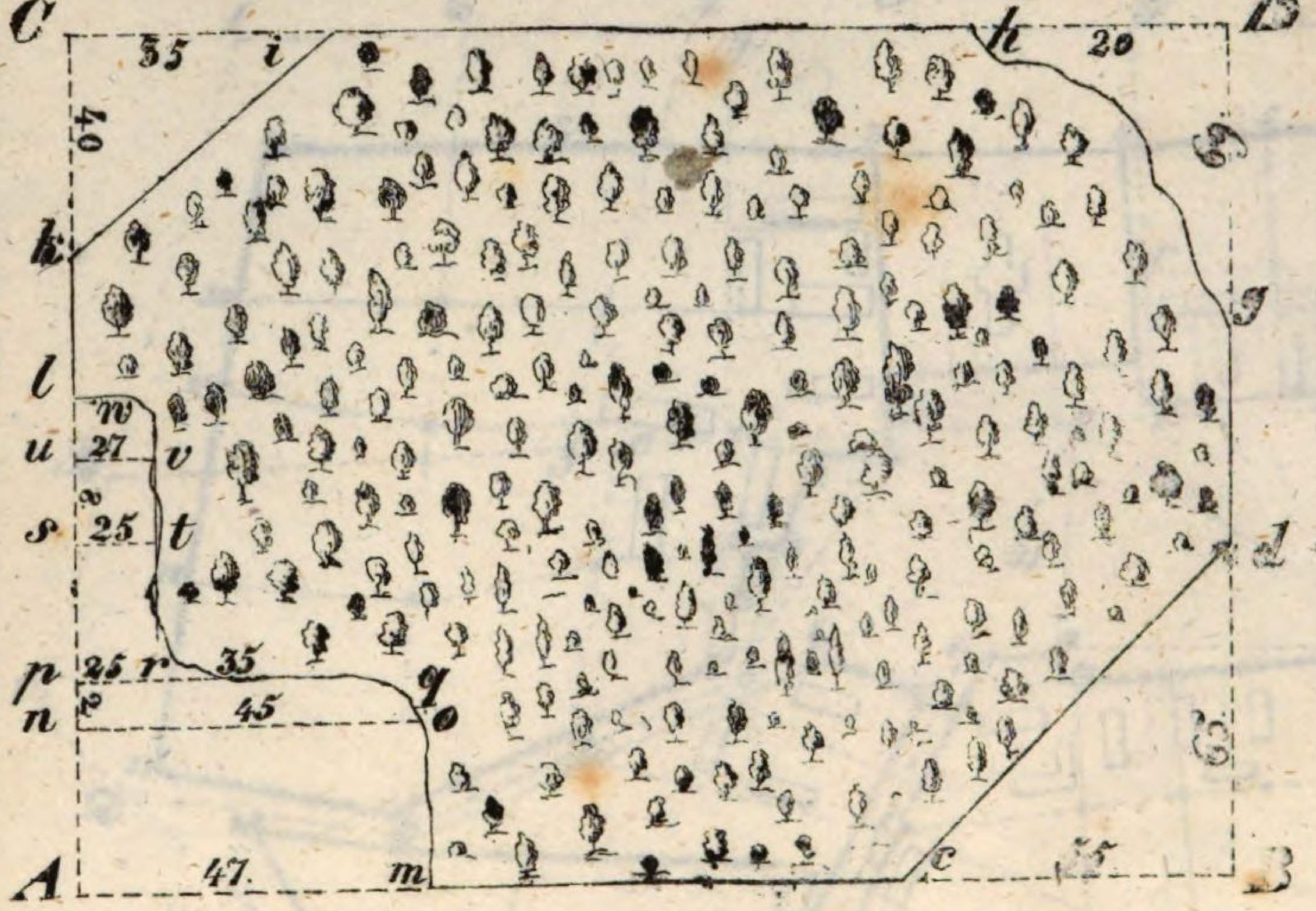


Fig. 159

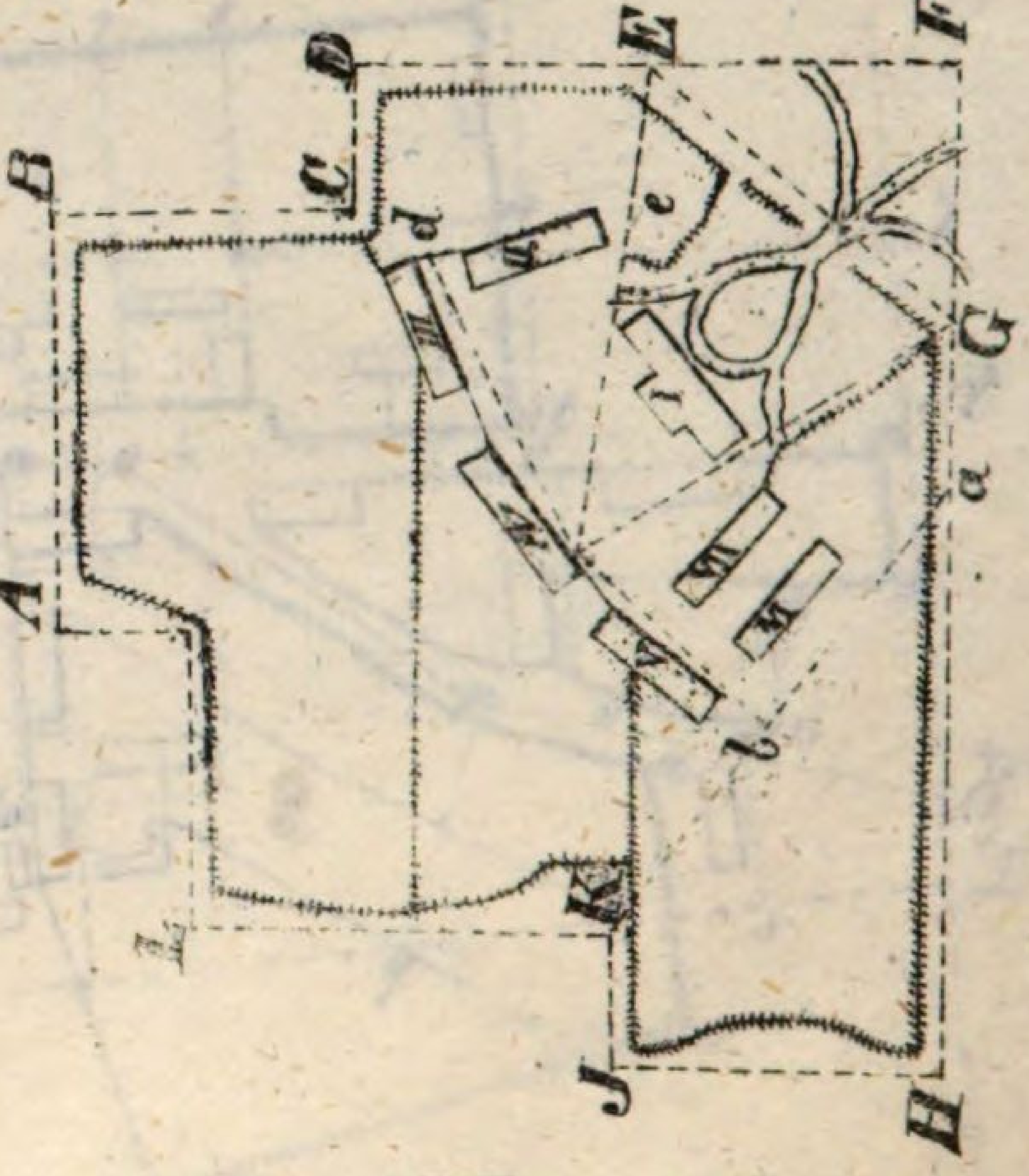


Fig. 164.


Fig. 165.

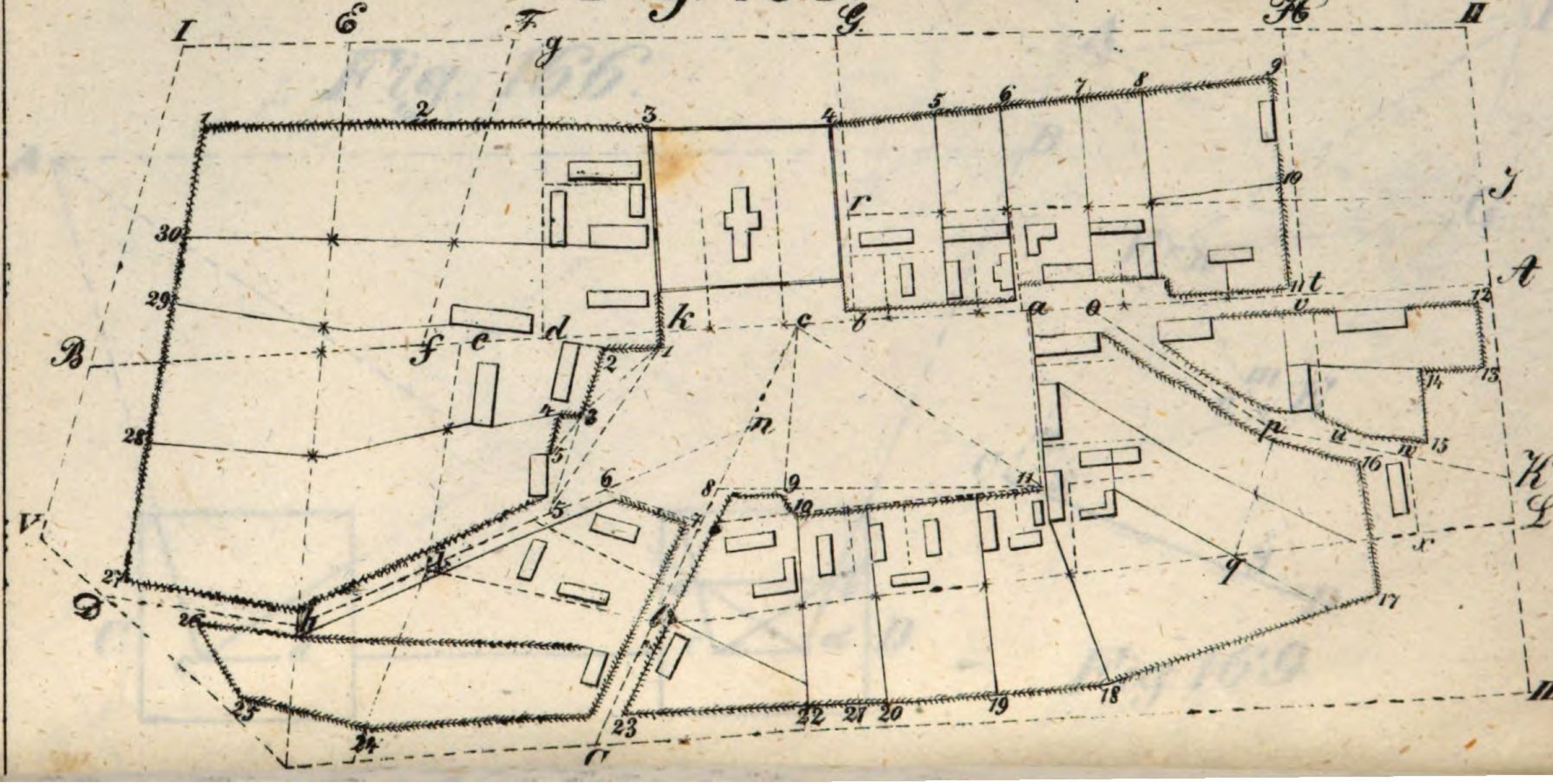
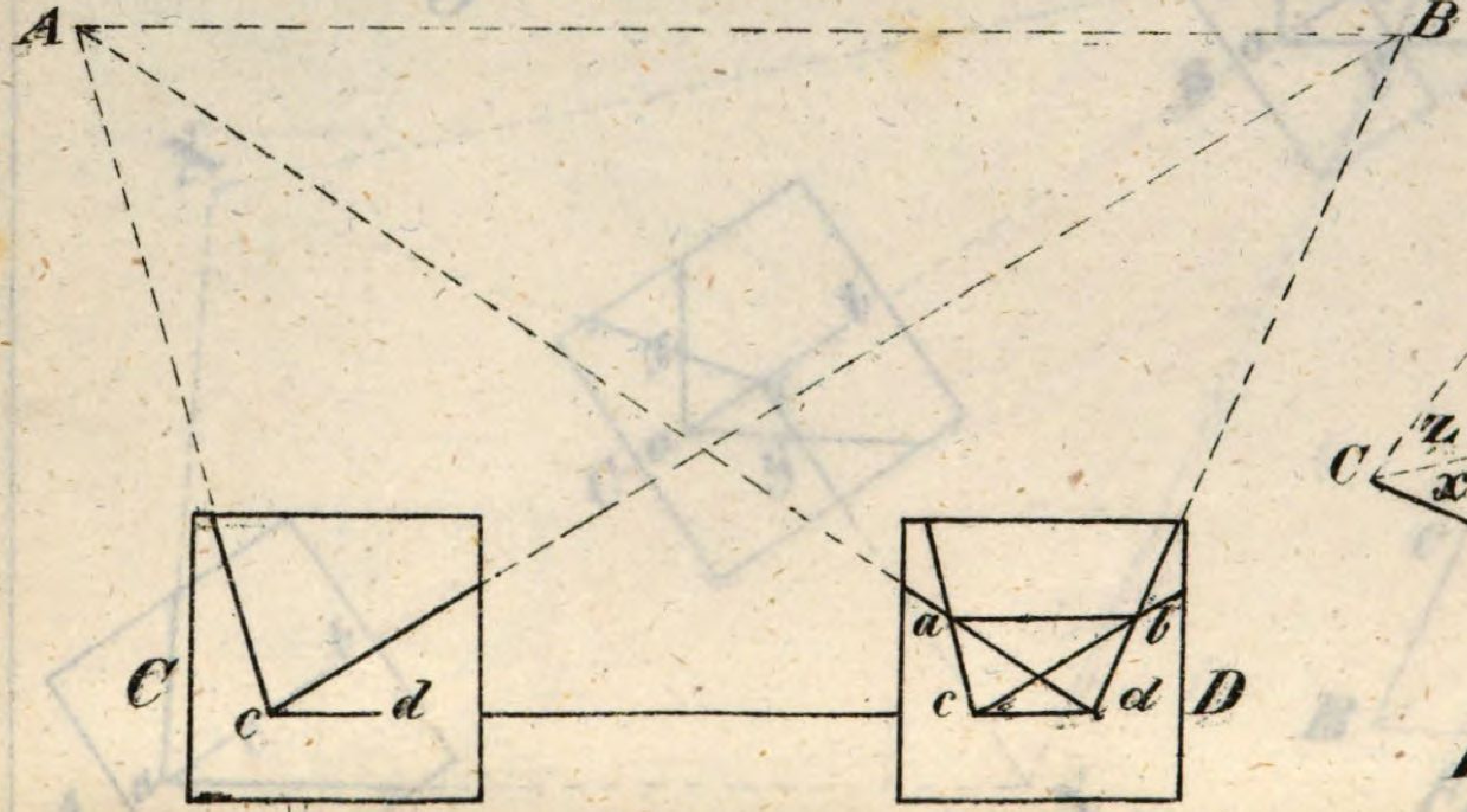


Fig. 166.



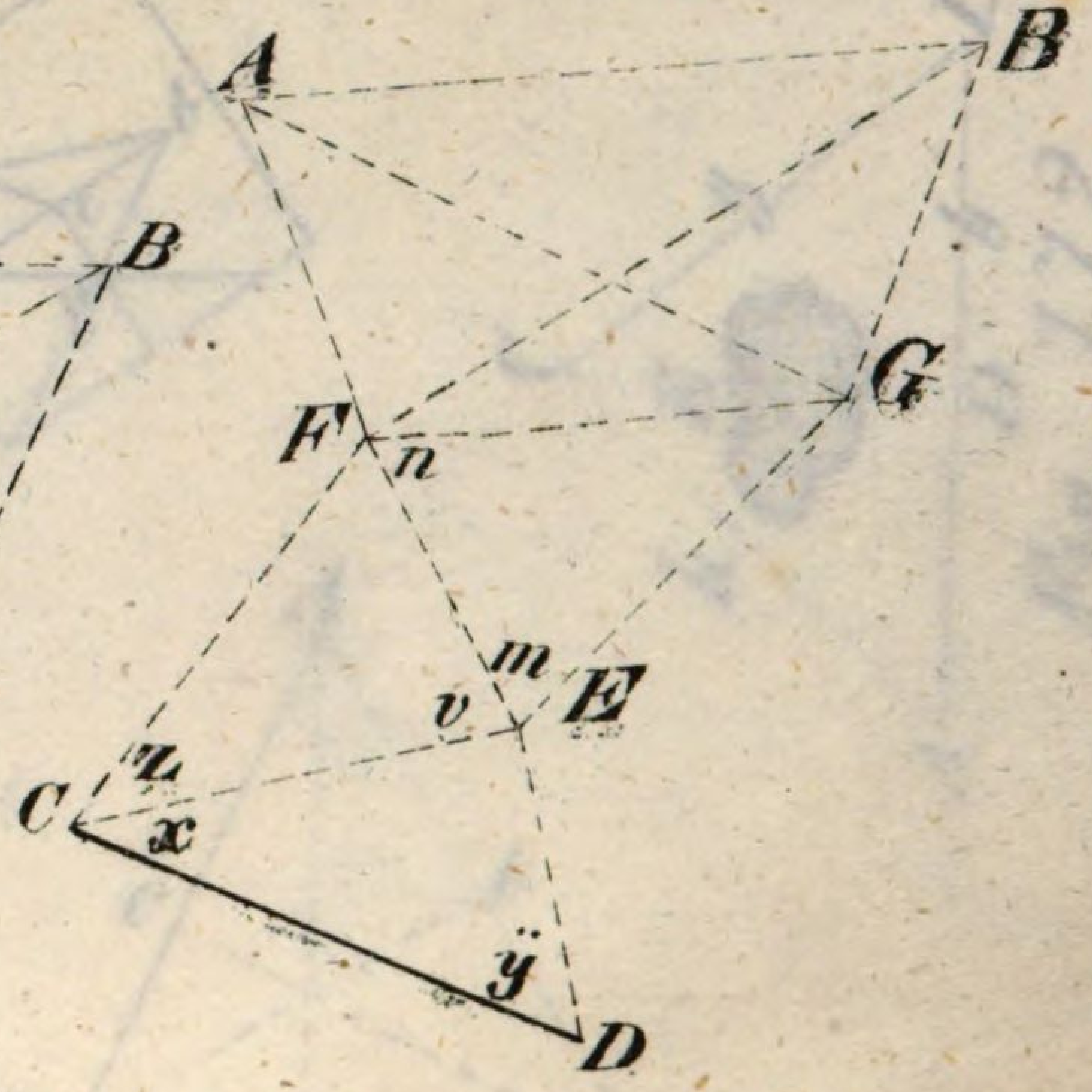


Fig. 169.

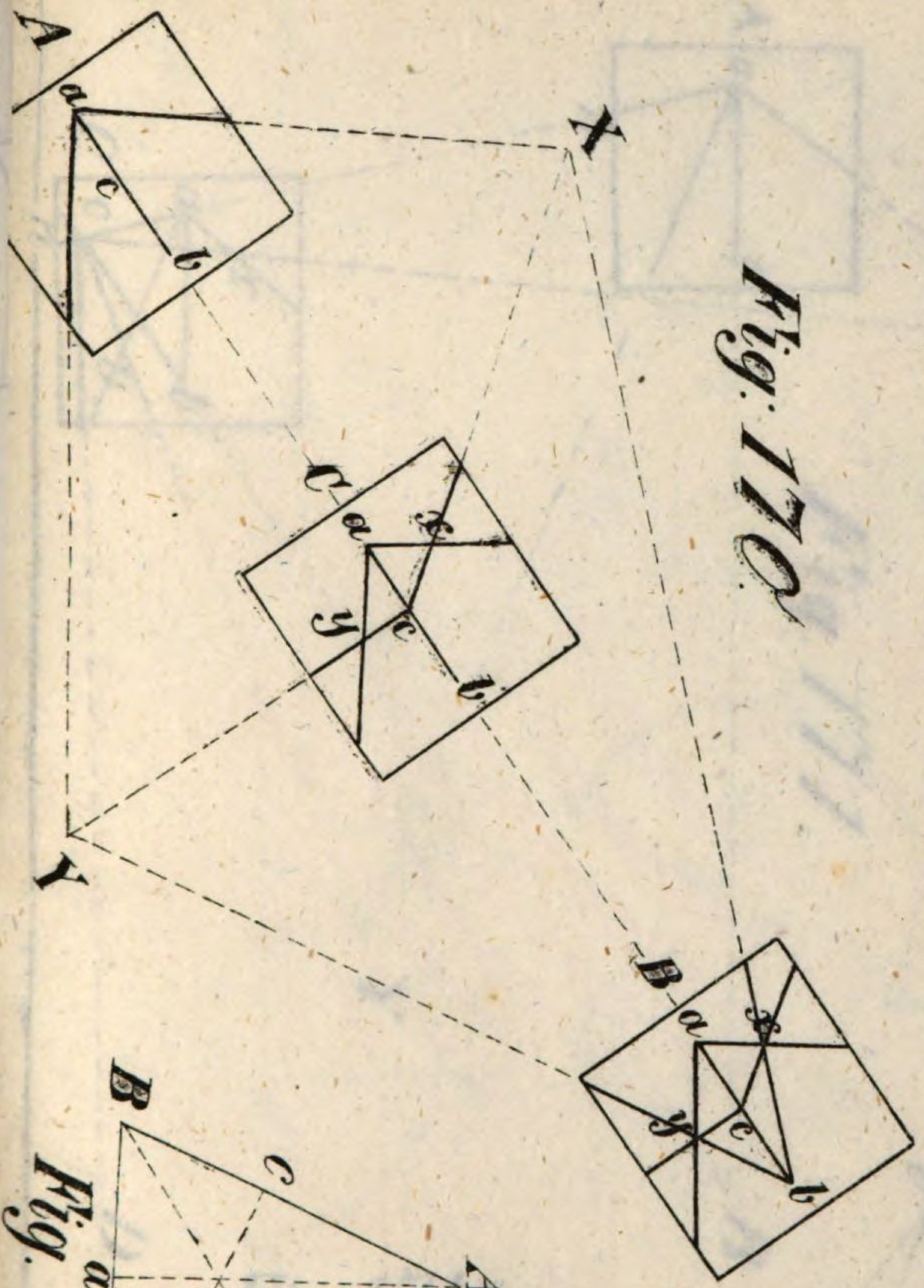


Fig. 170.

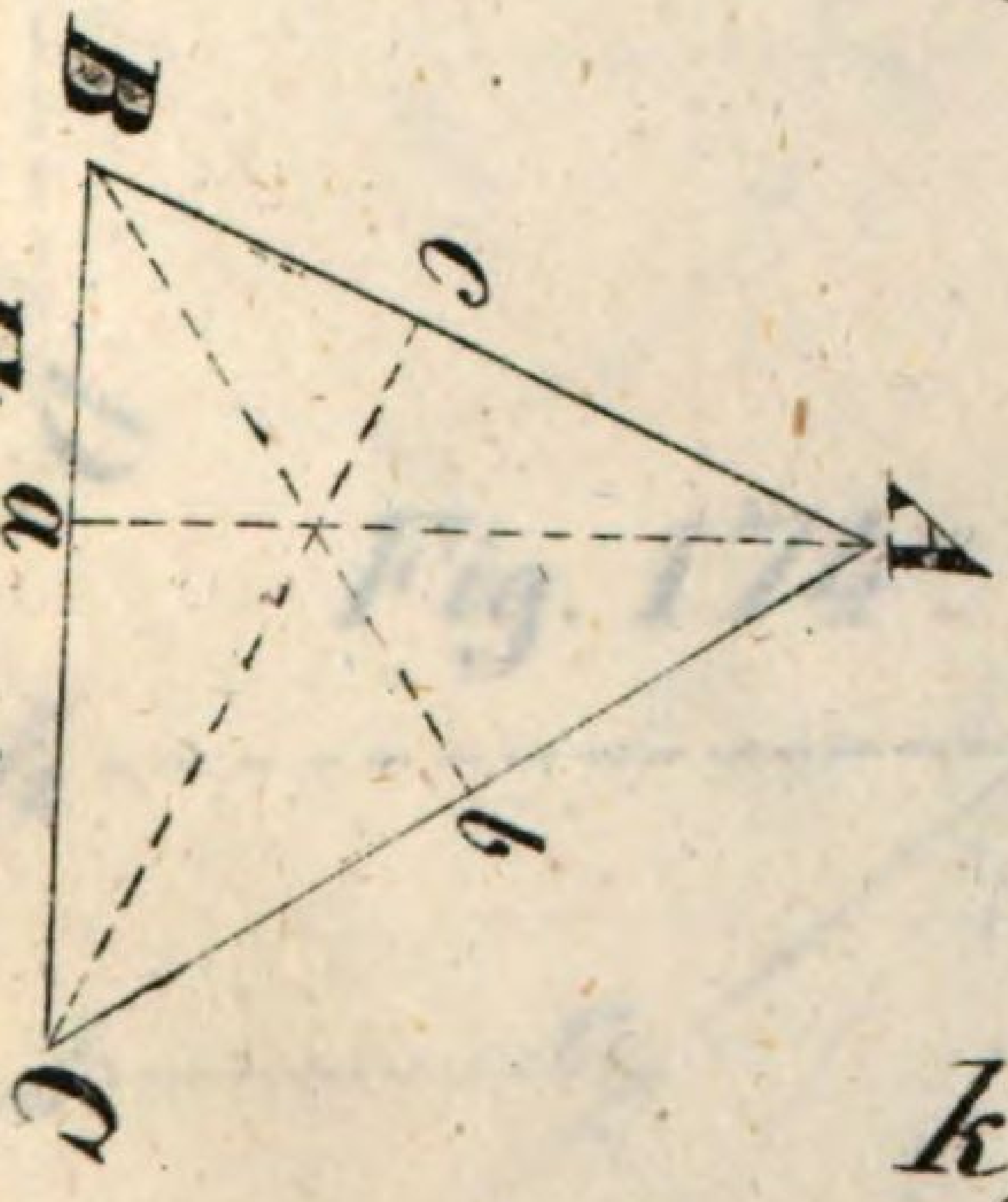


Fig. 173.

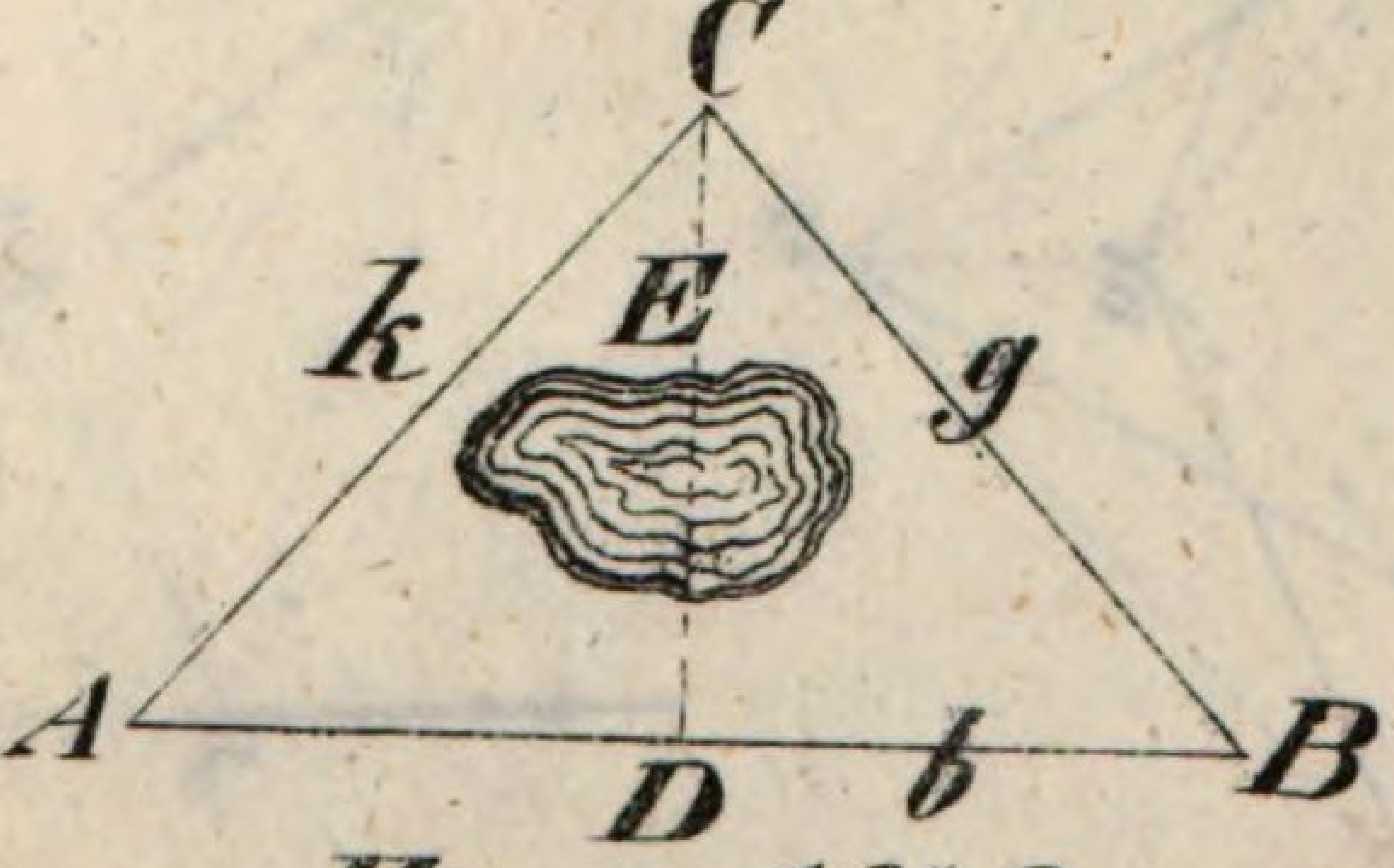


Fig. 172.

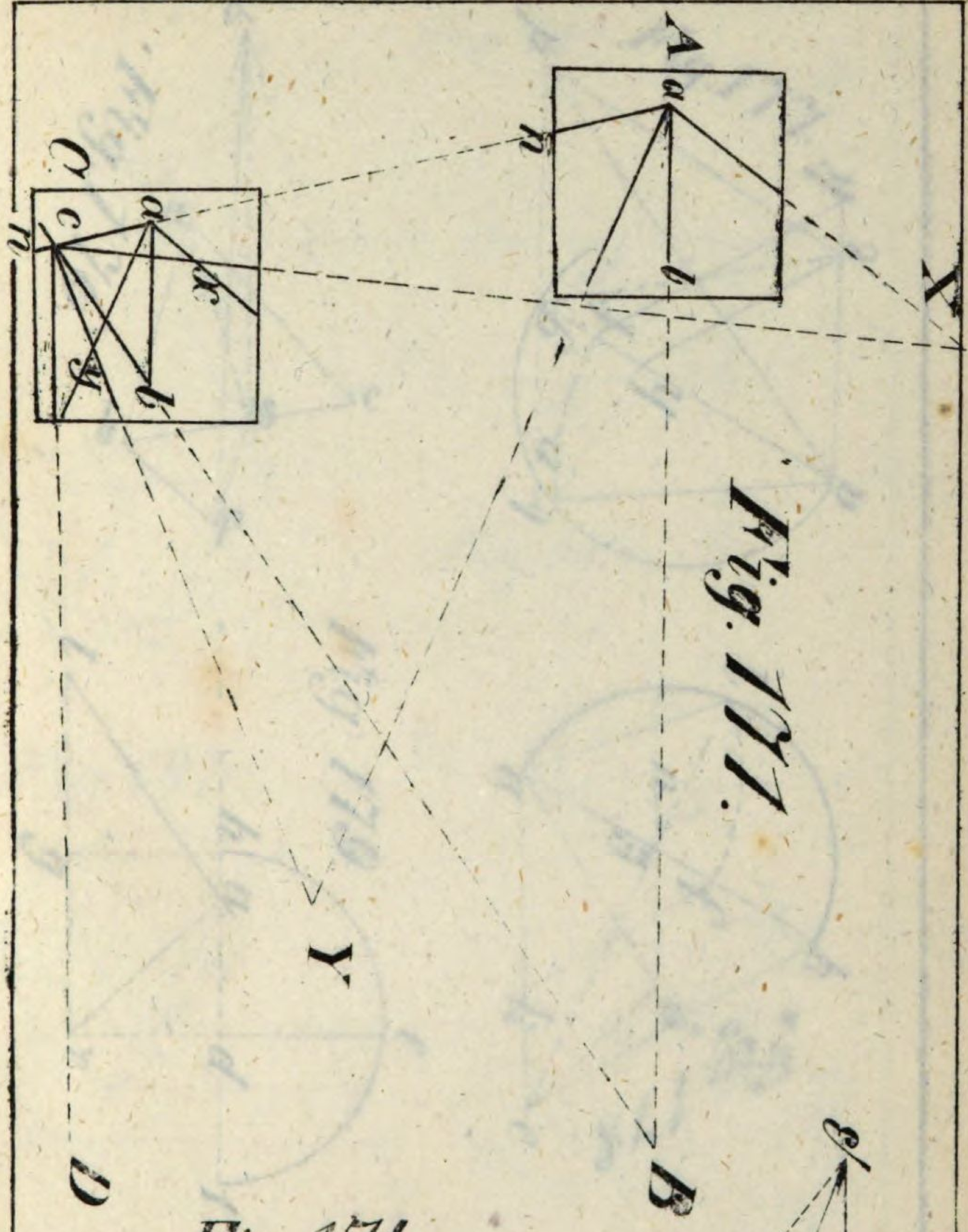
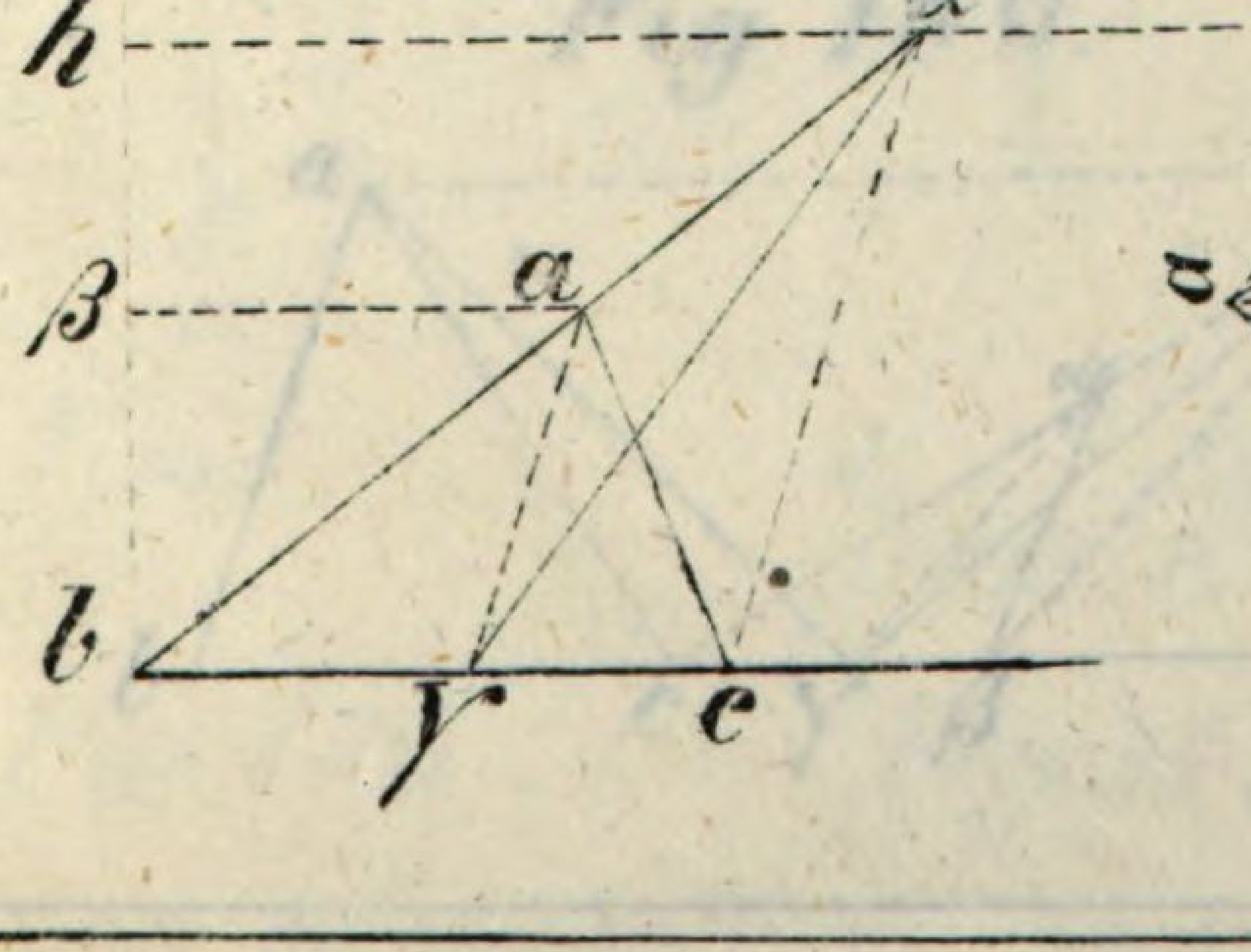


Fig. 177.

Fig. 174.



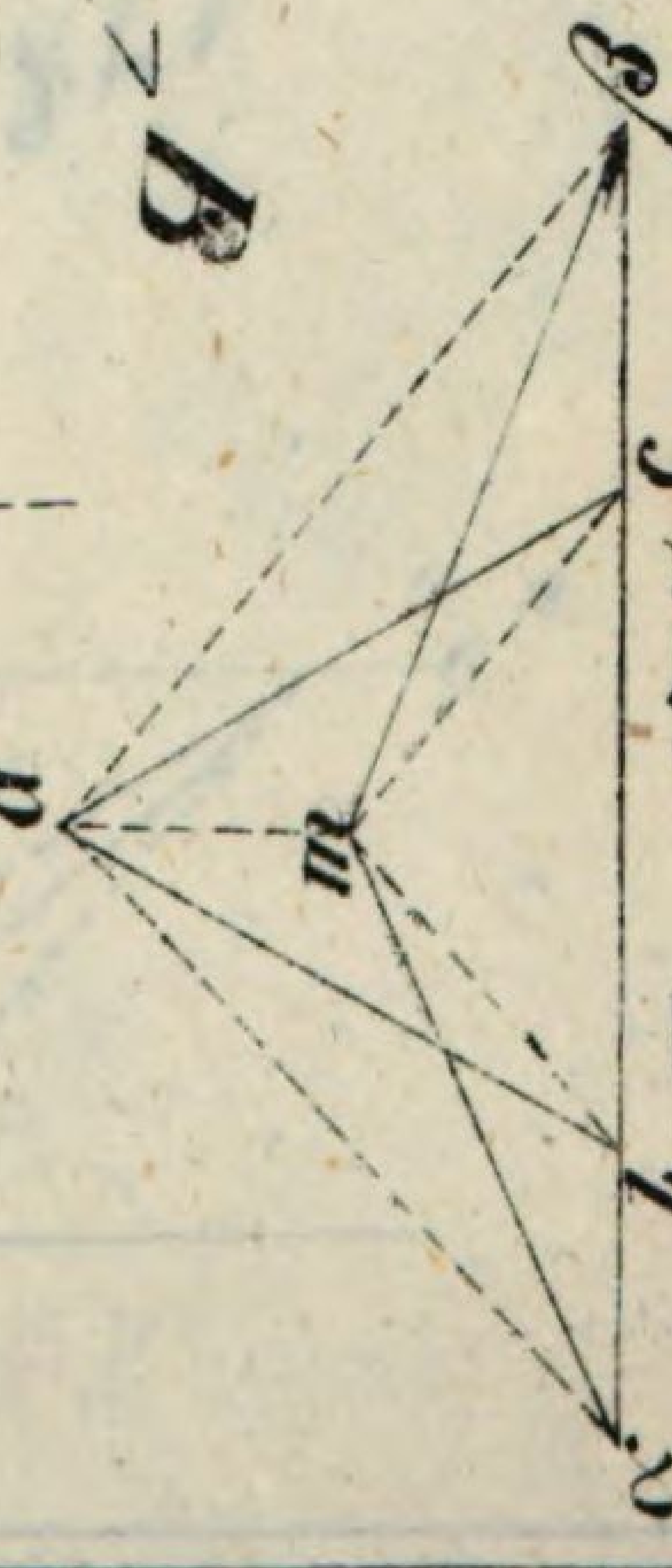


Fig. 175.

Fig. 176.

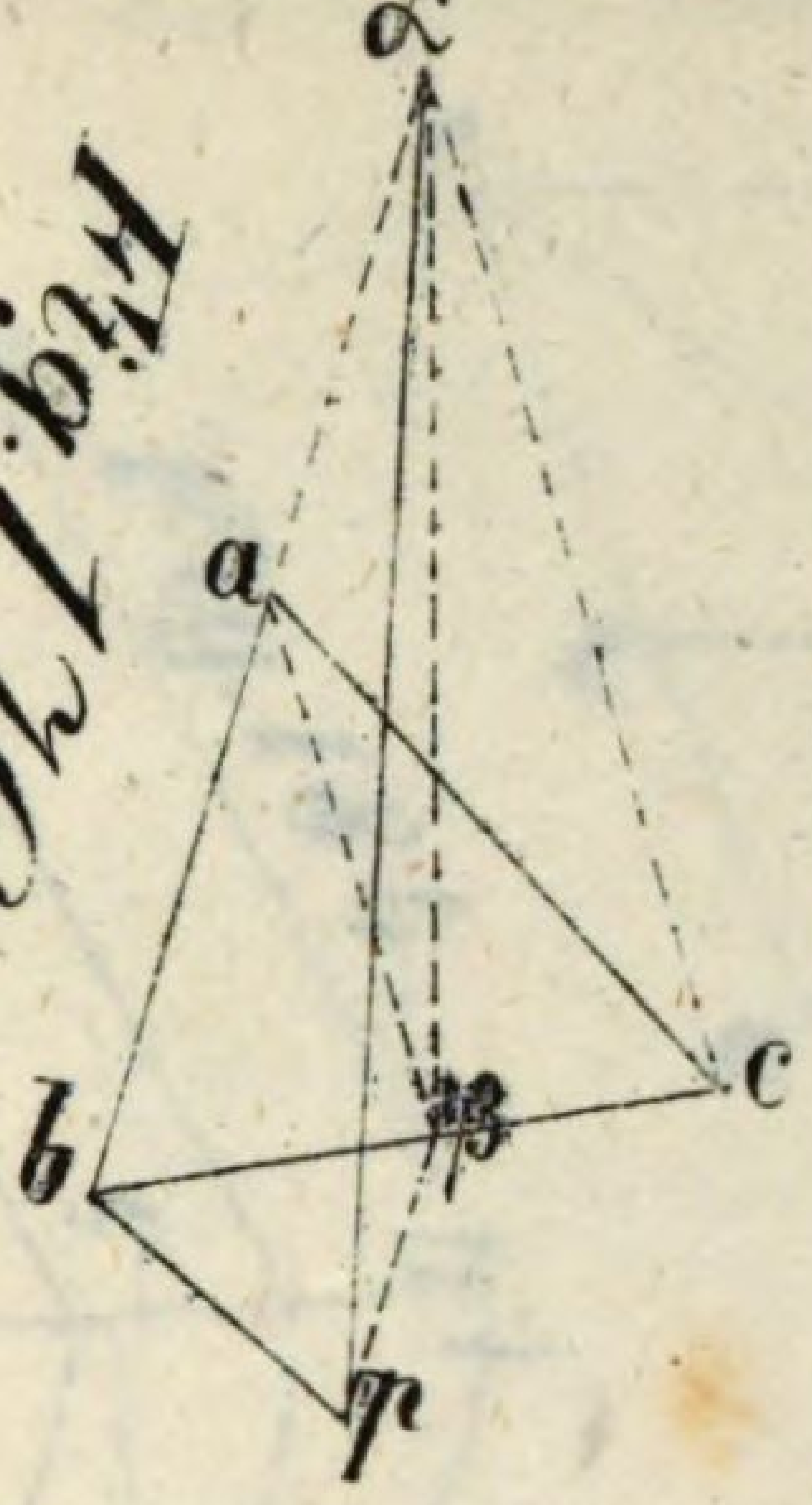


Fig. 177.

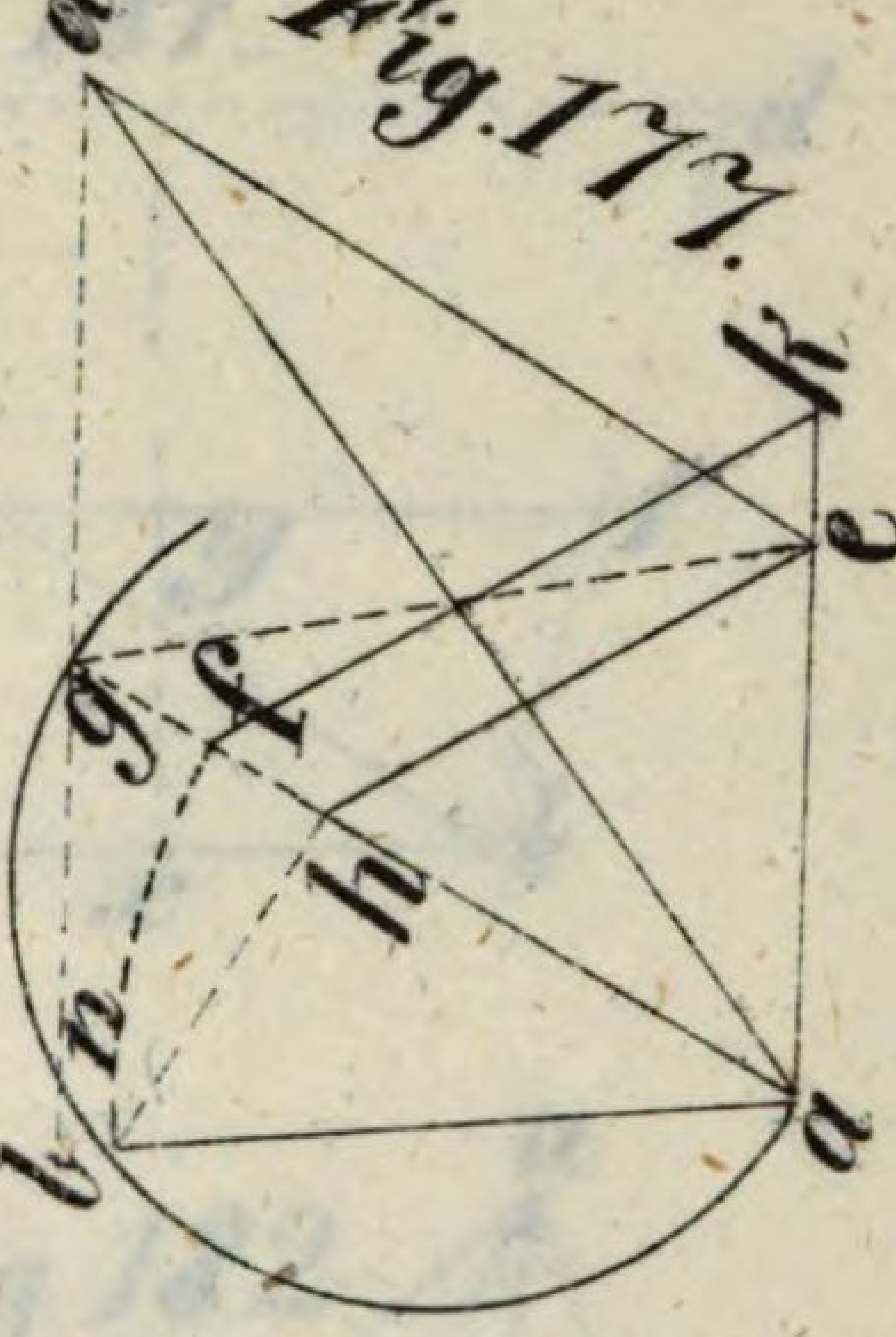


Fig. 179.

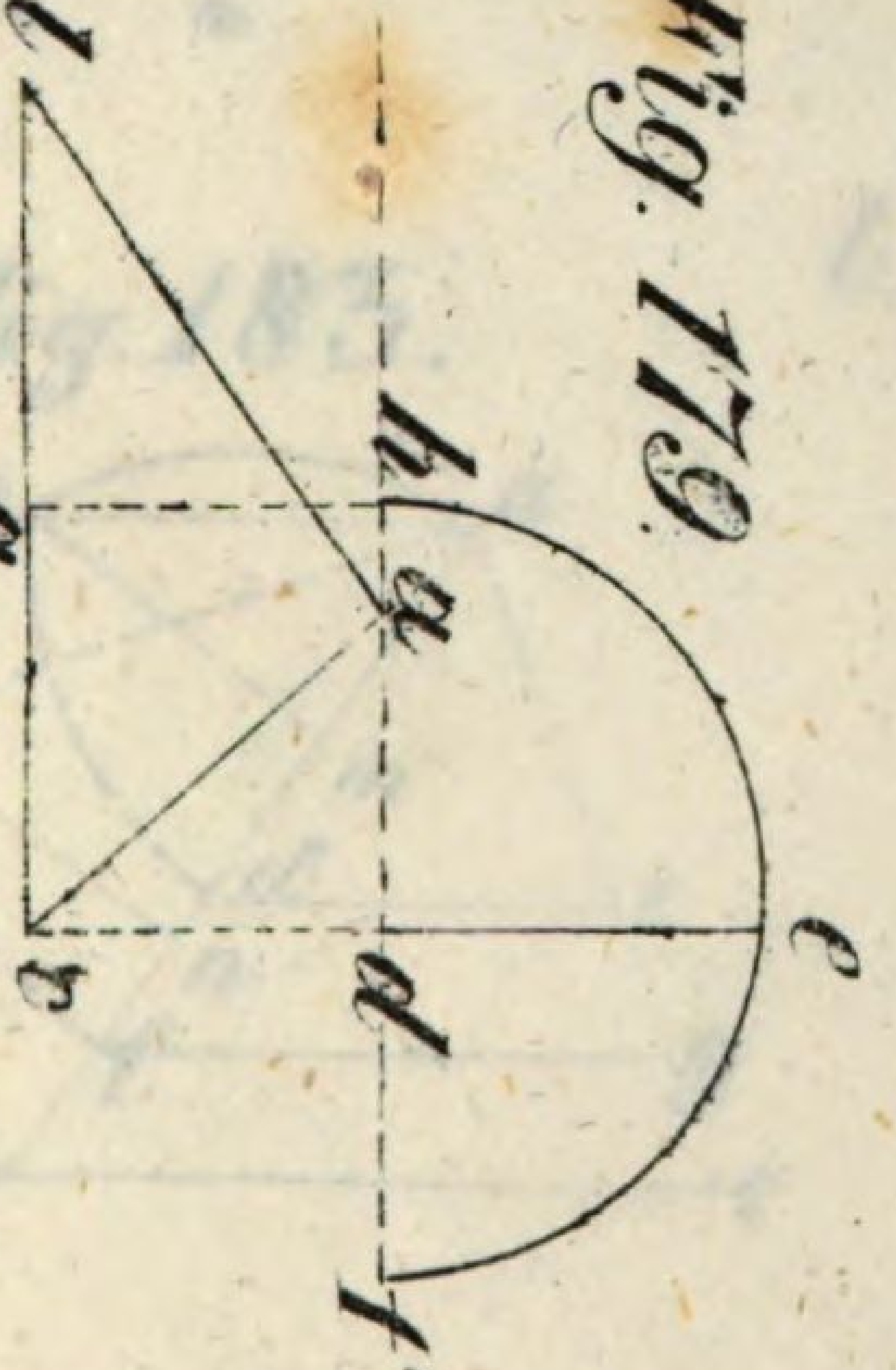


Fig. 178.

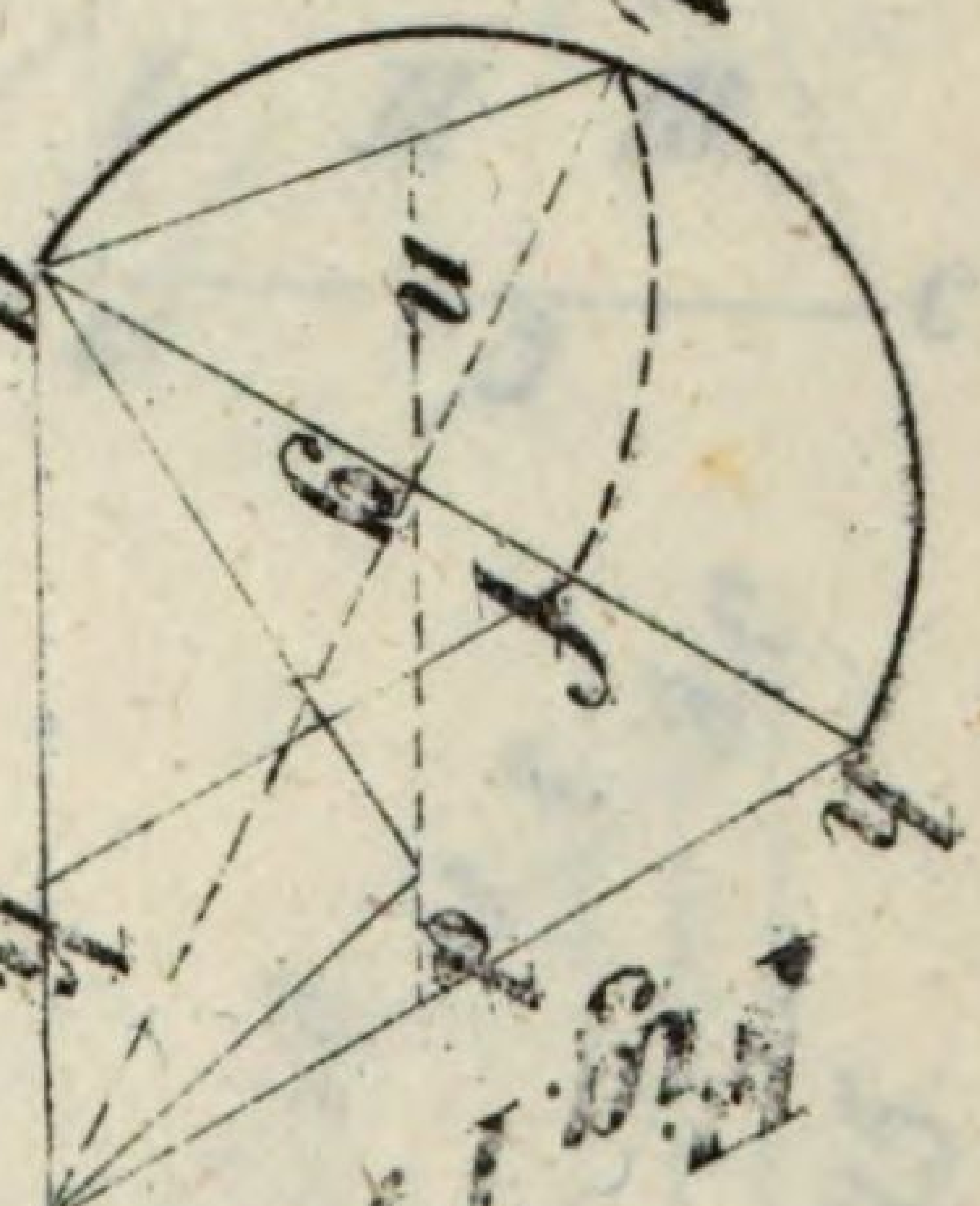
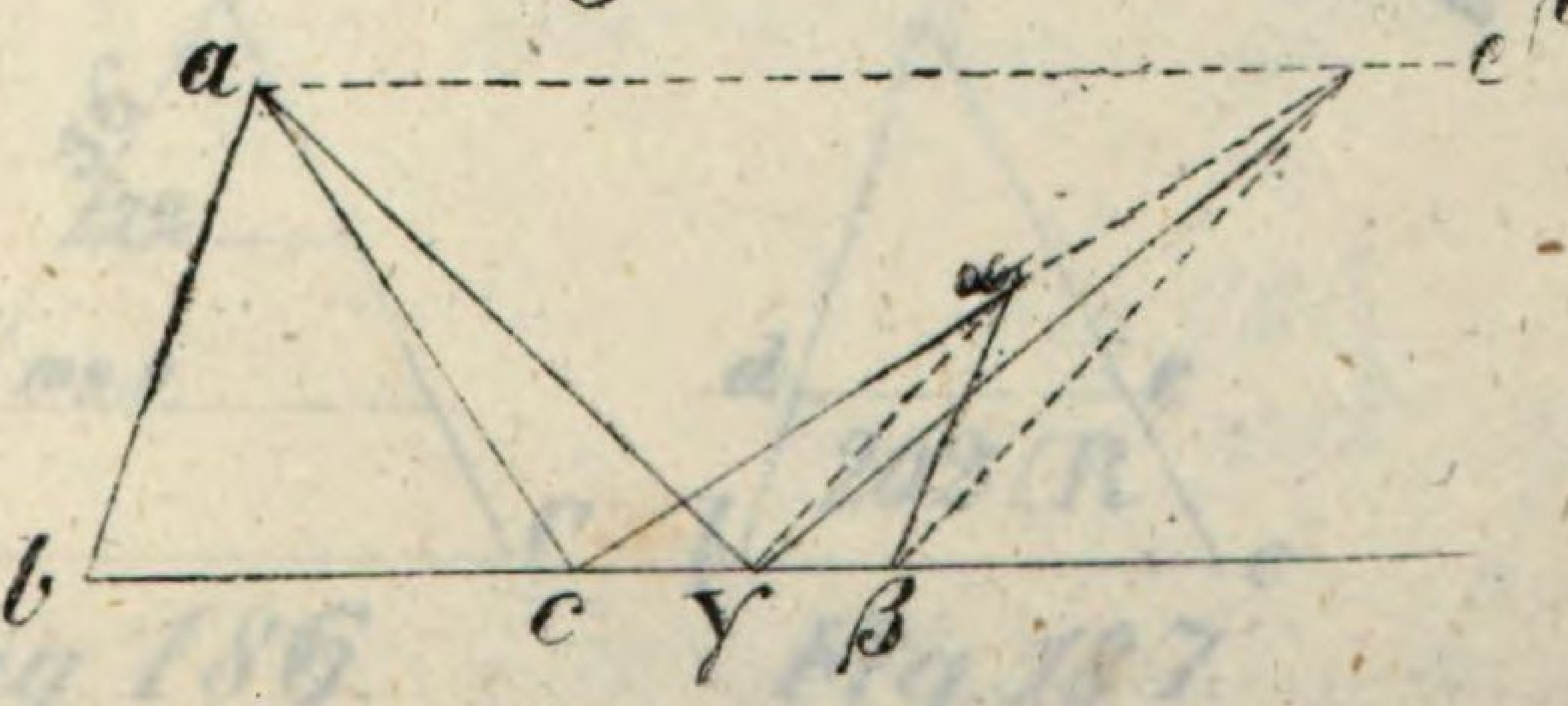


Fig 180.



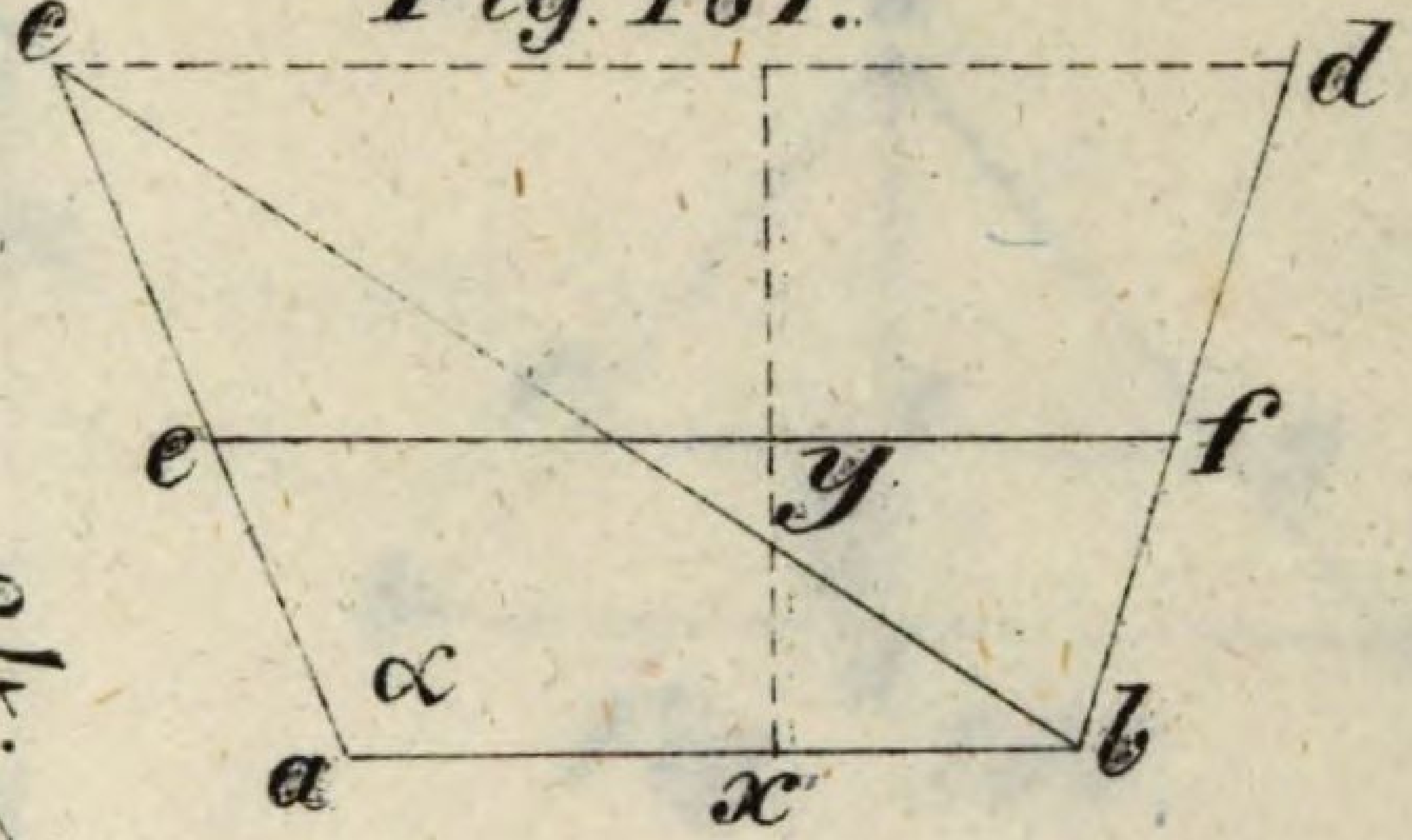


Fig. 181.

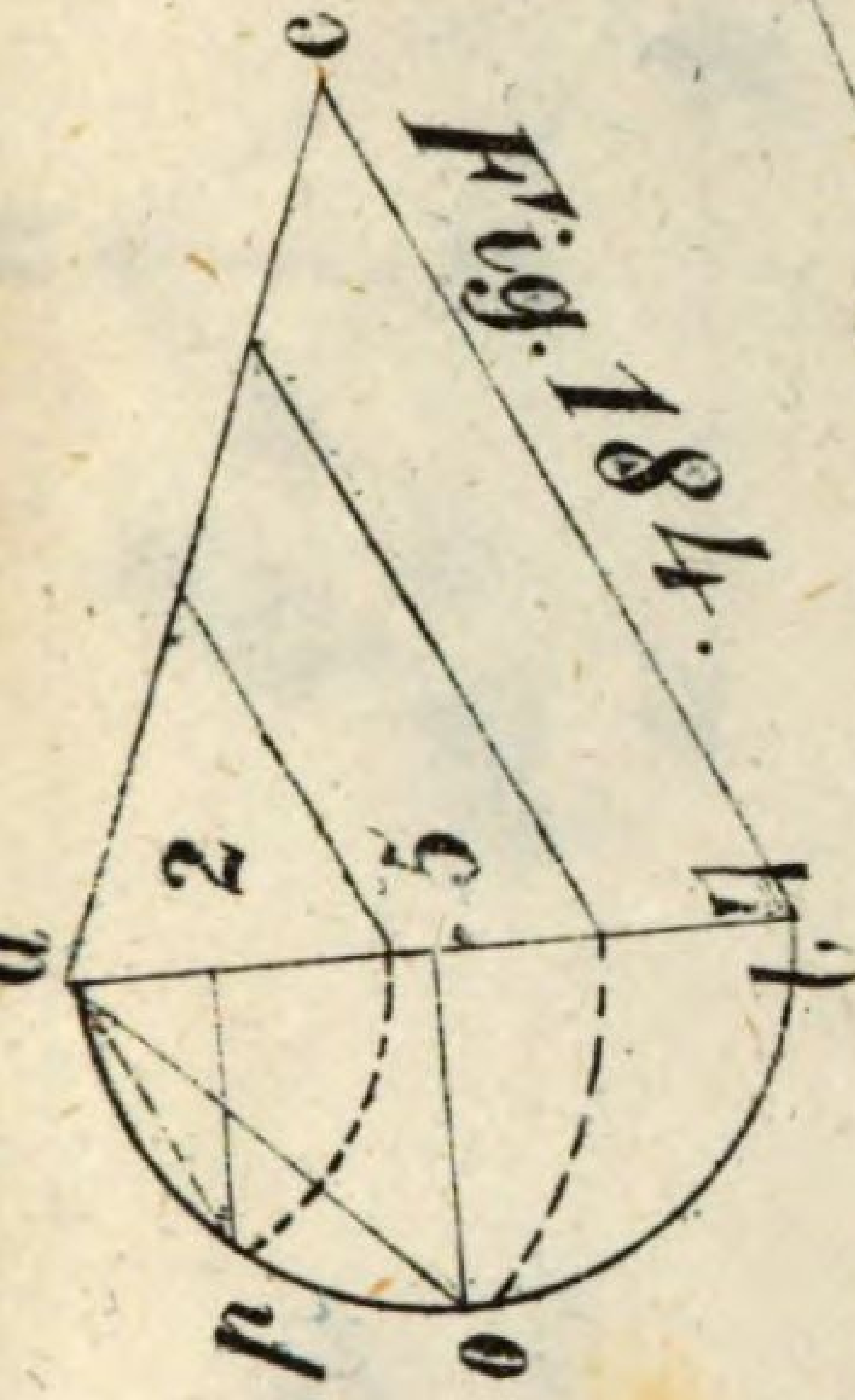


Fig. 184.

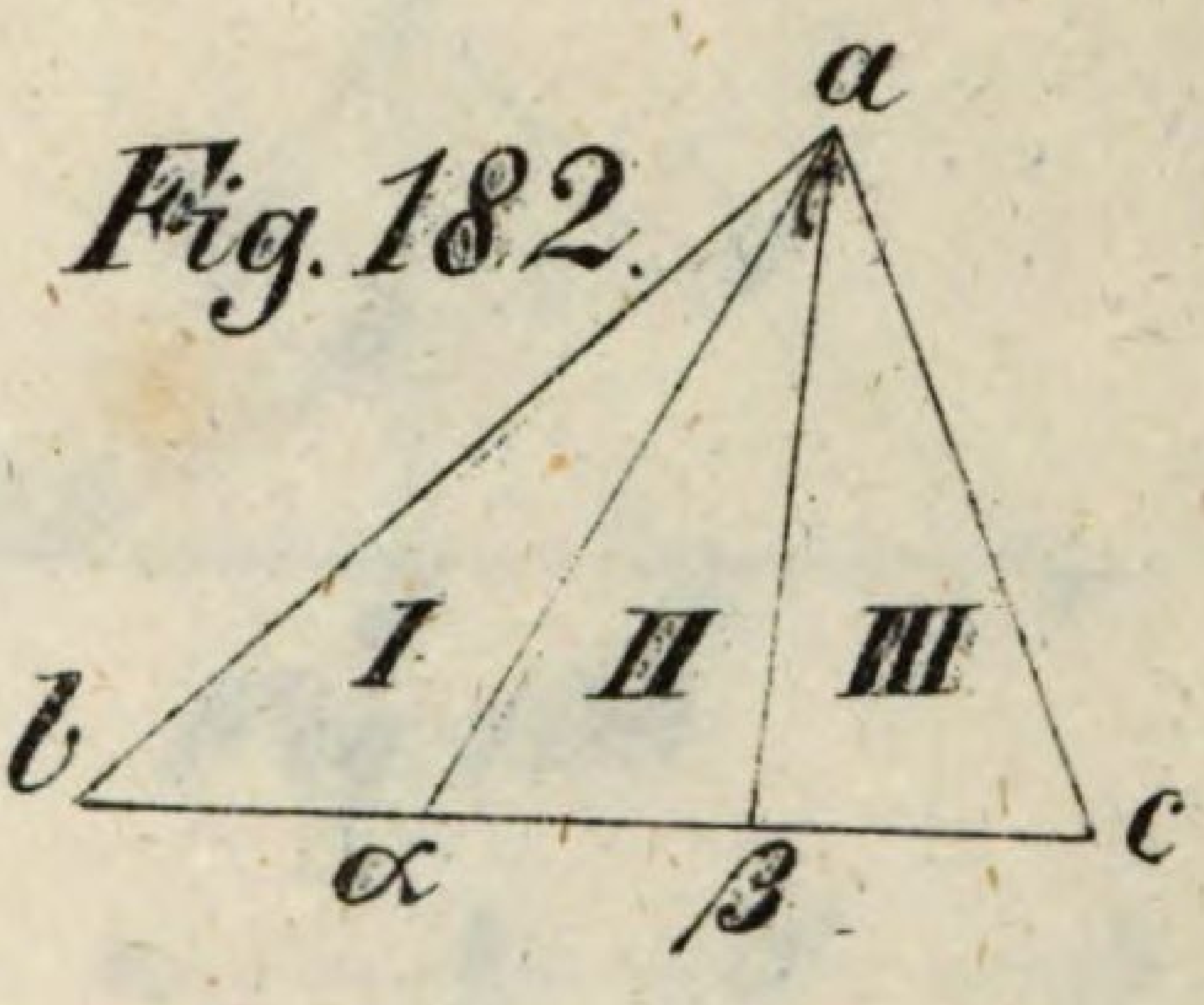
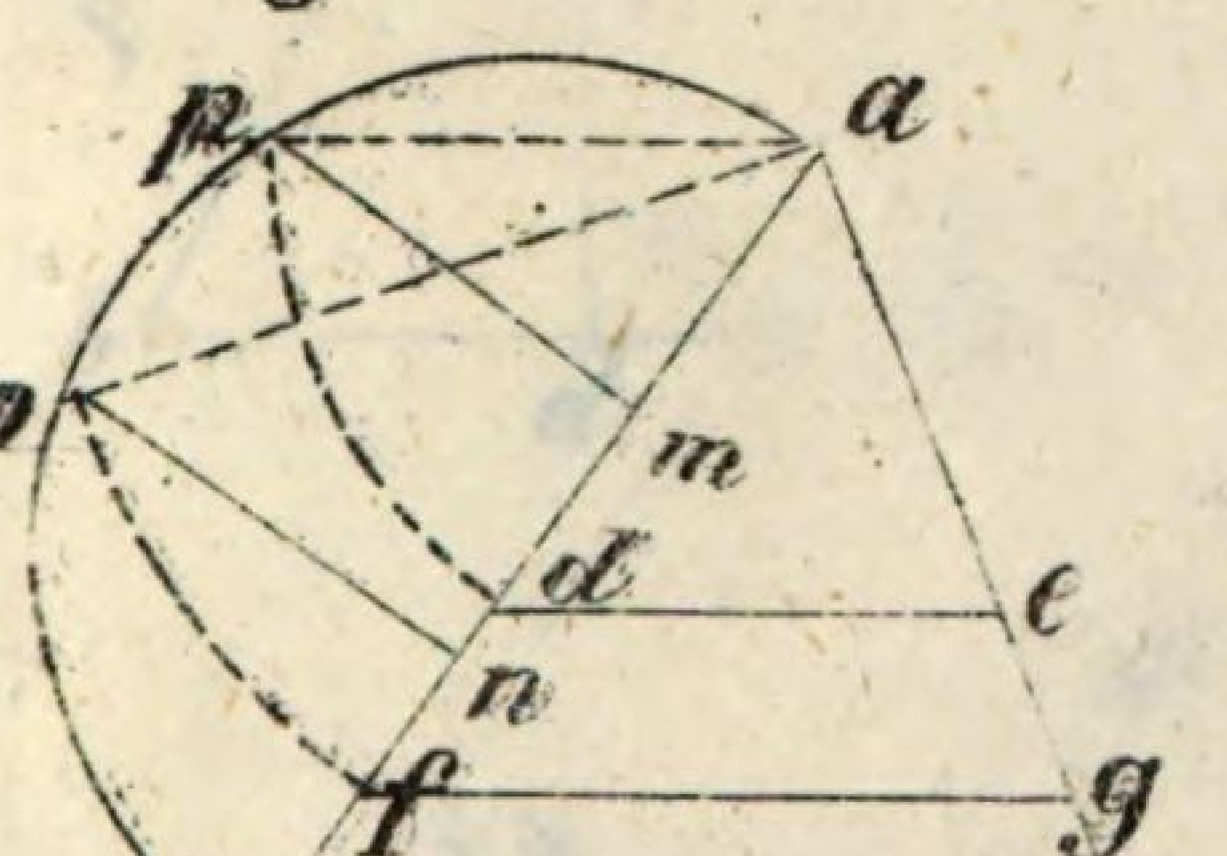


Fig. 182.

Fig. 183.



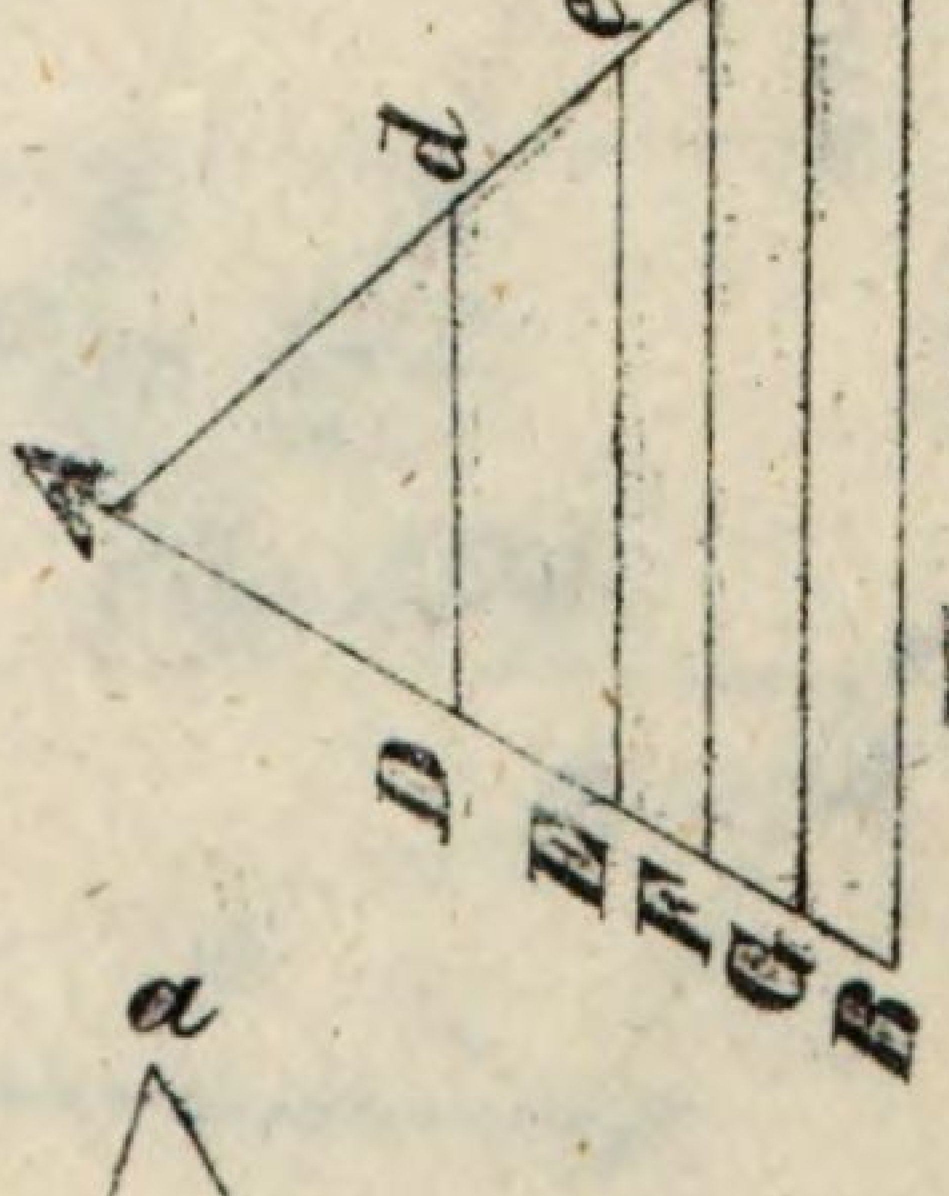


Fig. 185.

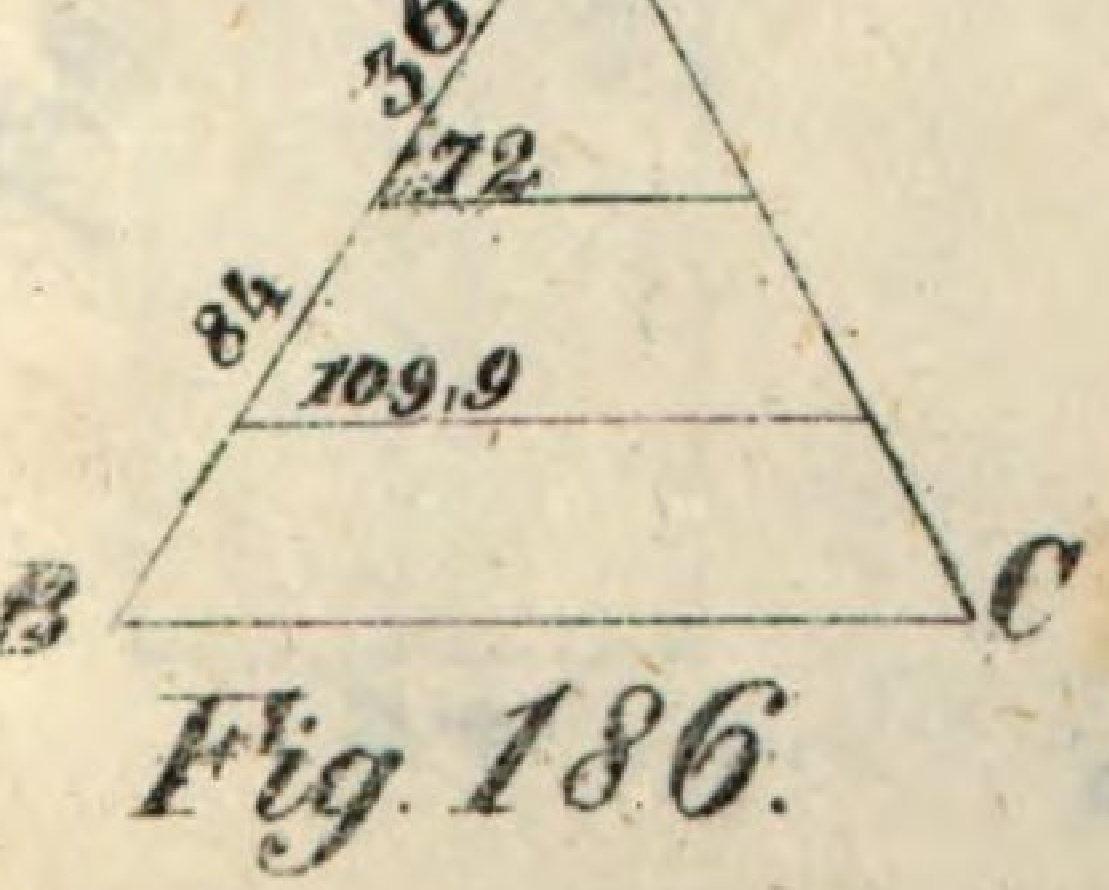


Fig. 186.

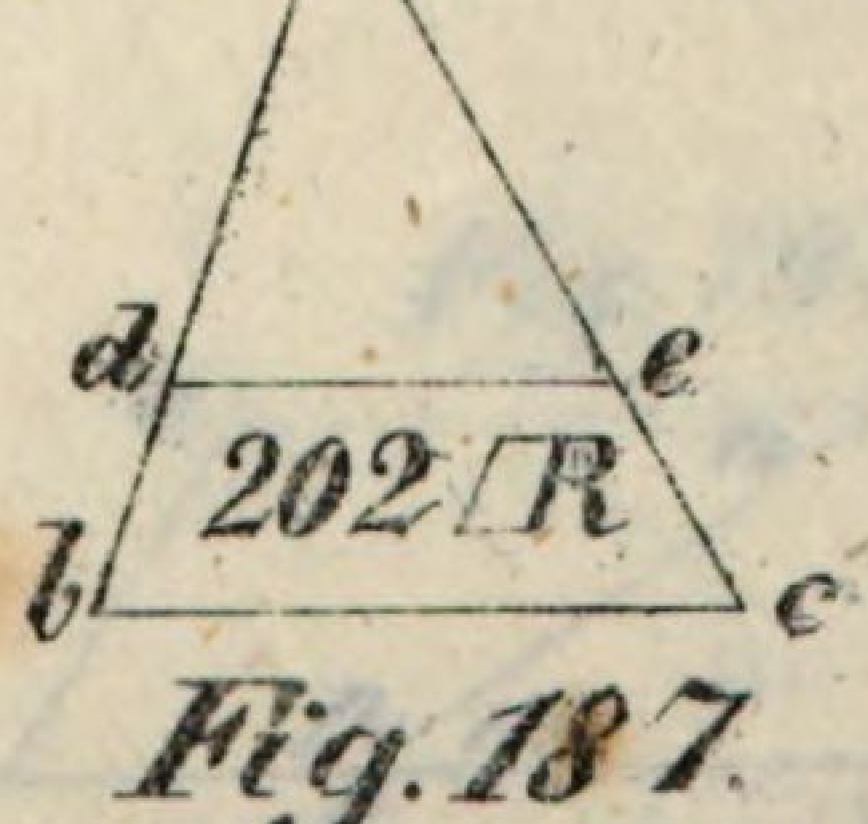


Fig. 187.

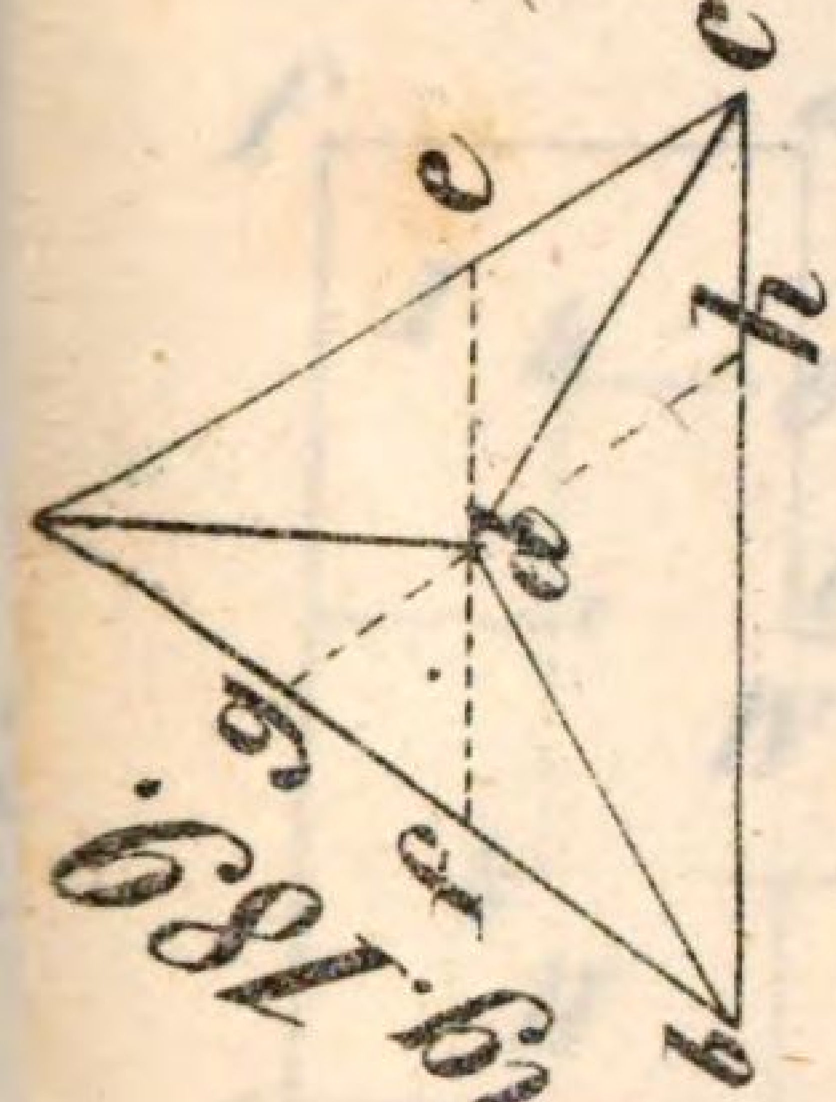


Fig. 189.

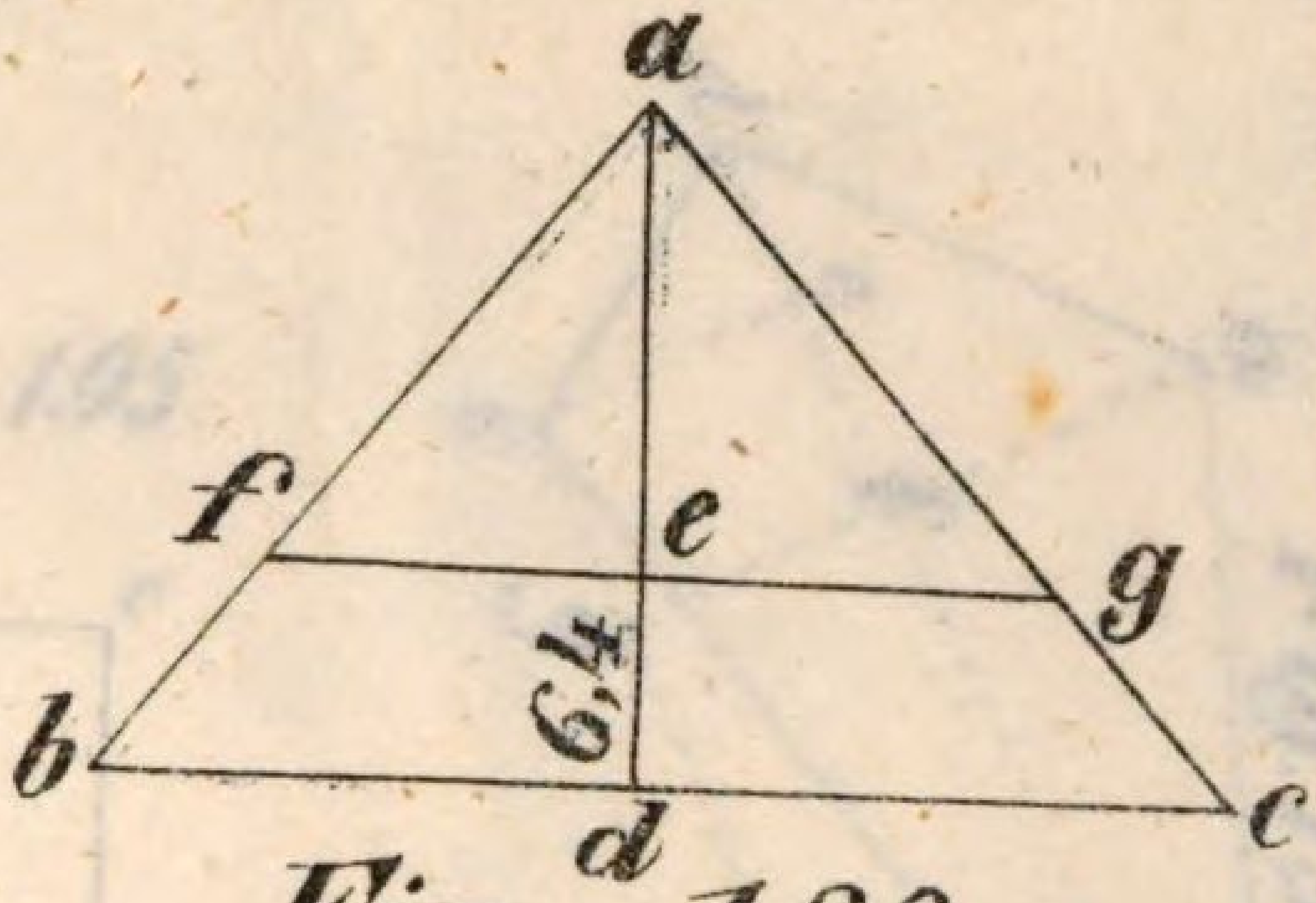


Fig. 188.

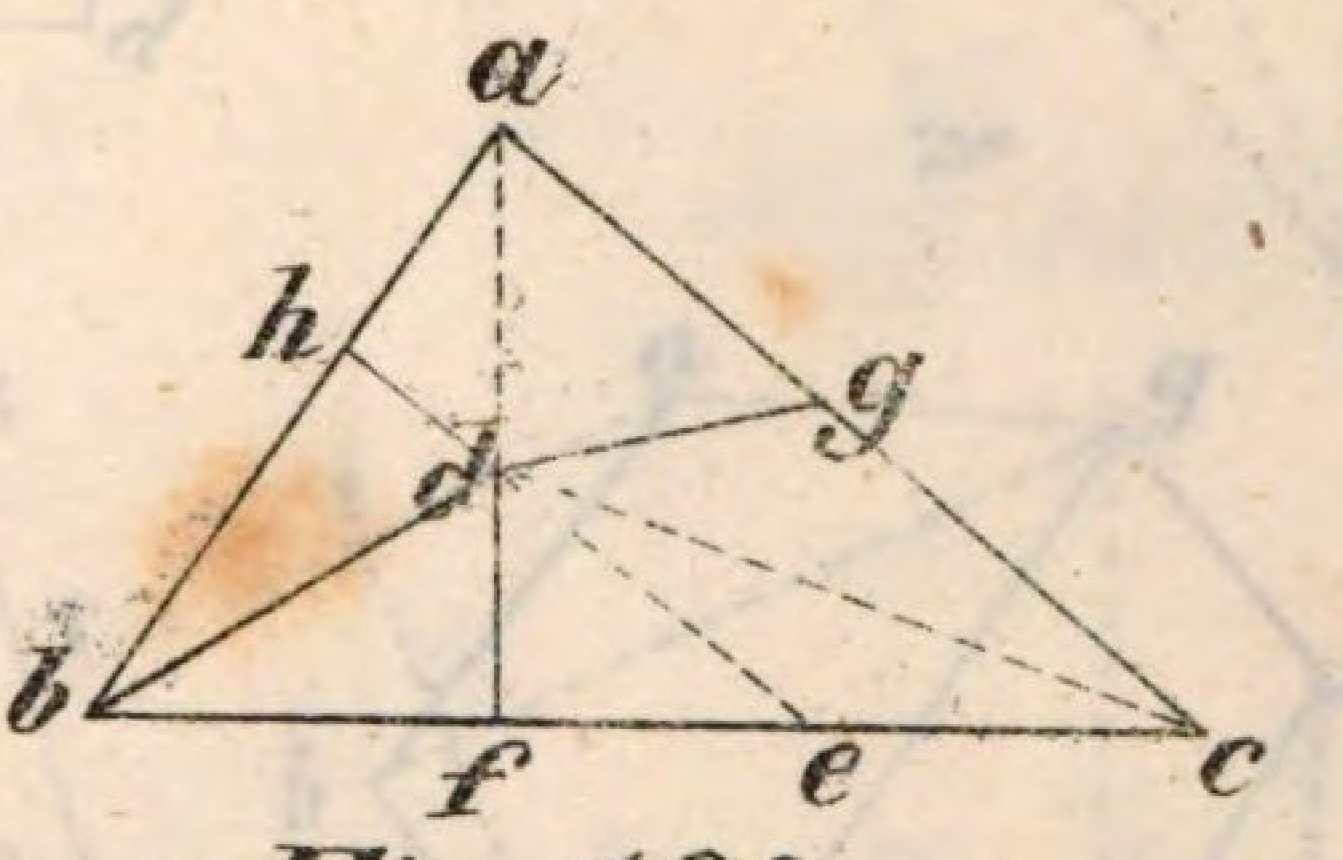


Fig. 190.

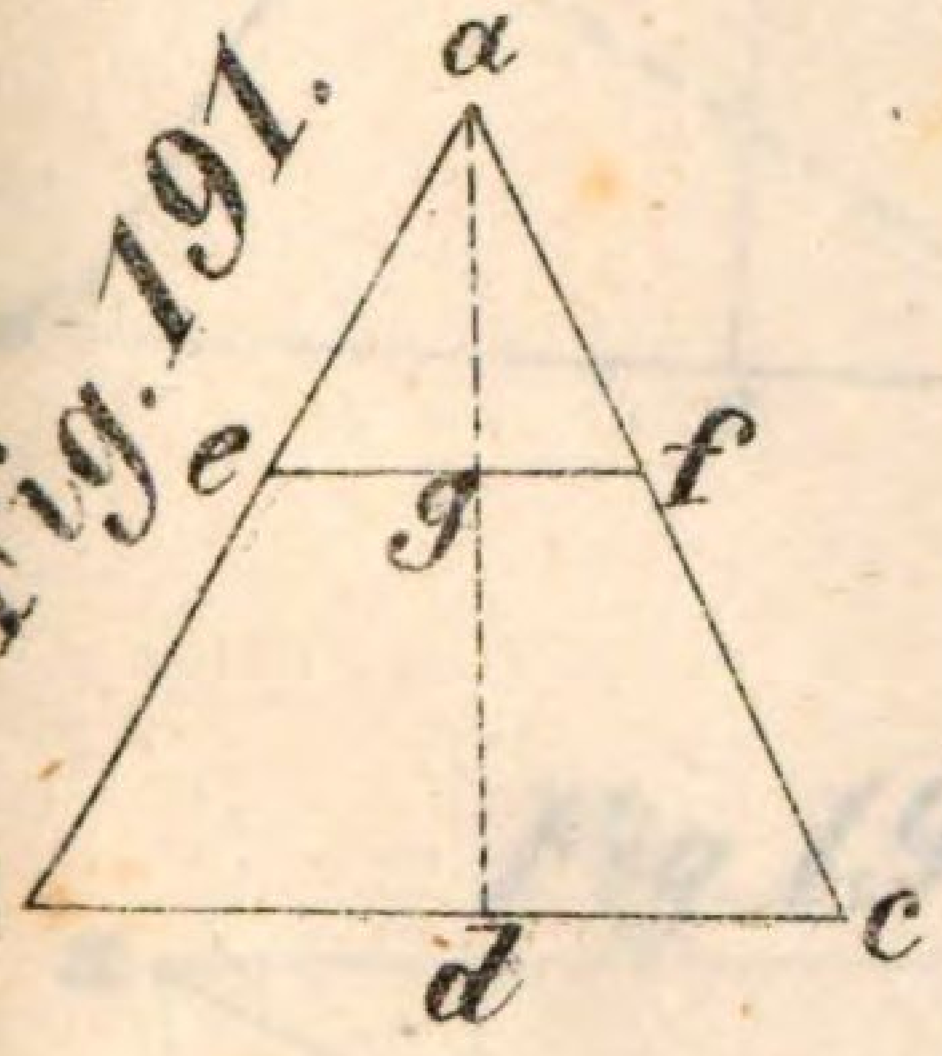


Fig. 191.

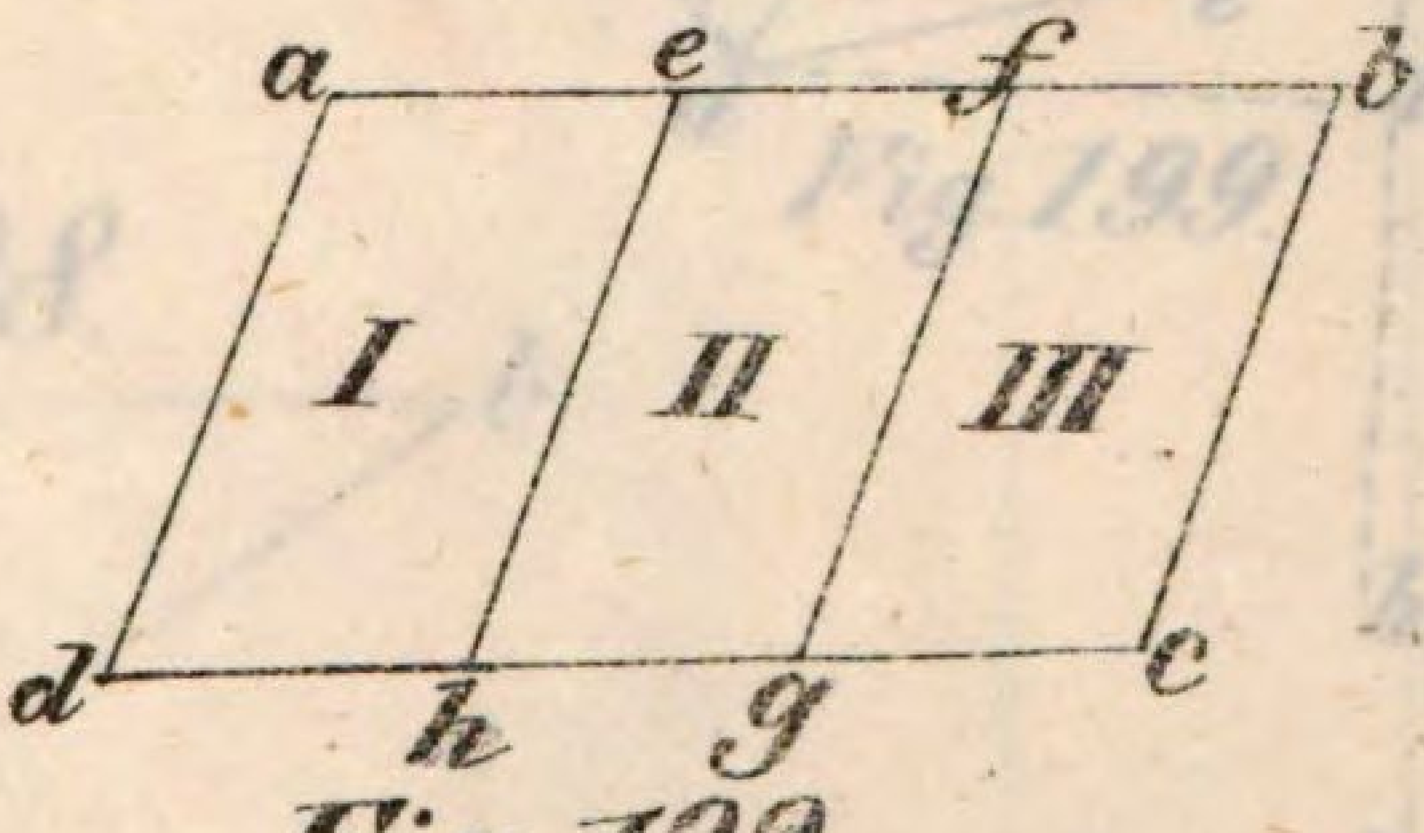


Fig. 192.

Fig. 194.



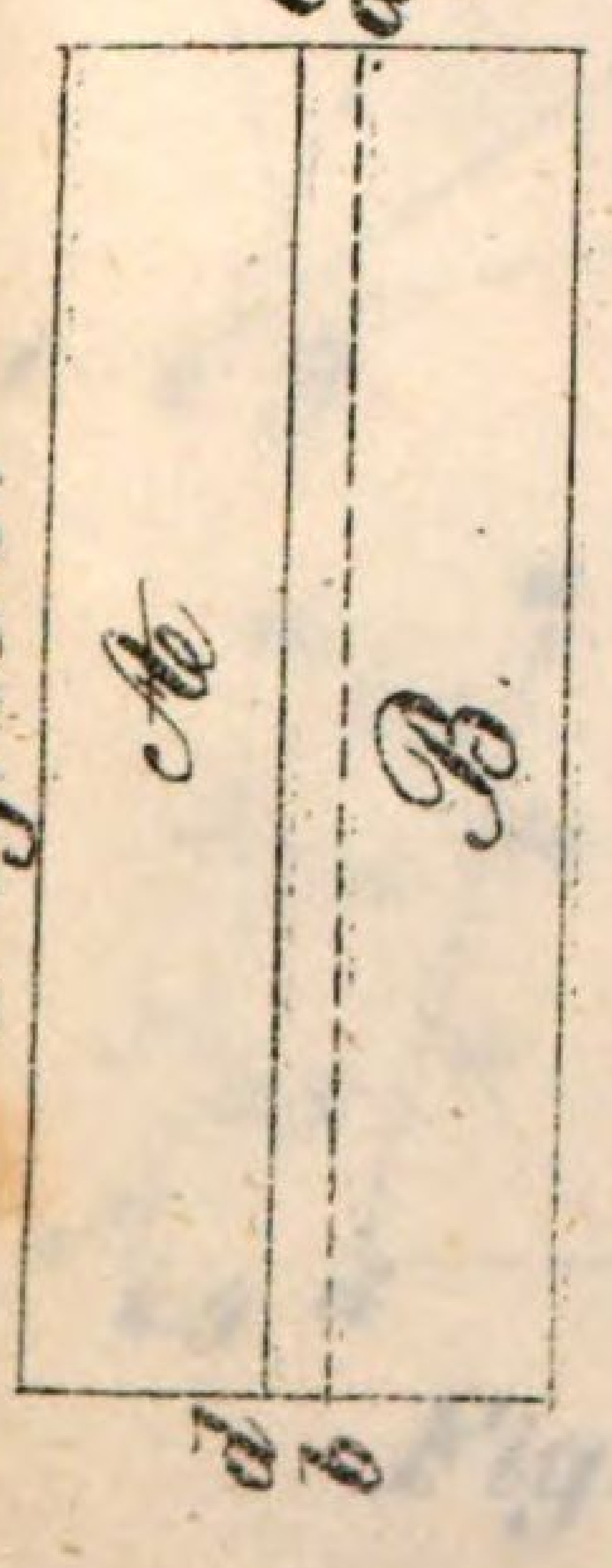
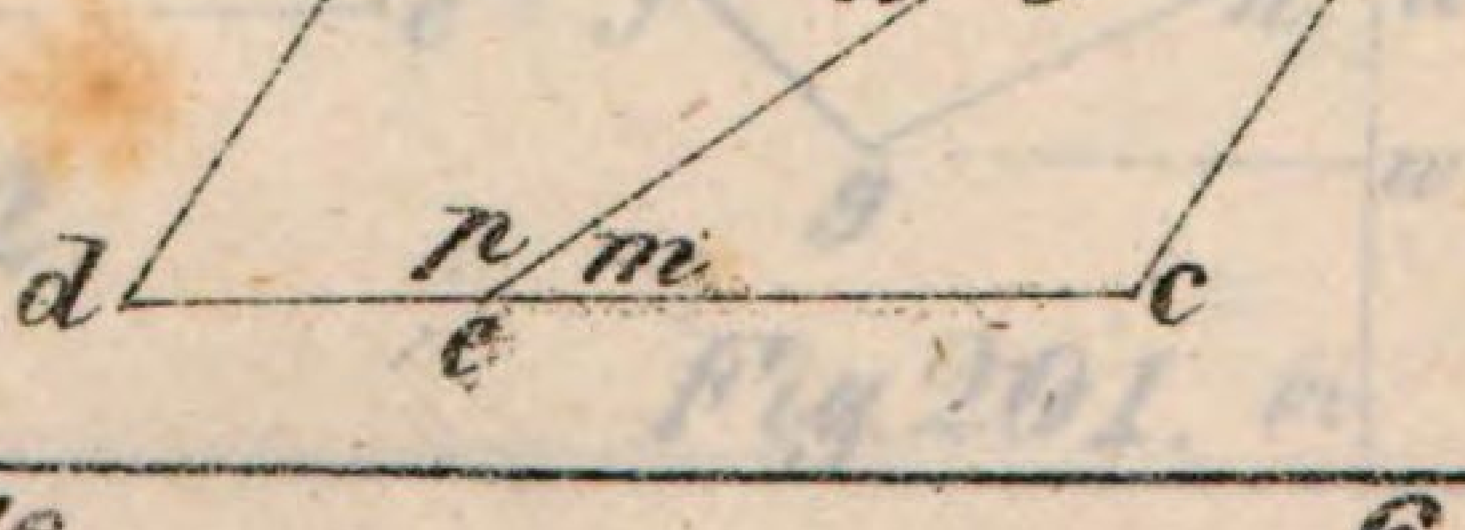


Fig. 196.

Fig. 193.



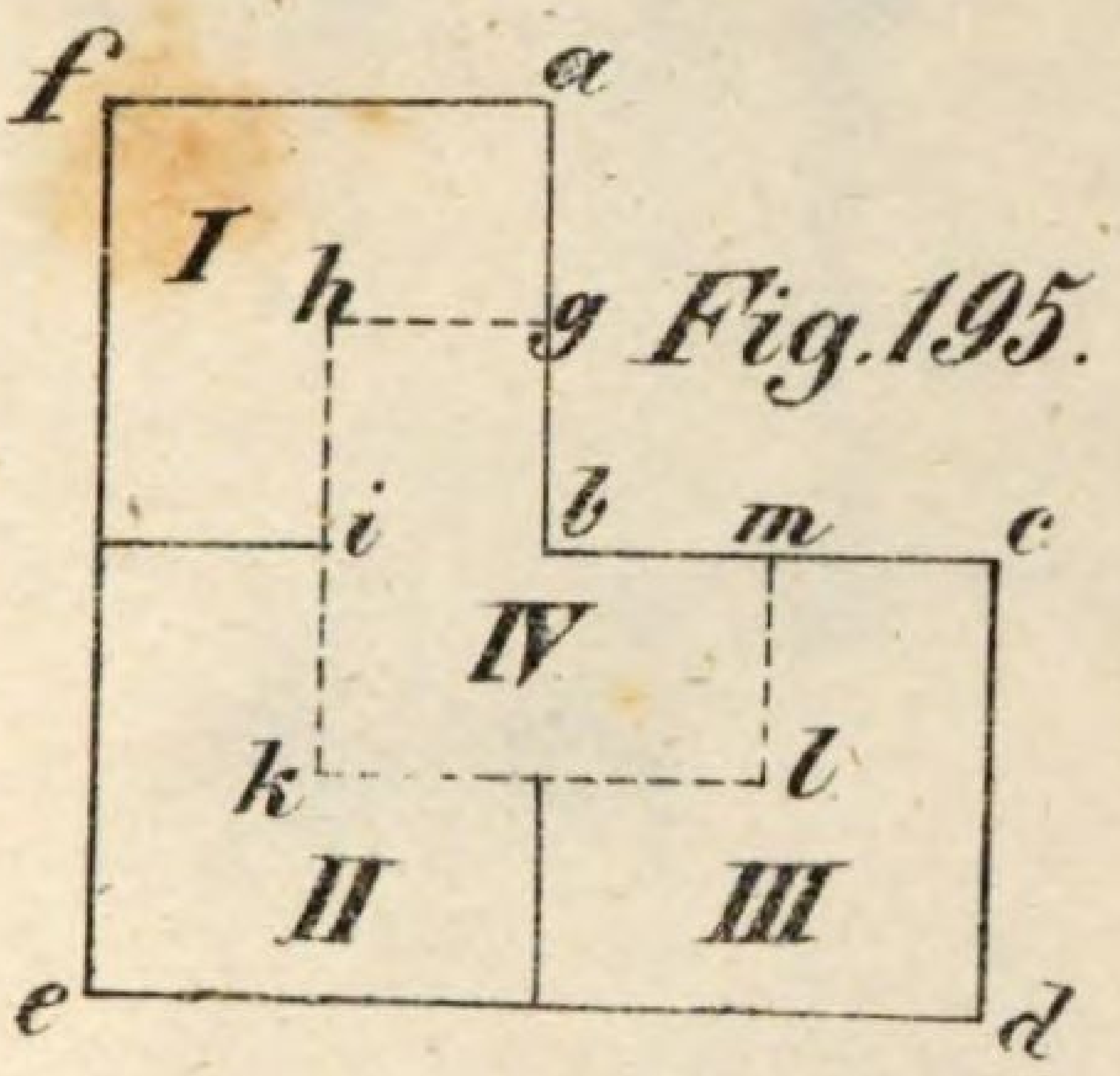


Fig. 195.

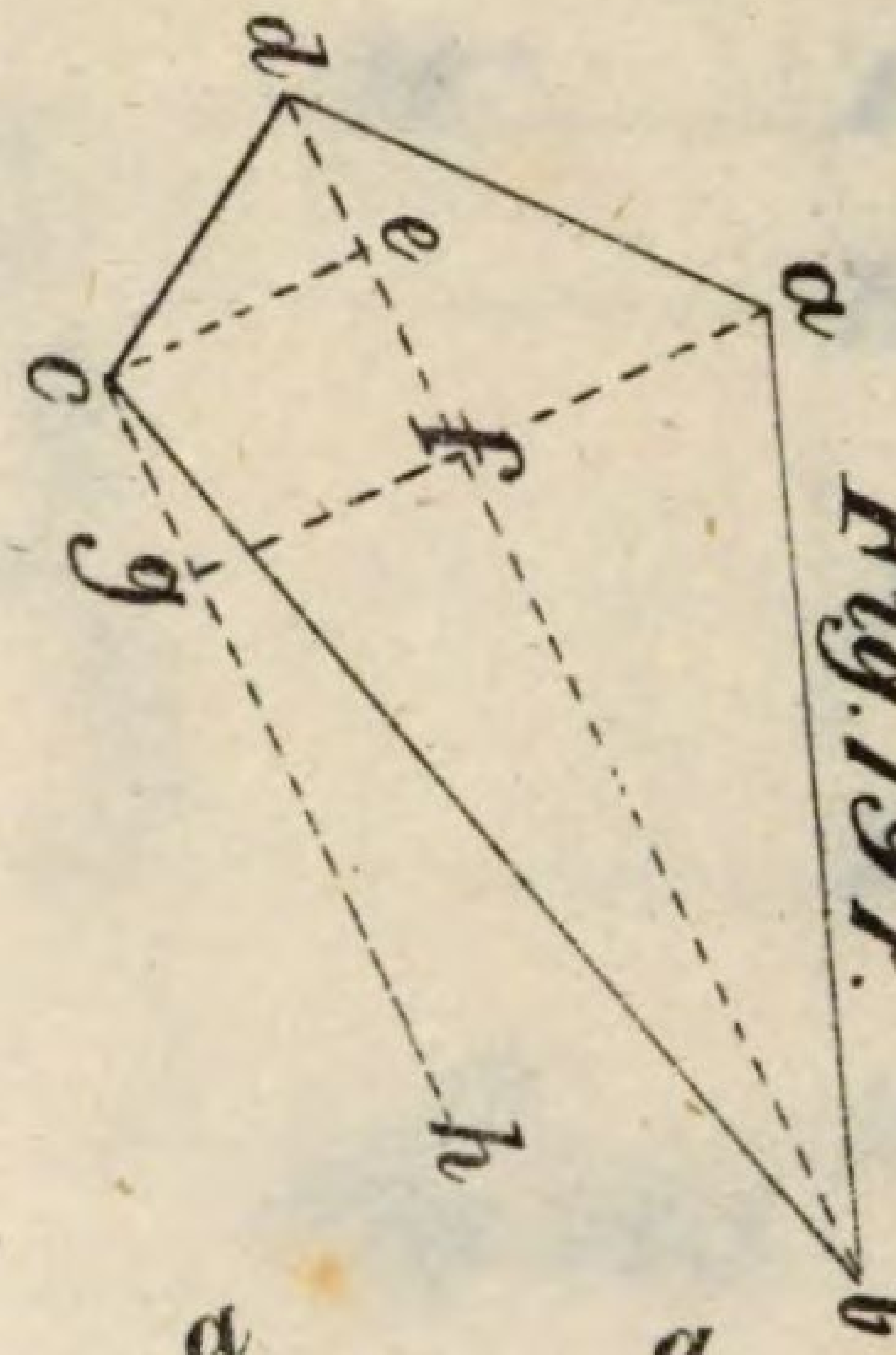
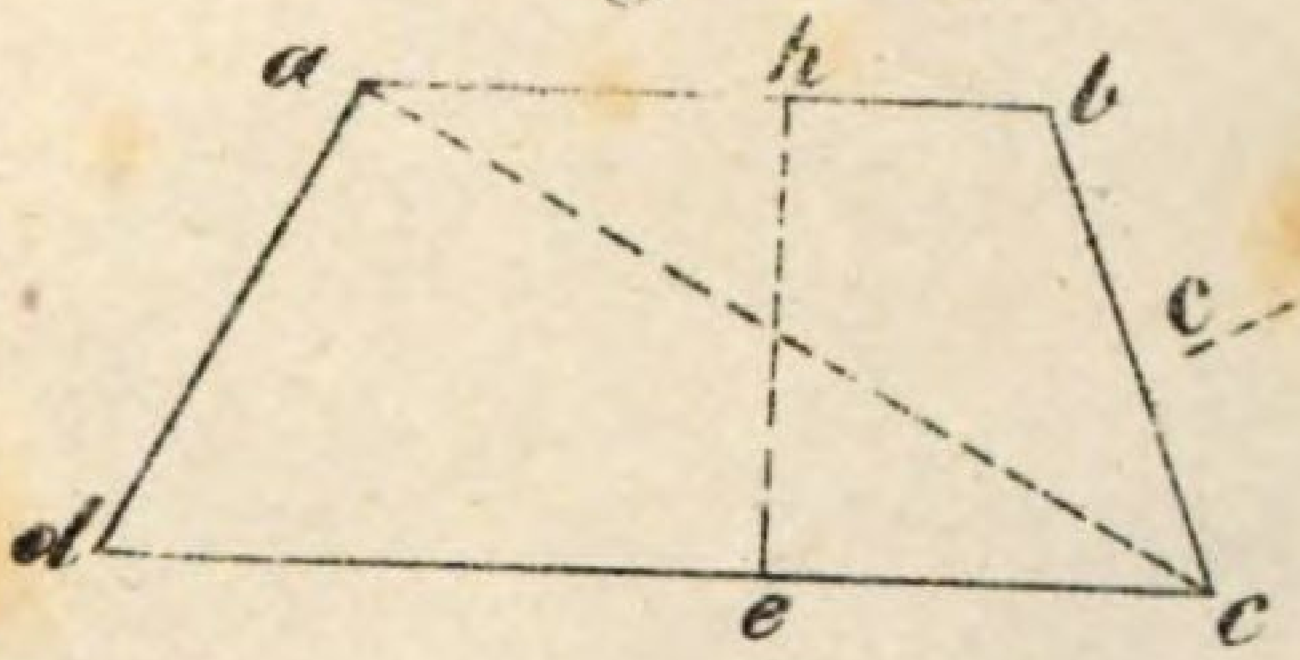


Fig. 197.

Fig. 200.



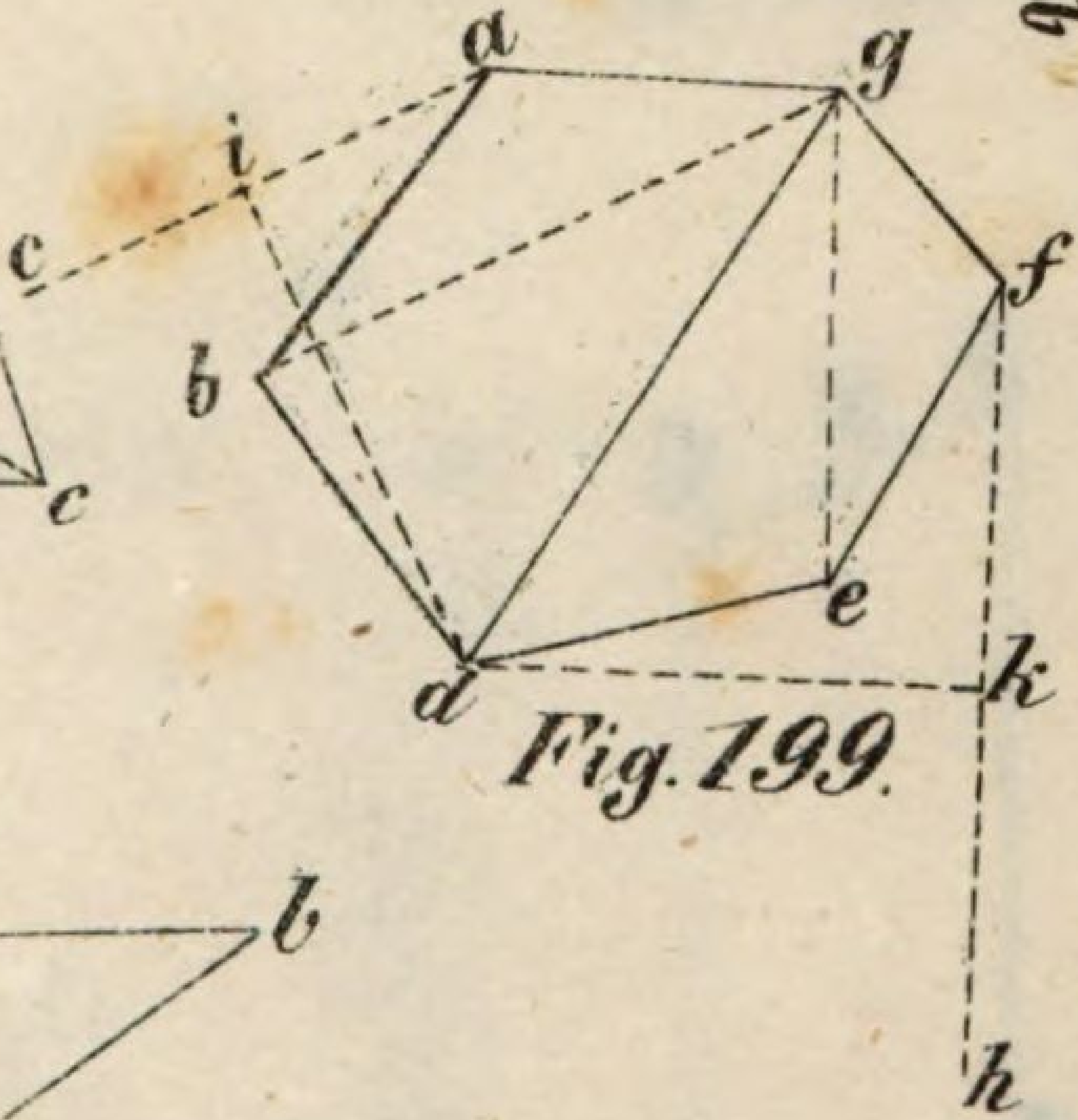


Fig. 199.

Fig. 198.



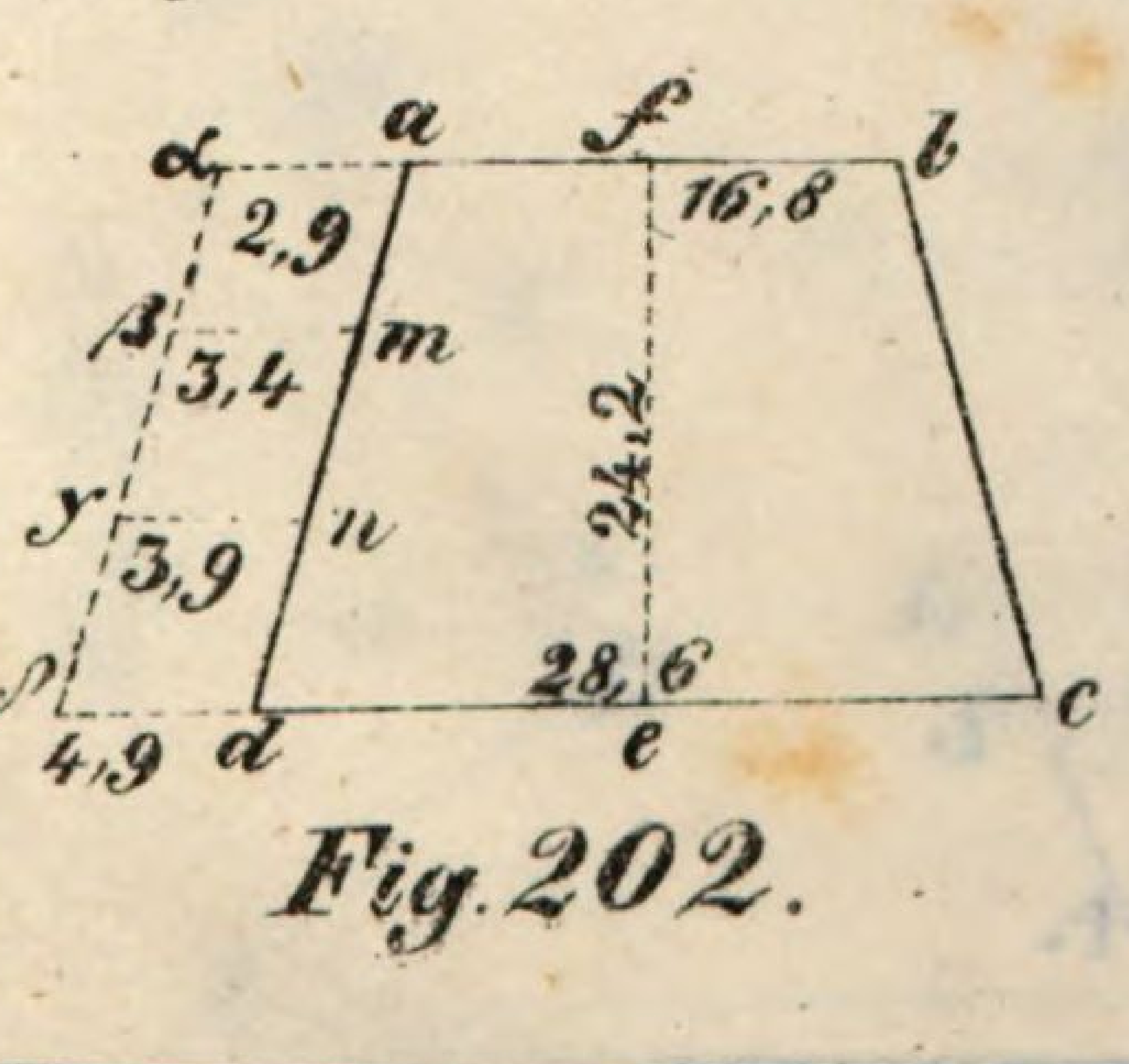


Fig. 202.

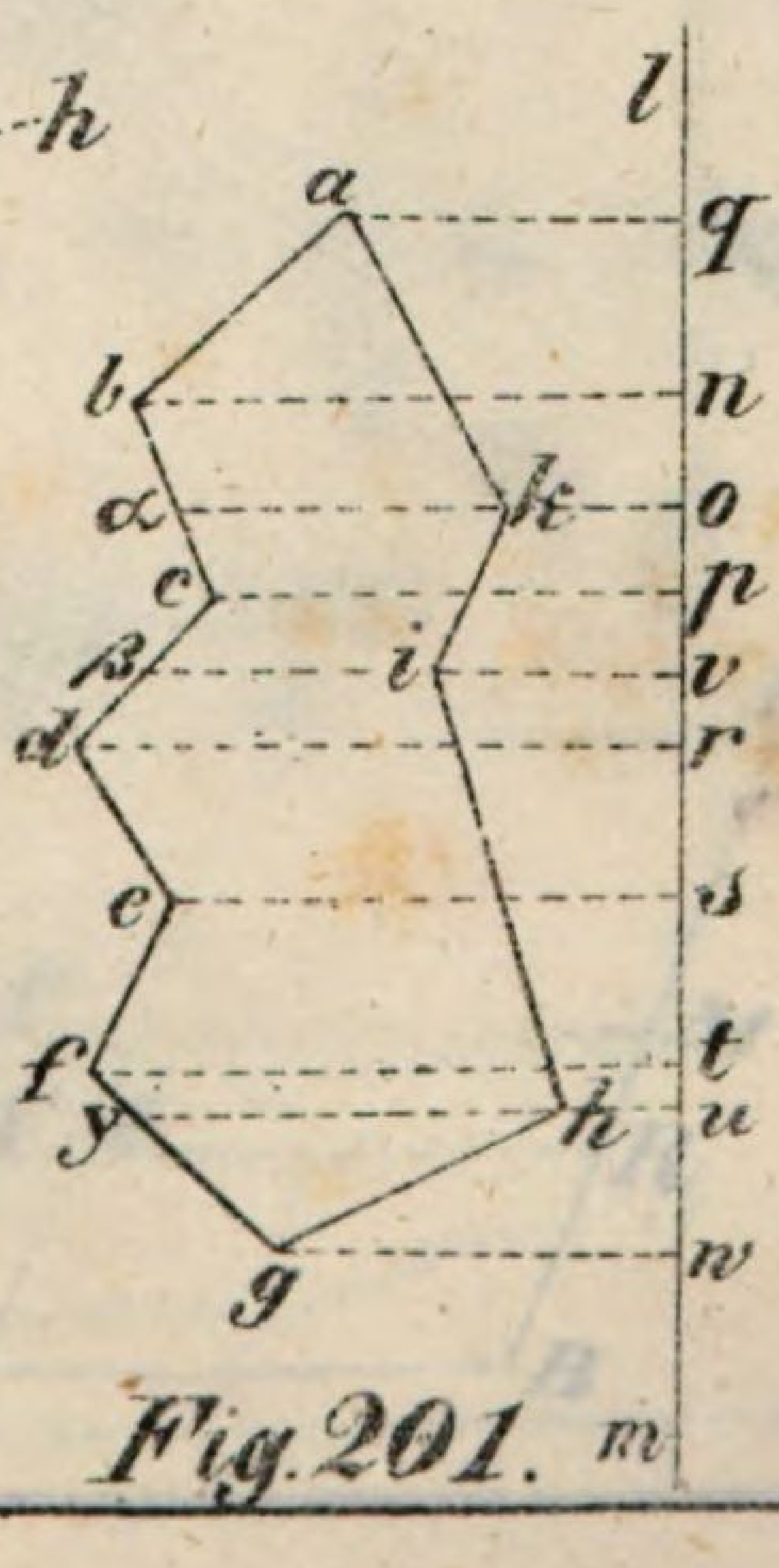


Fig. 201.

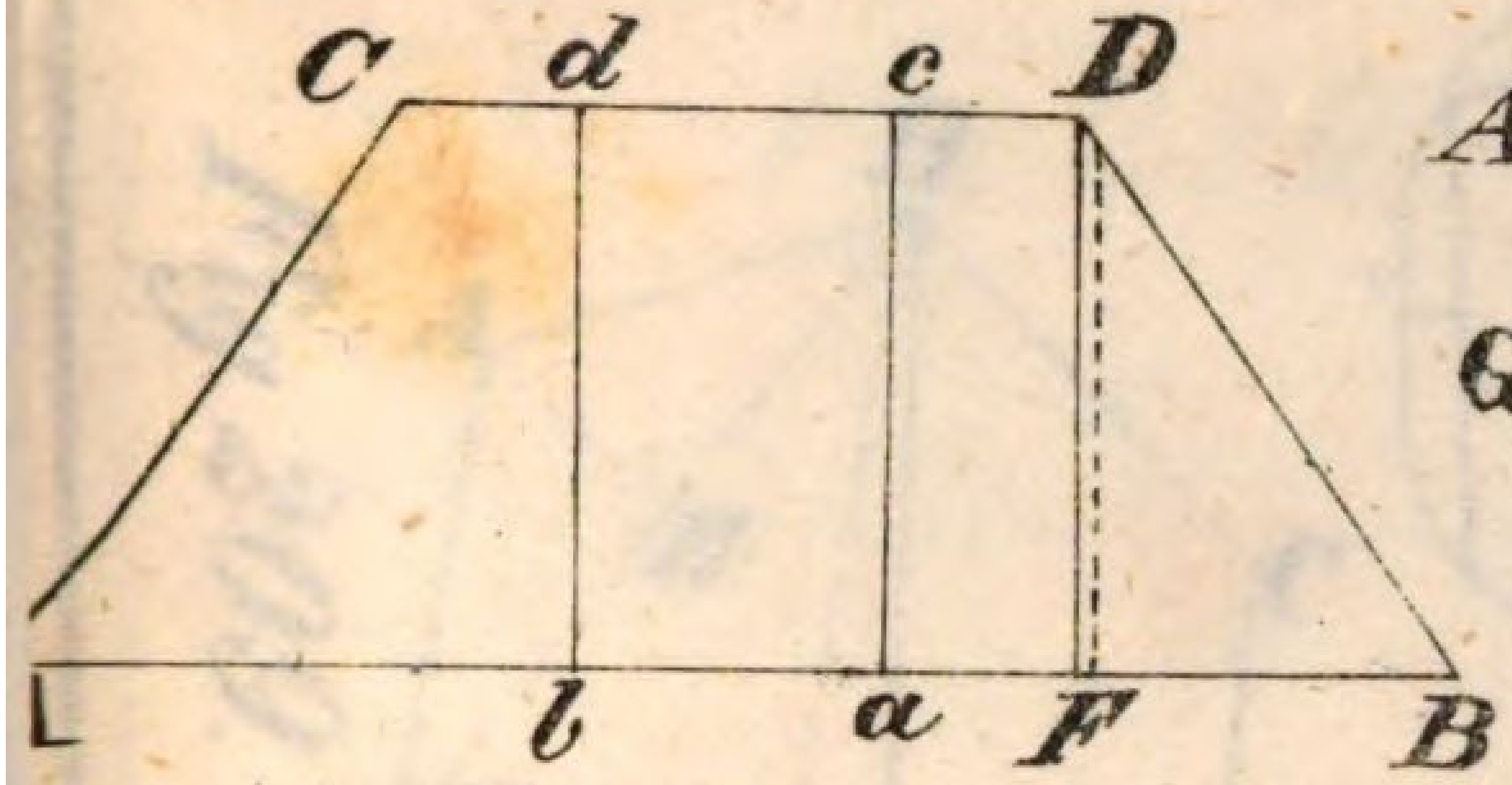


Fig. 203.

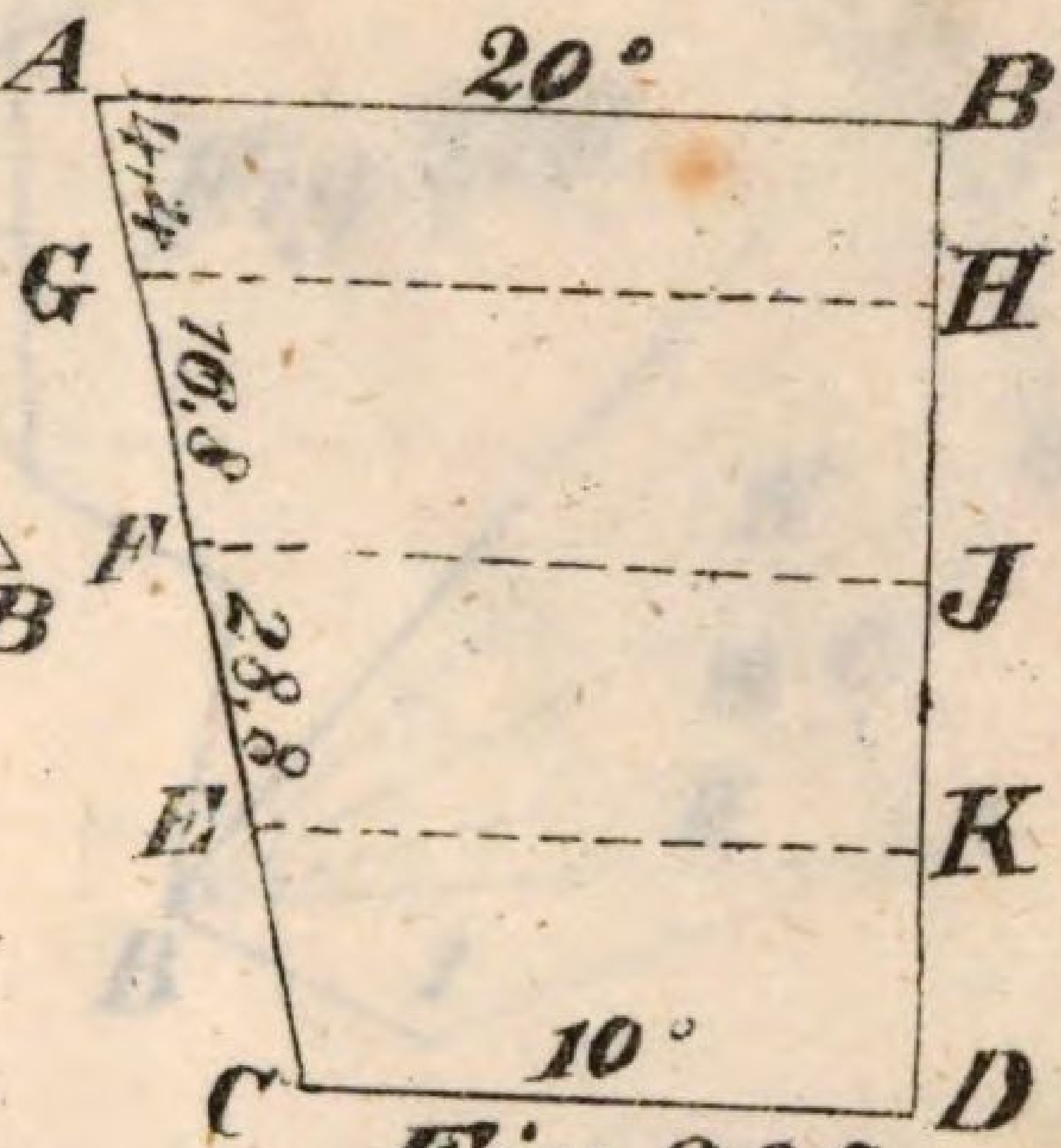


Fig. 205.

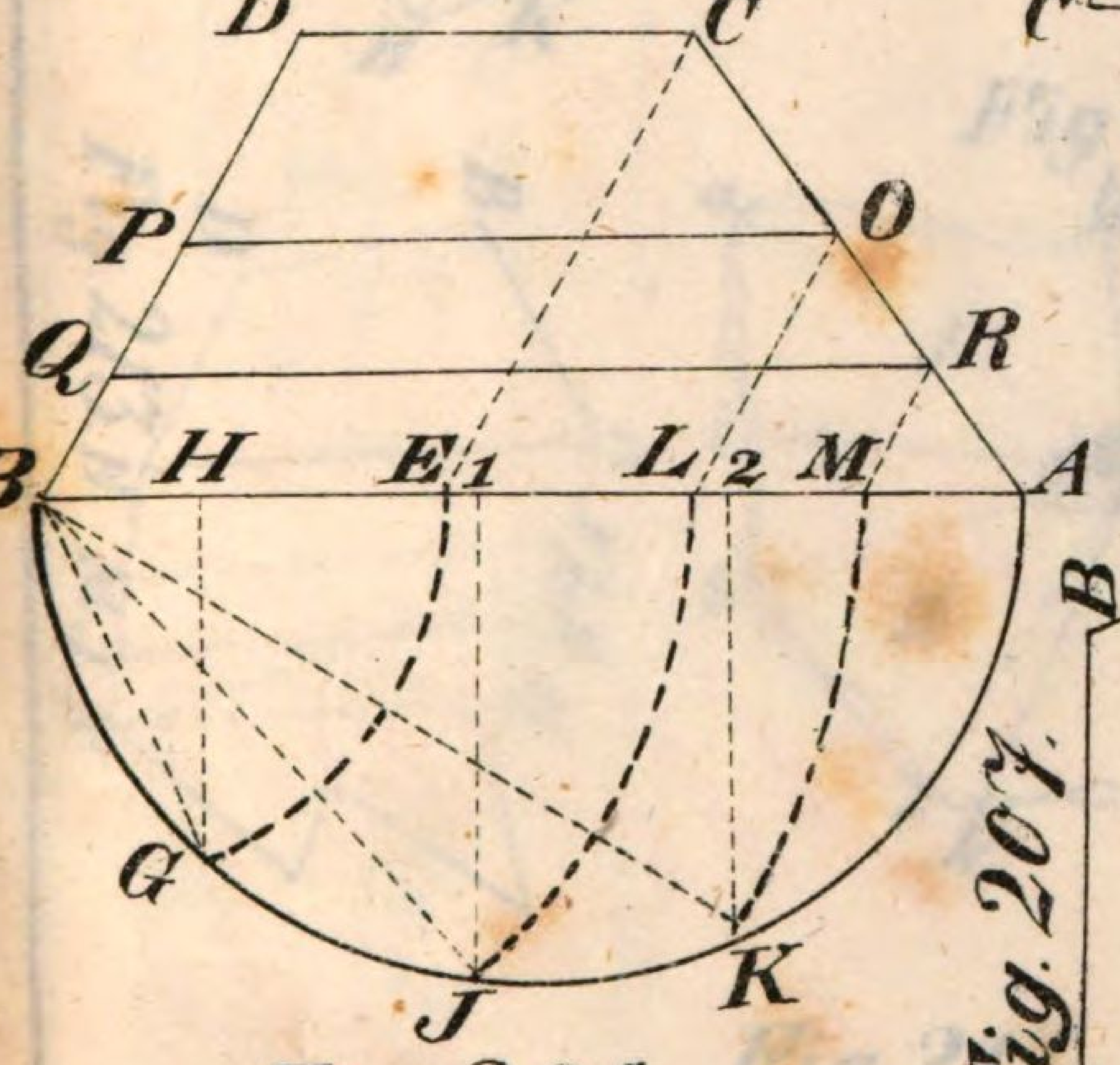
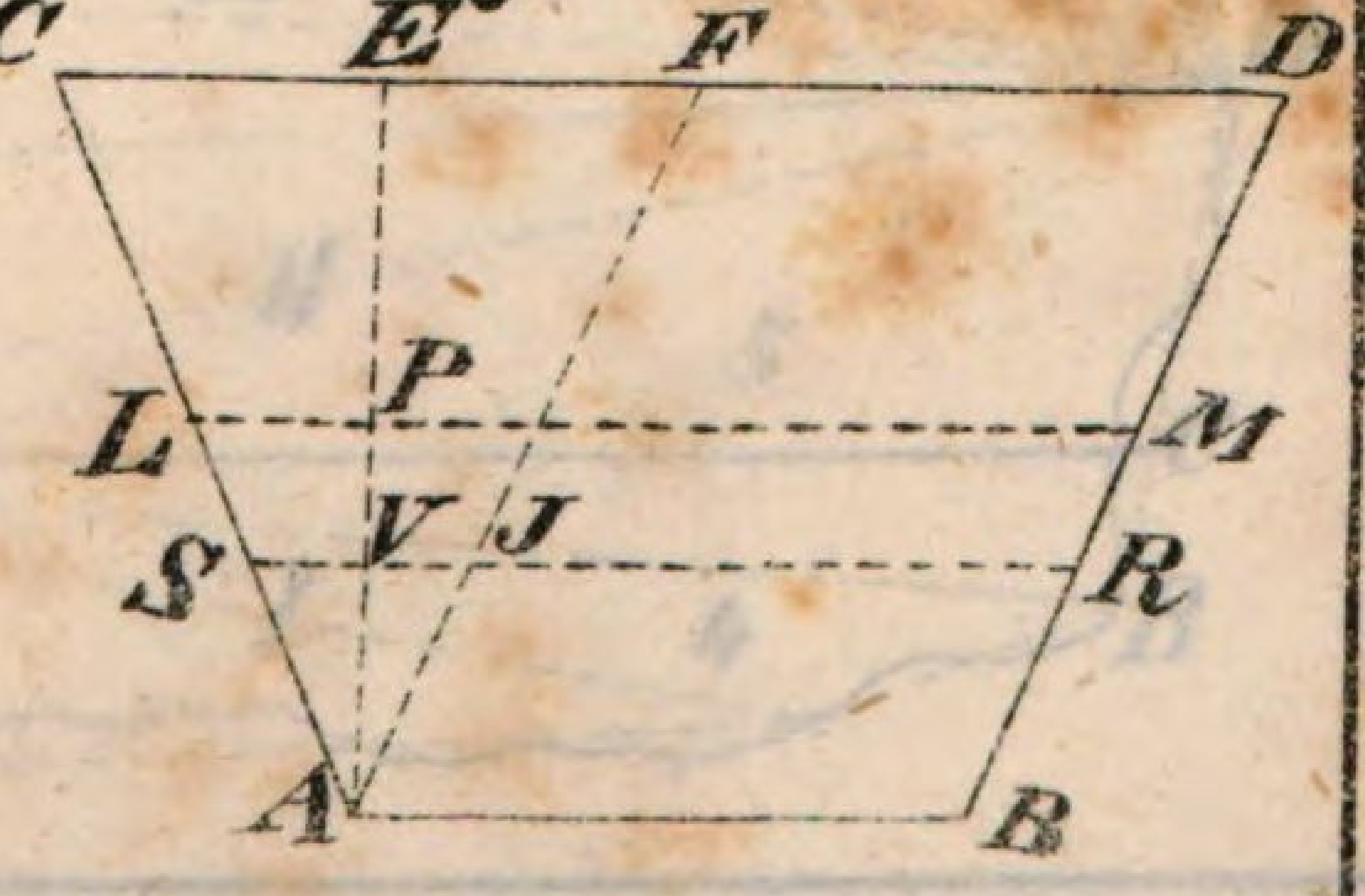


Fig. 204.



Fig. 207.

Fig. 206.



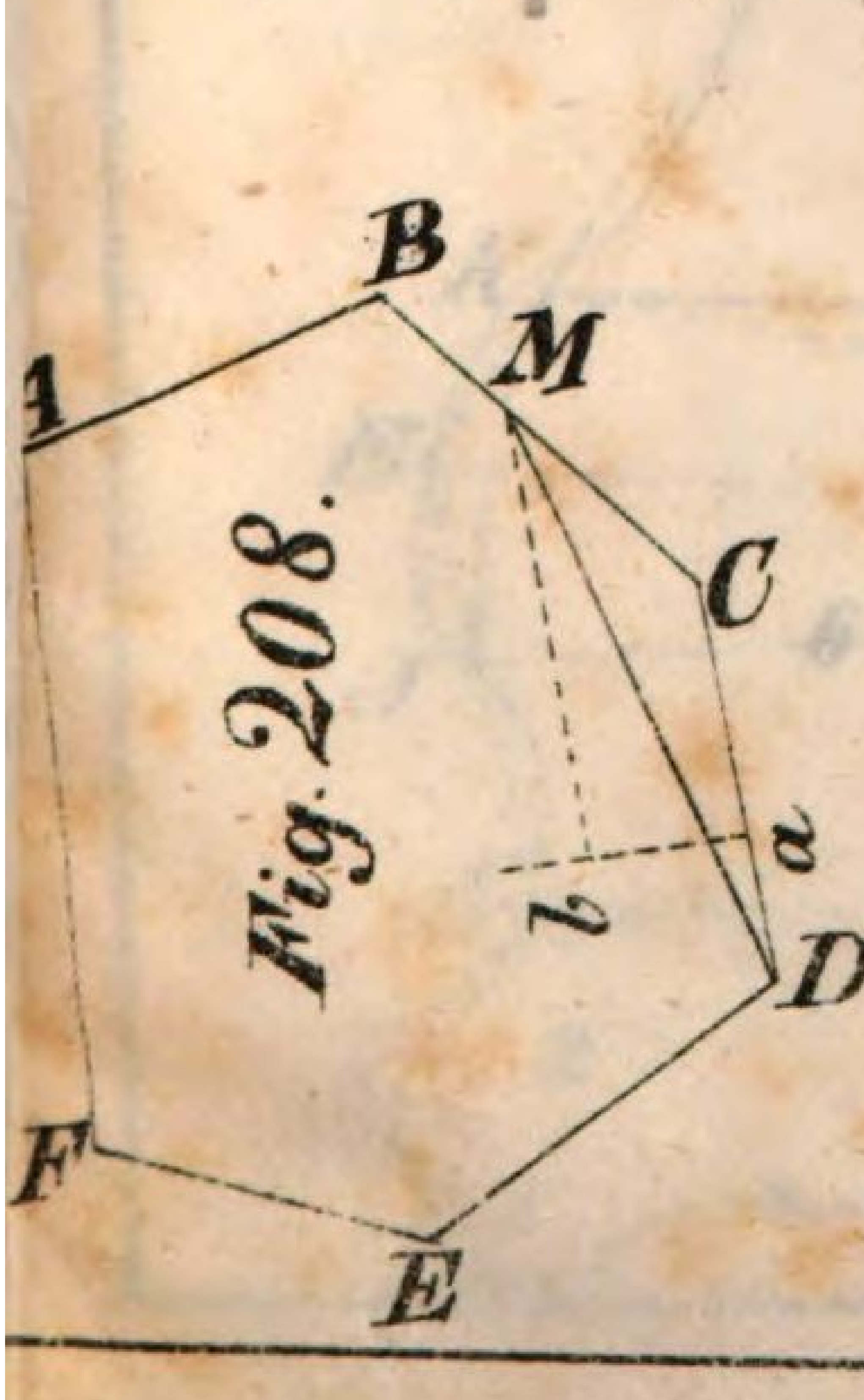


Fig. 208.

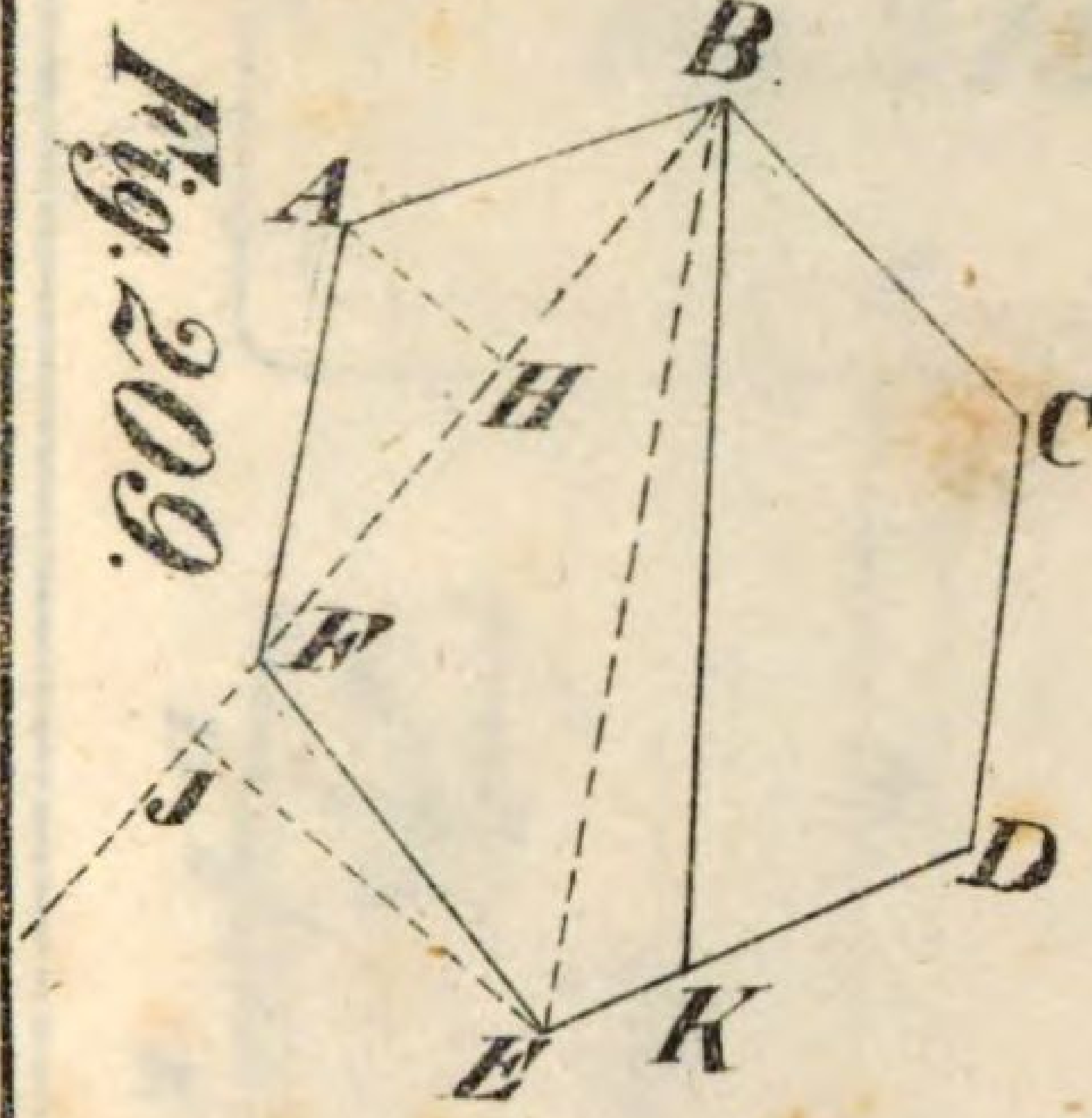


Fig. 209.

Fig. 210.

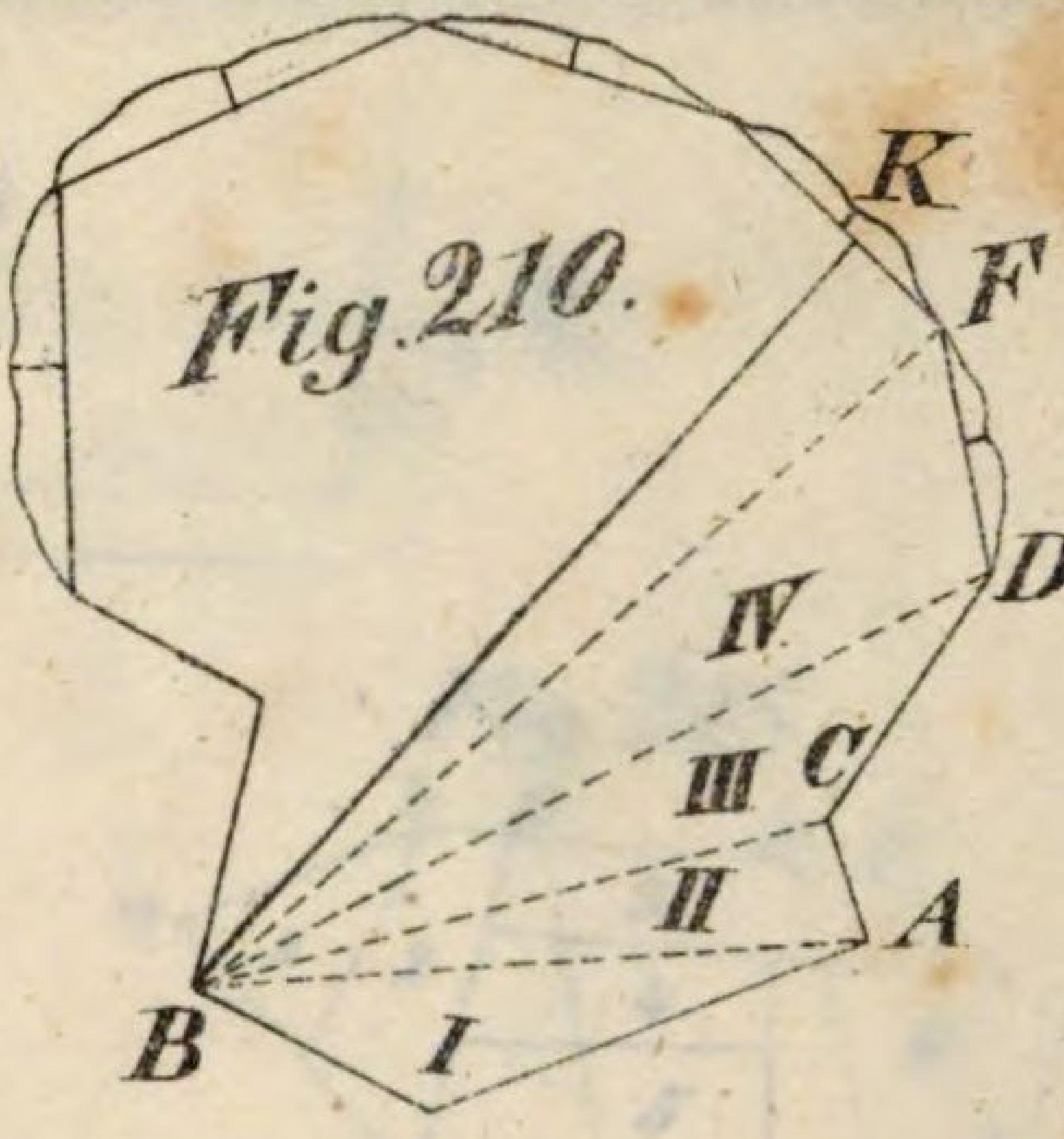


Fig. 211.

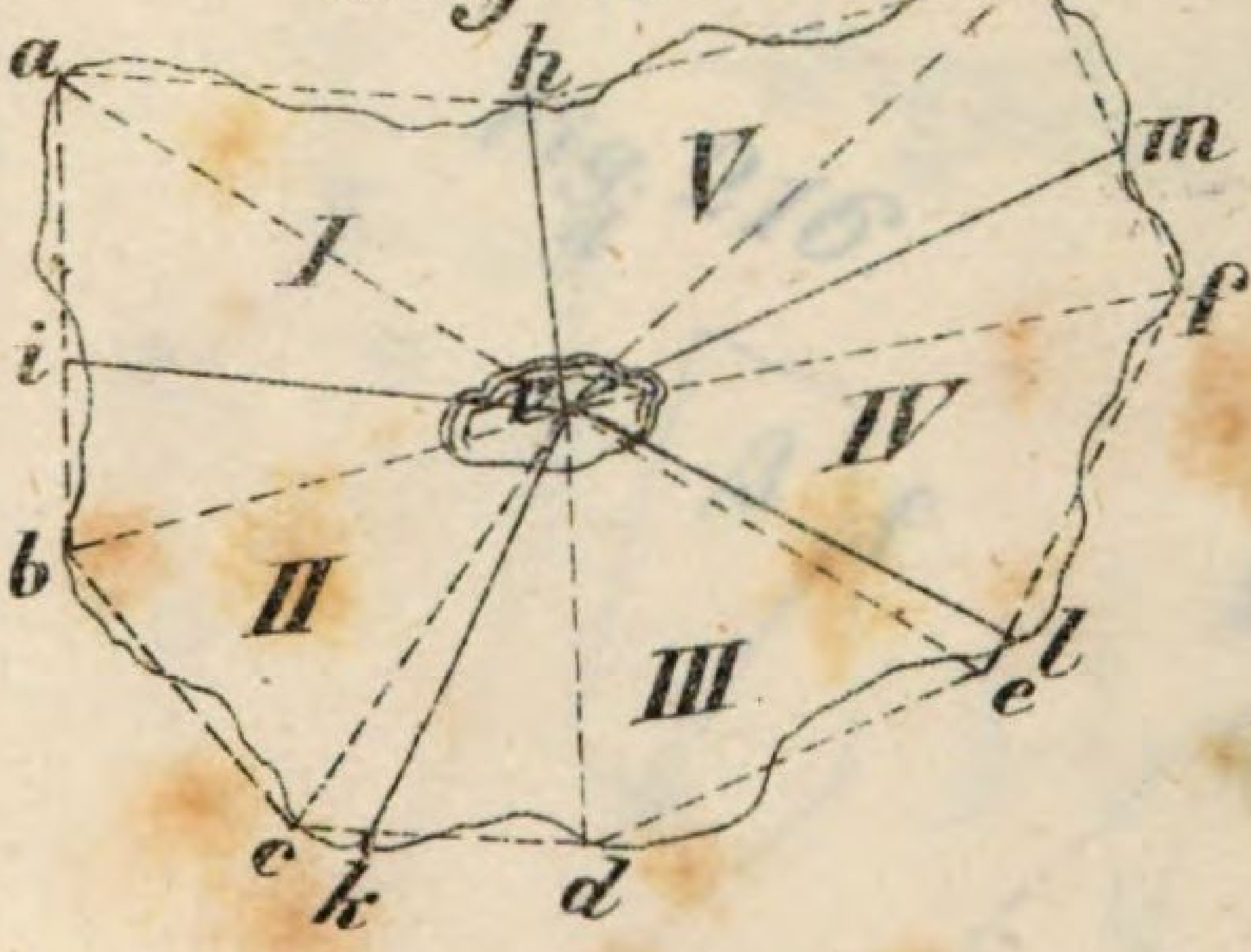
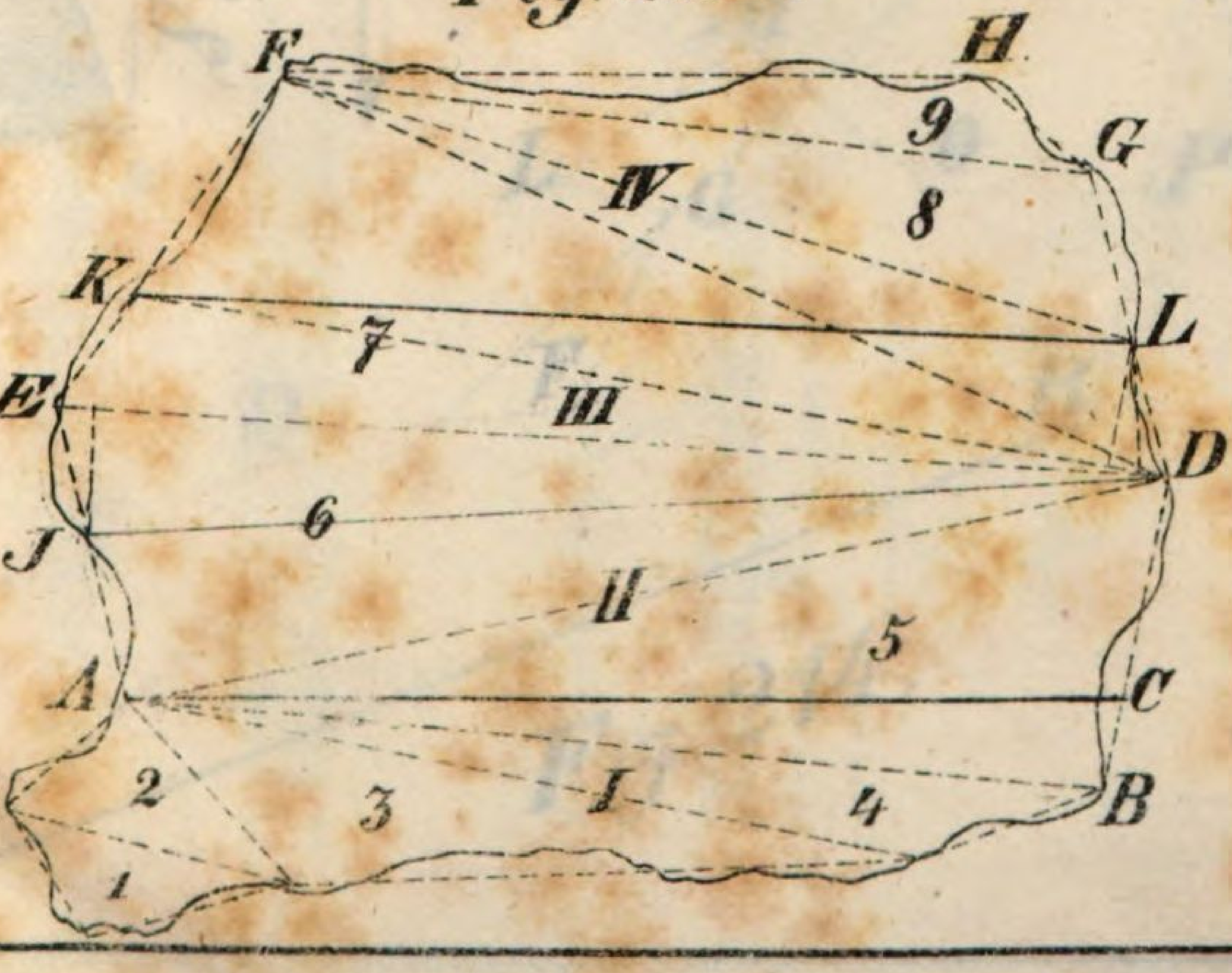


Fig. 213.



Fig. 212.




Fig. 219.

Fig. 215.

Fig. 217.

Fig. 216.

Fig. 218.

Fig. 214.

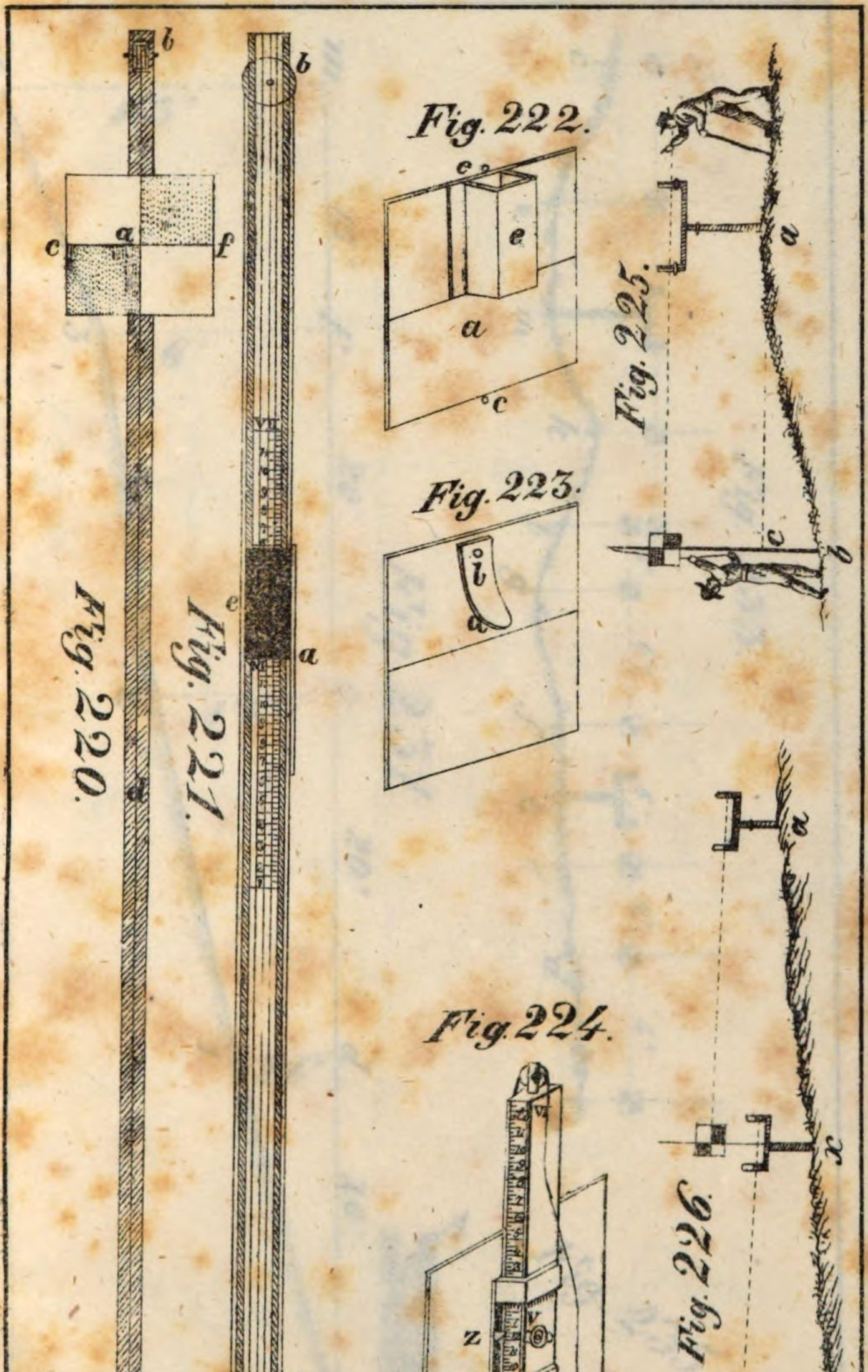


Fig. 220.

Fig. 221.

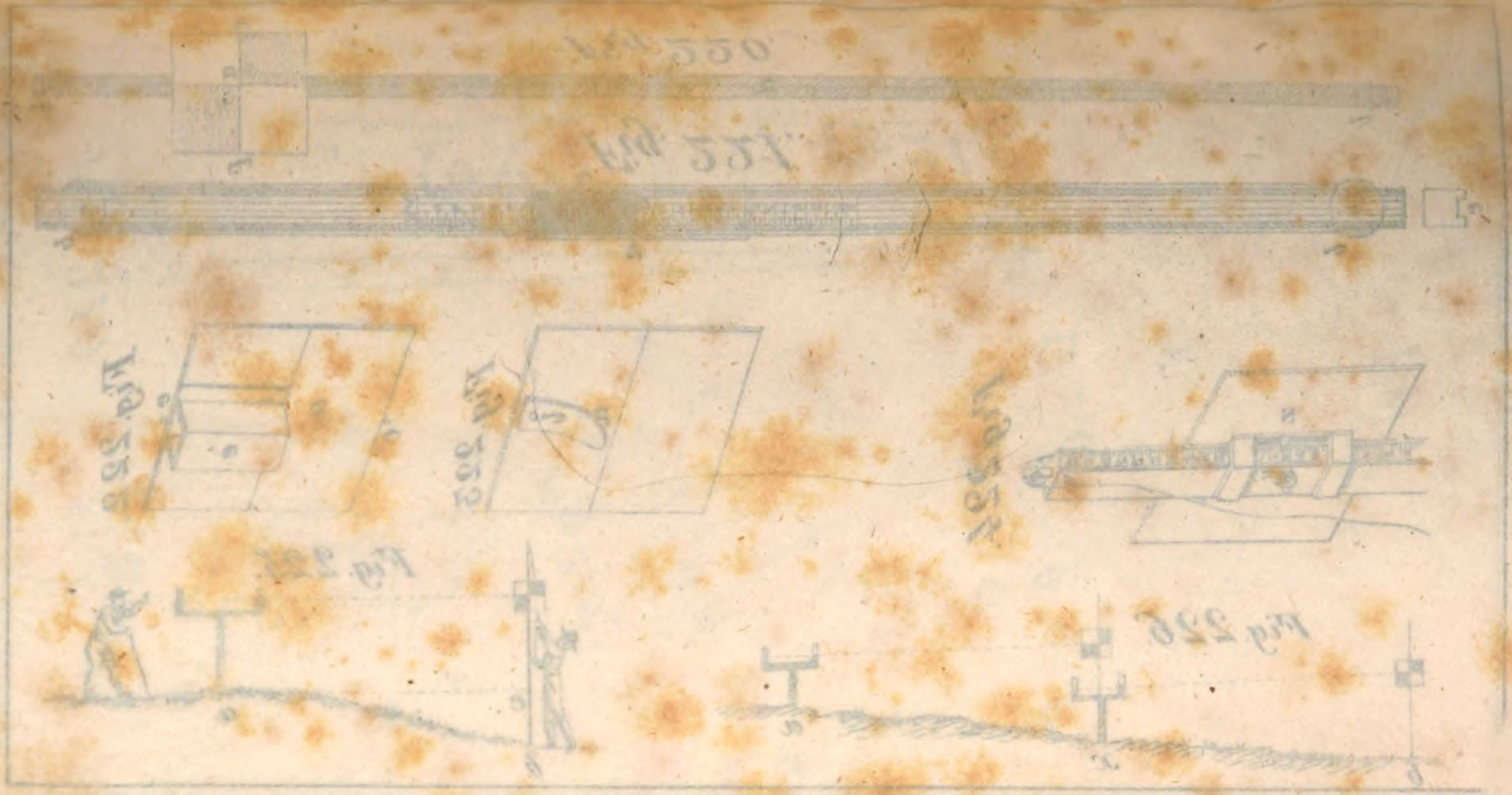
Fig. 222.


Fig. 223.

Fig. 224.

Fig. 225.

Fig. 226.


Fig. 220
Fig. 221
Fig. 222
Fig. 223
Fig. 224
Fig. 225
Fig. 226


Fig. 233.
c
i
m
k
l
g
f
h
e
d
a
3°
6°
6°
4°
6°
Fig. 231.
m
15°
f
20°
e
20°
d
20°
a
b
8'3"
3
6'
2
4'6"
1
2'6"
c
Fig. 235.
A
C
B
48'
a
e
d

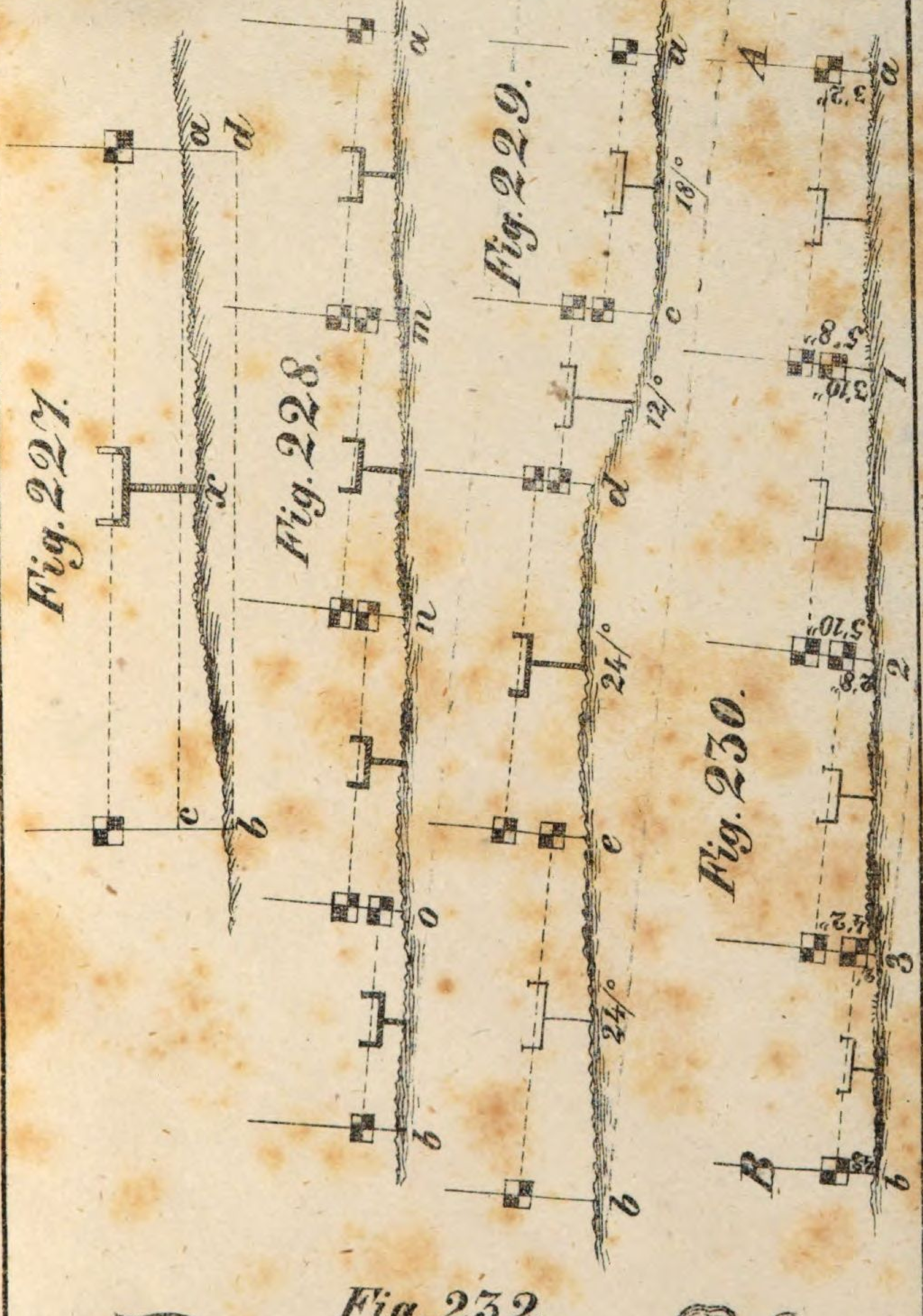


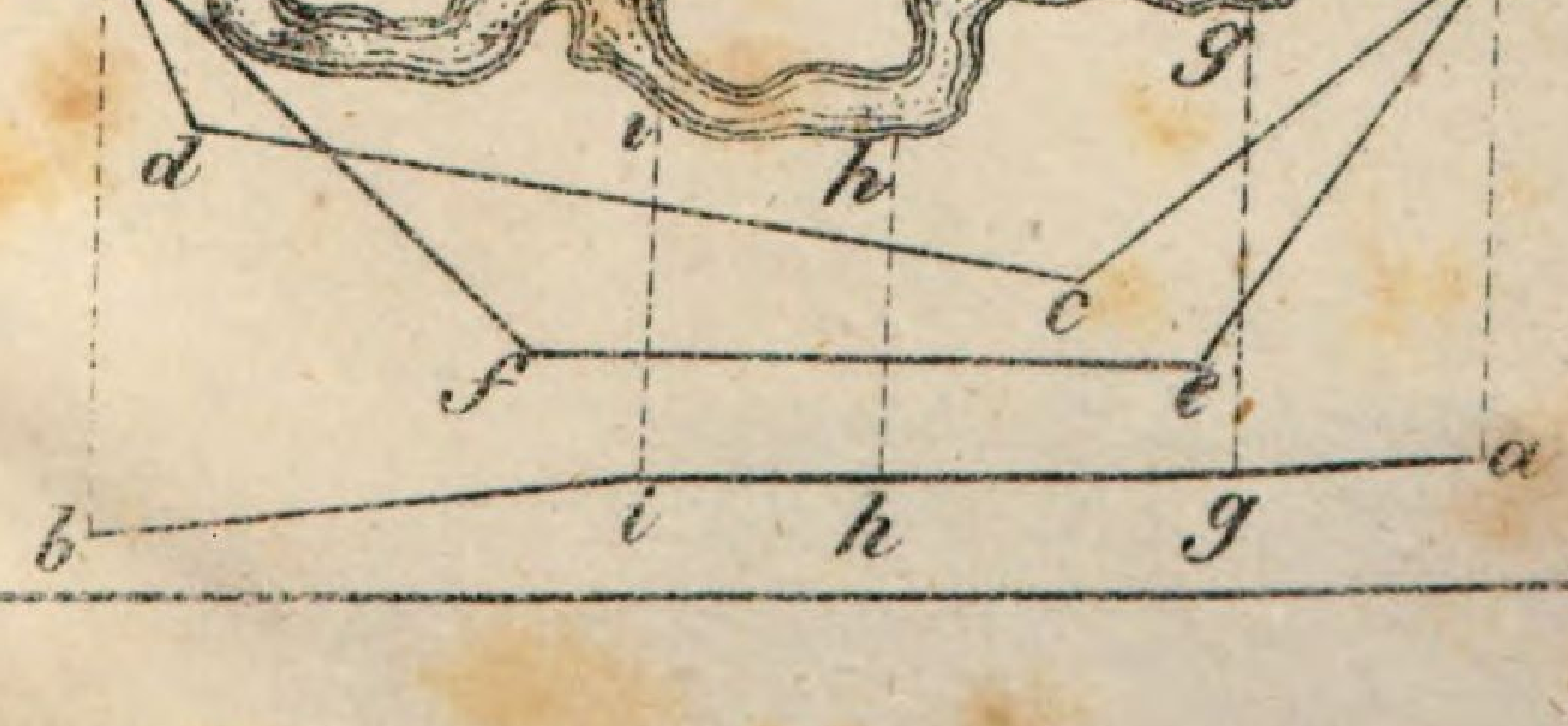
Fig. 227.

Fig. 228.

Fig. 229.

Fig. 230.

Fig. 232.



Fremd